МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ

ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра «Цивільна інженерія та архітектура»

ГІДРАВЛІКА

Навчальний посібник

Одеса – 2023

Рецензент:
Академік УО МАНЕБ, д.т.н., проф., зав. лаб. ІКГС ДП «ЧорноморНДІпроект» ***Пойзнер М.Б.***

Федорова К.Ю., Андреєвська Г.М. Гідравліка: навч. посіб. – Одеса: ФОП Бондаренко М.О., 2023. – 148 с.

ЗАТВЕРДЖЕНО
вченою радою ОНМУ
протокол № 14 від 28.06.2023 р.

© Федорова К.Ю., Андреєвська Г.М., 2023

ЗМІСТ

ВСТУП

Гідравліка одна з гілок механіки, яка вивчає закони рівноваги та руху рідини, а також способи застосування цих законів до вирішення інженерних завдань.

Гідравліка, як механіка рідини, підрозділяється на гідростатику, в якій вивчаються закони рівноваги рідини, кінематику рідини, що вивчає зв'язок між геометричними характеристиками руху та часом (швидкості та прискорення), та гідродинаміку, що вивчає рух з урахуванням діючих сил.

Слово «гідравліка» грецького походження (вода і труба), що означає течія води по трубах. В даний час питання, які вивчаються в гідравліці, охоплюють рух води, як по трубах, так і у відкритих руслах (каналах, річках), рух ґрунтових вод тощо.

Гідравліка, розглядаючи закони рівноваги та руху рідини, спирається на такі науки, як вища математика, фізика, теоретична механіка та нарисна геометрія.

Гідравліка як прикладна інженерна наука необхідна для розрахунків при проектуванні спорудження систем водопостачання, каналізації, осушення та зрошення, гідротехнічних споруд, мостів, для розрахунку транспортування будівельних розчинів по трубах, конструювання насосів, компресорів тощо.

У навчальному посібнику розглядаються питання, пов'язані з поняттям реальної та ідеальної рідини, в'язкості. Описано основні фізичні властивості реальних рідин та їх особливі стани. Велику увагу приділено такому розділу гідравліки як гідростатика. У цьому розділі висвітлено питання гідростатичного тиску, диференціальні рівняння спокою (рівноваги) рідини, п'єзометрична висота, вакуум, потенційна енергія рідини та сила гідростатичного тиску, що діє на плоскі фігури, рівновагу плаваючих тіл.

Для студентів у навчальному посібнику розроблено завдання та тести.

Навчальний посібник «Гідравліка» призначено для студентів технічних спеціальностей.

1. ГІДРОСТАТИКА

1.1. Рідина

Як відомо, розрізняють тверді, рідкі та газоподібні тіла, а також плазму. При зміні тиску або температури рідке тіло може переходити до твердого або газоподібного. Наприклад, при дуже високих тисках у звичайній воді утворюються кристали льоду; навпаки, при зниженні тиску рідини можуть з'явитися бульбашки, заповнені парою (газом).

Рідина є фізичне тіло, що має дві особливі властивості:

1) вона дуже мало змінює свій обсяг при зміні тиску чи температури; у цьому відношенні рідина подібна до твердого тіла;

2) вона має плинність, завдяки чому рідина не має власної форми і набуває форми тієї судини, в якій вона знаходиться; у цьому відношенні рідина відрізняється від твердого тіла і є подібною до газу.

Щоб пояснити властивість плинності рідкого тіла, покажемо на рис. 1.1 тверде тіло *T*. У цьому тілі під дією, наприклад, власної ваги повинні виникнути відповідні напруги. Якщо намітити довільний переріз *mn* даного тіла, то в цьому перерізі, так само, як і в будь-якому іншому перерізі (виключаючи, зрозуміло, перерізи, що збігаються з траєкторіями головних напруг), крім нормальних напруг σ_n, виникатимуть ще дотичні напруги τ, тобто. напруги, що діють уздовж наміченого перерізу (щодо нього).

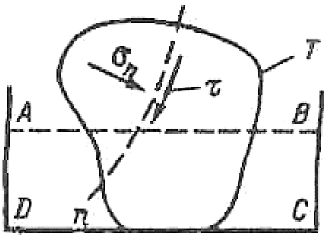


Рис. 1.1. Напруга нормальна
(σ_n) та дотична (τ)

Уявімо собі далі, що тіло *T*, перебуваючи в спокої, набуло такого стану своєї речовини, при якому воно виявляється нездатним сприймати дотичні напруги τ, що викликаються, наприклад, власною вагою. При цьому, очевидно, тіло *T* під дією власної ваги почне розтікатися і зрештою набуде форми судини *ABCD*.

Як видно, плинність розглянутого тіла обумовлюється тим, що воно в стані, що покоїться, не здатне чинити опір внутрішнім дотичним зусиллям, тобто зусиллям, що діють уздовж поверхонь зсуву.

Можна сказати, що друга властивість рідини полягає в тому, що рідина, на відміну від твердого тіла, перебуваючи у спокої, не може мати дотичних напруг, і саме тому вона набуває форми судини, в якій укладено.

Оскільки газ також має властивість плинності, то багато теоретичних положень, розроблених стосовно рідкому тілу, можуть бути поширені і на випадок газоподібних тіл. Однак у нашому курсі гідравліки питання про газ не розглядатимемо. Цьому питанню присвячується особлива дисципліна, яка називається «аеромеханікою» («механікою газу»).

Говорячи далі тільки про рідину, як приклад її, часто матимемо на увазі воду, яка характеризується двома згаданими властивостями (плинністю та малою стисливістю під дією сили).

1.2. Поняття реальної та ідеальної рідини. В'язкість

Як показує досвід, рідини, які у природі, тобто реальні рідини, так мало змінюють свій об'єм при звичайній зміні тиску і температури, що цією зміною об'єму практично можна нехтувати. Тому в гідравліці рідина розглядається як абсолютно нестерпне тіло (тут доводиться робити виняток тільки при вивченні одного питання – питання про так званий гідравлічний удар, коли навіть малу стисливість рідини доводиться враховувати).

Вище було підкреслено, що в рідині, що покоїться, дотичні напруги завжди відсутні. У рідині, що рухається, як показують дослідження, дотичні напруги зазвичай мають місце: саме при русі рідини по поверхнях ковзання рідких шарів один по одному виникає тертя, яке і врівноважує внутрішні дотичні сили.

Властивість рідини, що зумовлює виникнення в ній при її русі дотичних напруг (напруження тертя), називається в'язкістю.

У практиці трапляються випадки, коли сили тертя, що виникають завдяки в'язкості, виявляються невеликими порівняно з іншими силами, які діють рідину. У цих окремих випадках в'язкістю можна знехтувати і вважати, що в рідині, що рухається, дотичні напруги відсутні так само, як і в рідині, що покоїться.

При аналітичних дослідженнях часто використовують поняття ідеальної рідини. Ідеальною рідиною називають уявну рідину, яка характеризується:

а) абсолютною незмінністю обсягу (при зміні тиску та температури);

б) повною відсутністю в'язкості, тобто сил тертя за будь-якого її руху.

Ідеальна рідина, на відміну реальної («в'язкою») рідини, у природі, зрозуміло, немає. Її створюють в уяві як наближену модель реальної рідини.

Зі сказаного вище ясно, що:

1) щодо спокої рідини немає потреби розрізняти реальну і ідеальну рідини;

2) щодо ж руху рідини дуже часто доводиться зважати на різницю між двома названими рідинами: у разі реальної рідини необхідно додатково враховувати сили тертя, т. е. в'язкість.

1.3. Основні фізичні властивості реальних рідин

Багато фізичних властивостей рідин вивчаються у загальній фізиці, а чи не в гідравліці. Гідравліка, являючи собою особливий розділ професійної фізики, займається питаннями механіки рідини. Вочевидь, під час розгляду таких питань доводиться цікавитися чисельними характеристиками різних властивостей різних рідин.

1. *Щільність рідини* ρ, вага одиниці об'єму рідиниγ.

Візьмемо деякий об'єм *V* рідини, що має масу *M* та вагу G.

Як відомо, щільністю рідиниρназивається відношення маси *M* до об'єму *V*:

$$\rho = \frac{M}{V}, \qquad (1.1)$$

отже,

$$M = \rho V. \qquad (1.1')$$

Введемо позначення:

$$\gamma = \frac{G}{V}, \qquad (1.2)$$

де γ – вага одиниці об'єму рідини (раніше цю величину називали «питомою вагою» або «об'ємною вагою»), як видно

$$G = \gamma V. \qquad (1.2')$$

Нам відомо, що

$$G = gM, \qquad (1.3)$$

де g – прискорення вільного падіння тіла (прискорення сили тяжіння).

Підставляючи (1.3) вираз (1.1′) та (1.2′), маємо:

$$\gamma V = g\rho V, \qquad (1.4)$$

звідки отримуємо таку важливу залежність:

$$\rho = \frac{\gamma}{g}; \gamma = \rho g. \tag{1.5}$$

Величини ρ і γ є числами іменованими:

$$\rho = \frac{[M^3]}{[L]}; \gamma = \frac{[F]}{[L^3]} = \frac{[M]}{[T^2 L^2]}, \tag{1.6}$$

де *M, L, F, T* – символи відповідно до маси, довжини, сили та часу.

2. Стискання (або об'ємна пружність) рідини. Уявімо деякий об'єм рідини *V*, який при підвищенні на Δp зовнішнього всебічного тиску (напруги), що діє на нього, зменшується (знижується) на ΔV.

Пружною стисливістю рідини називається здатність її приймати свій колишній об’єм *V* після зняття зовнішнього навантаження Δp.

При невеликих значеннях Δp відносна зміна обсягу$\Delta V/V$ прямо пропорційна Δp. Відповідно до цього як міру пружного стиснення рідини приймають величину

$$K = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V},$$

причому *K* називають модулем об'ємної пружності рідини.

Для води (у звичайних умовах) $K = 22 \cdot 10^5$ кПа, тобто $K \approx 220$ кН/см^2 или $K \approx 22000$ кгс/см^2.

3. *Опір рідини зусиллям, що розтягують*. Особливими фізичними дослідами було показано, що рідина, що спочиває (зокрема, вода, ртуть) іноді здатна чинити опір дуже великим розтягуючим зусиллям, наприклад, вода в певних умовах може витримувати розтягувальні напруги до $2{,}8 \cdot 10^4$ кПа (≈ 280 кгс/см^2), не піддаючись розриву.

Такий опір розтягуючим зусиллям виходить лише, коли рідина перебуває у особливих умовах, які мають місця у повсякденному житті. Рідина у нормальних умовах навіть за наявності стискаючих напруг, які наближаються до нуля, починає перетворюватися на пар, тобто перестає існувати.

Маючи це на увазі, у гідравліці вважають, що рідина зовсім не здатна чинити опір розтягуючим зусиллям.

4. *Опір рідини, що рухається дотичним зусиллям*. Вище було зазначено, що в реальній рідині, що рухається, зазвичай виникають сили тертя. Ці сили врівноважують внутрішні дотичні зусилля, що у рідини під впливом зовнішніх сил. Величина сил тертя залежить, як від роду рідини, так і від швидкості відносного переміщення частинок рідини.

1.4. Модель суцільного середовища. Сили, що діють на рідину

Однорідна рідина, яку ми далі, як правило, і розглядаємо, є не суцільним (не безперервним) тілом, а тілом, що складається з молекул, розташованих на деякій (дуже невеликій) відстані один від одного. Як видно, рідина має, строго кажучи, перервну (дискретну) структуру. Однак при вирішенні різних гідромеханічних завдань нехтують зазначеною обставиною і розглядають рідину як суцільне (безперервне) середовище – континуум (від латів. continuum – безперервне, суцільне). Як видно, при розгляді рідини роблять так само, як і при розгляді твердих тіл (у будівельній механіці) або при розгляді сипких тіл (піску – в механіці ґрунту).

Модель суцільного середовища має свою теорію, що однаково застосовується (зрозуміло до певної межі) і до твердих, і до сипких тіл, і до рідини.

Тільки в окремих випадках рідина отримує суттєві розриви. Однак часто й такі розриви ми виключаємо з розгляду, причому тут користуємося моделлю суцільного середовища.

Істотно наголосити, що, замінивши для розрахунку рідину суцільним середовищем, ми приписуємо цьому суцільному середовищу ті механічні властивості, які були знайдені експериментальним шляхом для дійсної рідини (у даному випадку – для води); при цьому, оперуючи суцільним середовищем, що має зазначені фізичні (механічні) властивості, ми таке уявне тіло всюди далі умовно називаємо рідиною (водою).

Що стосується сил, що діють на воду (що розглядається у вигляді описаного суцільного середовища), то їх необхідно розділити на дві різні групи: внутрішні сили, що називаються іноді зусиллями, і зовнішні сили. Внутрішніми силами називаються сили взаємодії між матеріальними точками (частинками) рідини (розглядаючи рідину, як суцільне середовище, ми, зрозуміло, маємо право говорити про «частинки» рідини, тобто про елементарні обсяги рідини). Зовнішні сили – суть сили, прикладені до частинок об'єму рідини, що розглядається, з боку інших речових тіл (або фізичних полів), зокрема, з боку рідини, що оточує аналізований її обсяг.

Зовнішні сили, які діють даний обсяг рідини, своєю чергою, можна розділити також на дві групи:

1) *Сили масові*. Ці сили діють на всі частинки, що становлять об'єм рідини, що розглядається: величина цих сил пропорційна масі рідини. У разі однорідної рідини, тобто рідини, що має всюди однакову щільність (ρ = const), величина масових сил буде пропорційна також обсягу рідини; тому при ρ = const масові сили можна називати об'ємними силами (що ми далі і робитимемо). До об'ємних сил належить власна вага рідини; сили інерції рідини можна розглядати як зовнішні об'ємні сили. Інтенсивність (щільність розподілу) об'ємних сил у різних точках простору, зайнятого рідиною, може бути різною. В окремому випадку, коли

інтенсивність дії об'ємних сил однакова у всіх точках простору, зайнятого рідиною, величина об'ємної сили F, прикладеної до даного об'єму V рідини, дорівнює

$$F = M\phi \quad \text{або} \quad F = V\phi_0, \tag{1.7}$$

де M – маса об'єму V рідини; ϕ і ϕ_0 – інтенсивність (щільність розподілу) зовнішньої сили, що розглядається, причому ϕ_0 є питомою об'ємною силою, віднесеною до одиниці об'єму рідини та ϕ – питомою об'ємною силою, віднесеною до одиниці маси рідини (по суті величинафϕє прискорення, яким характеризується аналізоване поле об'ємних сил).

2) *Сили поверхневі*. Ці сили прикладені до поверхні, що обмежує аналізований об'єм рідини, виділений, наприклад, всередині рідини, що покоїться або рухається. При рівномірному розподілі цих сил даної поверхні величина їх пропорційна площі цієї поверхні. До таких сил відносяться, наприклад, атмосферний тиск, що діє на так звану вільну поверхню рідини, а також сили тертя. Вивчаючи механічну дію рідини поверхню будь-якого твердого тіла, можна говорити про реакції цієї поверхні, тобто. реактивної сили, прикладеної до рідини з боку твердого тіла.

Така сила також повинна розглядатися як зовнішня поверхнева сила (стосовно обсягу рідини, обмеженого поверхнею згаданого твердого тіла). У загальному випадку щільність розподілу поверхневої сили (тобто напруга) в різних точках поверхні, що розглядається, може бути різною. В окремому випадку, коли поверхнева сила P розподіляється рівномірно по поверхні, що розглядається площею S, величина цієї сили

$$P = S \cdot \sigma, \tag{1.8}$$

де σ – напруга, що викликається зовнішньою поверхневою силою.

З подальшого буде видно, що напруженняσзовнішньої поверхневої сили в деяких випадках (наприклад, у випадку реальної рідини, що рухається, зі швидкістю v) виявляються не ортогональними до майданчиків mn, на які вони діють (рис. 1.2).

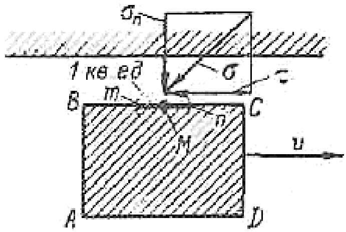


Рис. 1.2. Об'єм *ABCD*,
виділений усередині рідини
(що рухається зі швидкістю v);
σ – напруга поверхневої сили,
що діє на межу *BC*

У цьому випадку напруга σ можемо розкласти на дві складові:

1) нормальну складову, яку можна назвати нормальною напругою σ_n;

2) дотичну складову, яку можна назвати дотичною напругою τ.

1.5. Гідростатичний тиск. Властивості гідростатичного тиску

У гідростатиці вивчається рідина, яка перебуває у спокої. Дотичні напруги в рідині, що покоїться, завжди рівні нулю ($\tau = 0$). Ми виключили можливість існування в рідині (що розташовується або рухається) розтягуючих напруг. Тому, ми повинні вважати, розглядаючи рідину, що спочиває, що в будь-якій її точці ми можемо мати тільки нормальні напруження: $\sigma = \sigma_n$.

Основним поняттям гідростатики є поняття гідростатичного тиску в даній точці рідини, що покоїться. Цей тиск прийнято позначати буквою p і для стислості іменувати просто «гідростатичним тиском».

У разі рідини, що покоїться, гідростатичним тиском p в даній точці називають скалярну величину, рівну модулю (значенню) напругиσв точці, що розглядається:

$$p = |\sigma|, \tag{1.9}$$

де $|\sigma|$ – модуль напруги σ (не залежить від орієнтування – від кута нахилу – майданчика дії, що намічається в точці, що розглядається). Маючи це на увазі, іноді кажуть, що гідростатичний тиск у цій точці є «кульовим тензором», при цьому дещо умовно зазначають, що у разі гідростатики будь-яка точка (тобто елементарна частка рідини) з усіх боків «стиснута однаково» (що зазвичай не має місця у разі гідродинаміки).

Пояснимо ще гідростатичний тиск *p* наступним чином.

Уявимо на рис. 1.3 довільний обсяг рідини, що покоїться.

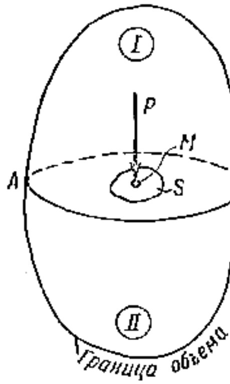


Рис. 1.3. Об'єм рідини, що покоїться:
P – сила, що діє з боку *I* відсіку рідини на майданчик *S*, що належить *II* відсіку

Намітимо всередині цього обсягу точку *M* та проведемо через неї довільну поверхню *AB*. Така поверхня розсіче даний обсяг рідини на два відсіки: *I* та *II*. Виділимо у точки *M* поверхні *AB* деяку площу *S*.

Через поверхню *AB* передаватиметься сила тиску з боку відсіку *I* на відсік *II*. Частина цієї сили, що позначається нами через *P*, має припадати на виділену площу *S*.

Сила P, що діє на всю площу S, що розглядається, називається силою гідростатичного тиску (або сумарним гідростатичним тиском).

Сила P стосовно відсіку II є зовнішньою поверхневою силою; по відношенню до всього обсягу рідини, що складається з двох відсіків (I і II), вона є силою внутрішньої. Силі P відповідає реакція (тієї ж величини, як і сила P), що діє з боку відсіку II на відсік I. Тому силу P слід розглядати, як силу парну.

Розділивши модуль (значення) $|P|$ на S, отримаємо

$$\frac{|P|}{S} = p_{\text{сер}}, \tag{1.10}$$

де величина $p_{\text{сер}}$ є значенням тієї сили, яка припадає в середньому на одиницю розглянутої площі S; $p_{\text{сер}}$ називають середнім гідростатичним тиском.

Якщо тепер уявити, що у формулі (1.10) площа S прагне нуля (так, однак, щоб точка M завжди знаходилася всередині контуру майданчика S, що стягується в точку), то величина $p_{\text{сер}}$ буде прагнути до певної межі. Ця межа виражає модуль (значення) напруги σ, а отже, і значення p в наміченій точці M:

$$p = \lim_{S \to 0}\left(\frac{|P|}{S}\right). \tag{1.11}$$

З (1.10) та (1.11) видно, що величини $p_{\text{ср}}$ і p мають розмірність сили, поділеної на площу (наприклад, кН/м^2, тс/м^2, кгс/см^2 тощо).

Можна бачити, що гідростатична напруга σ і гідростатичний тиск p мають дві властивості:

1. Перше властивість. Напруга σ, модулем якого є **р** діє нормально до майданчику дії і є стискальною, тобто воно спрямоване всередину того об'єму рідини (або твердого тіла, що обмежує рідину), яку ми розглядаємо.

2. Друга властивість. Гідростатичний тиск p у цій точці залежить від орієнтування, тобто від кута нахилу майданчика дії.

1.6. Особливі стани рідини

У практиці гідротехнічного будівництва доводиться стикатися з випадками, коли рідина (вода) починає набувати особливих станів: або при русі рідини до неї починають приєднуватися газоподібні або тверді тіла, або сама починає переходити в твердий або газоподібний стан.

Розглянемо ці два випадки (маючи на увазі воду, як приклад рідини).

1-й випадок. Приєднання до рідини газоподібних і твердих тіл, що рухається.

1. Аерація потоку. Якщо до потоку води, що рухається з великими швидкостями, є доступ зовнішнього повітря, то потік може насичуватися проникаючими зовні бульбашками повітря. В результаті виходить суміш води та бульбашок повітря (отримуємо

так звану двофазну систему). Таке явище називається аерацією потоку.

2. Захоплення потоком наносів. Якщо водний потік має русло, що розмивається (наприклад, русло, утворене дрібним піском), то, як показує досвід, при досить великих швидкостях руху води потік починає насичуватися піщинками, які рухаються разом з водою у зваженому стані. Тут також одержуємо двофазну систему. Зазвичай, крім зважених піщин, є ще піщини, що переміщаються безпосередньо по дну русла.

2-й випадок. Перехід води у твердий або газоподібний стан.

1. Утворення у воді кристалів льоду. При підвищенні тиску або зниженні температури у воді можуть зароджуватися кристали льоду, причому замість однорідного рідкого середовища отримуємо двофазну систему (вода плюс лід).

2. Утворення у воді областей (розривів), заповнених повітрям та парами води. Кипіння та кавітація. Зазвичай у воді міститься розчинене повітря. Як відомо з курсу фізики, при зниженні тиску p у рідині або при підвищенні її температури $t°$ таке повітря починає виділятися з окремих елементарних об'ємів води, причому у воді утворюються розриви (повітряні «бульбашки»). В результаті суцільність води порушується: доти, поки бульбашки повітря не вийдуть з неї через її вільну поверхню, матимемо двофазну систему (вода плюс повітряні бульбашки).

Розглянемо далі воду, яка містить розчиненого повітря.

Позначимо через $p_{нп}$ тиск пари води, що насичують той простір, в якому вони знаходяться. Величину $p_{нп}$ зазвичай називають *тиском насиченої пари*. Відомо, що $p_{нп}$ залежить від температури $t°$ парів:

$$p_{нп} = f(t°). \tag{1.12}$$

Чисельні значення $p_{нп}$ для водної пари (залежно від $t°$) наступні:

$t°$, С	0	25	50	75	100	125	150
$p_{нп}$, кПа	0,6	3,2	12,6	39,2	103,2	237,0	485,0
$p_{нп}$, кгс/см^2	0,006	0,032	0,126	0,392	1,032	2,370	4,850

Як видно, зі збільшенням $t°$ збільшується $p_{нп}$.

Припустимо, що маємо певний обсяг води, суцільність якого порушена. Позначимо тиск у цій воді через p і її температуру через $t°$.

Уявімо далі, що з тих чи інших причин температура $t°$ починає збільшуватися або тиск p – зменшуватися. Очевидно, у зв'язку з цим у певний час можемо отримати співвідношення:

$$p < p_{нп}. \tag{1.13}$$

Як показує досвід, при такому співвідношенні у звичайних умовах усередині об'єму води, що розглядається, виникають бульбашки, заповнені «насиченими парами» води. При цьому ми отримуємо двофазну систему (вода плюс бульбашки пари). Щоб змусити ці бульбашки зачинитися (закритися), необхідно досягти співвідношення:

$$p > p_{нп}. \tag{1.14}$$

тобто необхідно на достатню величину або підвищити тиск p або знизити тиск $p_{нп}$ (за рахунок зниження температури $t°$).

Поява у воді бульбашок пари (а якщо вода попередньо не була очищена від розчиненого в ній повітря, то пароповітряних бульбашок) називається *кавітацією* (від латинського слова «порожнеча»).

Можна розрізняти (умовно) як би два різні явища, що виникають при співвідношенні (1.8):

а) кипіння води, коли кавітаційні бульбашки (парові або пароповітряні), що виникають у воді, спливають і виходять із рідини через її вільну поверхню;

б) кавітацію (за відсутності кипіння), коли згадані бульбашки, що виникають у воді, що рухається, не виходять з неї, а захлопуються (закриваються) усередині потоку води.

Щоб додатково пояснити явище кавітації (за відсутності кипіння), представимо на рис. 1.4, *а* потік води, тиск вздовж якого (вздовж лінії 1–1), згідно з правилами гідравліки, має змінитися, як показано кривою *abcde* на рис. 1.4, *б*.

У зоні потоку A, заштрихованої на малюнку, тиск $p < p_{нп}$. Лінії M_1N_1 та M_2N_2 є межами цієї зони у всіх точках цих меж $p = p_{нп}$.

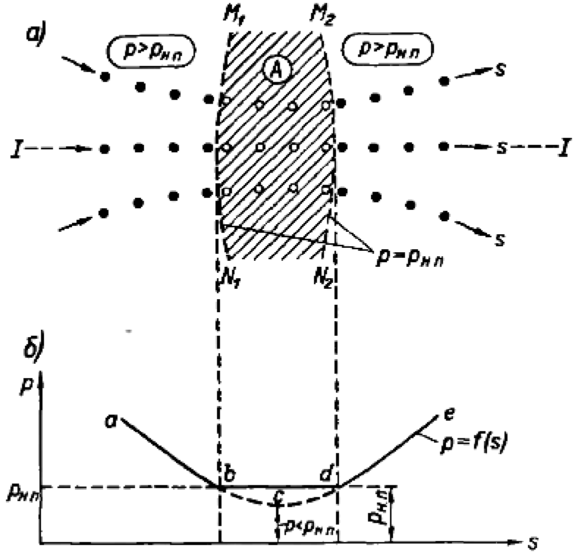


Рис. 1.4. Явище кавітації:
M_1N_1 – місце розкриття бульбашок пари;
M_2N_2 – місце захлопування їх

В елементарних об'ємах води, що рухаються у напрямку стрілок, при перетині ними межі M_1N_1 виникнуть бульбашки пари; у самій зоні A матимемо двофазну систему. У районі межі M_2N_2, як показує досвід, бульбашки пари, потрапляючи в область, де $p > p_{нп}$, дуже швидко і з великою силою захлопуються, причому за лінією M_2N_2 отримуємо суцільне середовище (таке ж, як і перед лінією M_1N_1).

Слід підкреслити, що поява у воді бульбашок пари (розривів) у районі зони *A* (рис. 1.4, *a*) перешкоджає зниженню тиску в цій зоні до величини, меншої $p_{нп}$. Внаслідок появи бульбашок пари замість кривої *abcde* (рис. 1.4, *б*) отримуємо криву *abde*, показану суцільною лінією (на ділянці *bd* – горизонтальною).

Слід вважати, що практично тиск *p* у воді, в силу сказаного, не може бути меншим за величину $p_{нп}$.

Згадане вище захлопування бульбашок пари в районі кордону M_2N_2 супроводжується сильними ударами, які іноді сприяють поступовому руйнуванню поверхні твердих стінок, що обмежують потік. Таке руйнування твердих стін називається *кавітаційною ерозією*.

1.7. Диференціальні рівняння спокою (рівноваги) рідини

Розглянемо рідину (рис. 1.5), на яку діє та чи інша зовнішня об'ємна сила (не обов'язково сила тяжіння). Через *ф* ми позначили об'ємну силу, що діє на одиницю маси рідини, що розглядається. Позначимо тепер через $ф_x$, $фy$, $ф_г$ проекції сили *ф* осі *Ox, Oy, Oz.*

У загальному випадку тиск *p* в різних точках рідини, що покоїться, буде різним:

$$p = f(x, y, z). \tag{1.15}$$

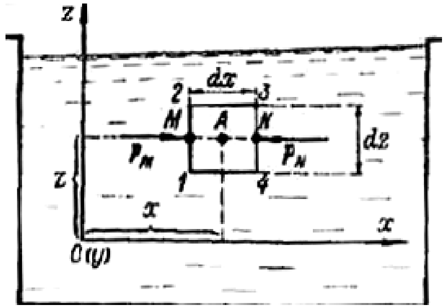


Рис. 1.5. На рідину діють будь-які об'ємні сили

Для того щоб встановити зв'язок між тиском *p* і координатами точок, а також величиною *ф*, чинимо наступним чином.

Намітивши осі координат *Ox* і *Oz*, виділяємо елементарний об'єм рідини, що покоїться, у вигляді прямокутного паралелепіпеда *1 – 2 – 3 – 4*; сторони паралелепіпеда *dx* і *dz*, а також *dy* (перпендикулярну до площини креслення) вважаємо нескінченно малими.

У центрі паралелепіпеда намічаємо точку *A* з координатами *x, y* та *z*. Тиск у цій точці позначаємо через *p*. Провівши через точку *A* лінію *MN*, паралельну осі *Ox*, можемо стверджувати, що в загальному випадку гідростатичний тиск безперервно змінюватиметься вздовж цієї лінії. Зміна гідростатичного тиску, що припадає на одиницю довжини лінії *MN*, може бути представлена частинною похідною $\frac{\partial p}{\partial x}$.

Використовуючи $\frac{\partial p}{\partial x}$ виразим тиск у точках M і N у вигляді

$$\left.\begin{aligned} p_M &= p - \frac{1}{2}dx\frac{\partial p}{\partial x}; \\ p_N &= p + \frac{1}{2}dx\frac{\partial p}{\partial x}, \end{aligned}\right\} \tag{1.16}$$

де другий доданок правих частин рівностей (1.11) виражає зміна тиску p на довжині $\frac{1}{2}dx$.

Далі розмірковуємо так:

1) з'ясовуємо всі сили, які діють елементарний паралелепіпед;

2) ці сили проектуємо на вісь Ox, оскільки аналізований паралелепіпед перебуває у спокої, то суму проекцій знайдених сил прирівнюємо нулю, у результаті отримуємо 1-е диференціальне рівняння;

3) для отримання 2-го та 3-го диференціальних рівнянь проектуємо всі сили, що діють на паралелепіпед, відповідно на осі Oy та Oz.

Йдучи зазначеним шляхом, даємо висновок лише 1-го диференціального рівняння.

1. Сили, що діють на паралелепіпед *1 – 2 – 3 – 4*:

а) об'ємна сила дорівнює

$$\phi\ (dx\ dy\ dz)\ \rho, \tag{1.17}$$

де $(dx\ dy\ dz)\ \rho$ – маса рідини, що утворює паралелепіпед *1 – 2 – 3 – 4*; проекція цієї сили на Ox дорівнює

$$\phi_x\ (dx\ dy\ dz)\ \rho; \tag{1.18}$$

б) поверхневі сили: проекція на вісь *Ox* різниці сил тиску на межі *1 – 4* та *2 – 3* дорівнює нулю; проекція на *Ox* різниці сил тиску на межі *1 – 2* та *3 – 4* дорівнює:

$$P_M - P_N = p_M(dzdy) - p_N(dzdy) = \left(p - \frac{1}{2}dx\frac{\partial p}{\partial x}\right)dydz - \\ -\left(p + \frac{1}{2}dx\frac{\partial p}{\partial x}\right)dydz = -\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz. \qquad (1.19)$$

Як видно, отримана різниця поверхневих сил є величиною 3-го порядку малості, як і величина об'ємних сил, виражена формулою (1.13).

2. Сума проекцій усіх сил на вісь *Ox* дорівнює

$$\phi_x(dxdydz)\rho - \frac{\partial p}{\partial x}(dxdydz) = 0. \qquad (1.20)$$

Так виглядає перше рівняння, решта два пишемо за аналогією з першим. Знайдені три диференціальних рівняння (віднесені до одиниці маси рідини) мають остаточний вигляд:

$$\phi_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad \phi_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad \phi_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = 0. \qquad (1.21)$$

Ці рівняння було отримано Л. Ейлером у 1755 р.

1.8. Інтегрування диференціальних рівнянь спокою (рівноваги) рідини

Помножуємо 1-ше диференціальне рівняння (1.21) на dx, 2-ге на dy та 3-те на dz. Після цього складаємо ліві та праві частини цих рівнянь:

$$\phi_x dx + \phi_y dx + \phi_z dx - \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) = 0. \qquad (1.22)$$

Так як тиск у точці p є функція лише координат:

$$p = f(x, y, z), \qquad (1.23)$$

то можна стверджувати, що вираз, що входить у рівність (1.22) і укладений у дужки, є повним диференціалом p, тобто цей вираз дорівнює dp. Тому рівняння (1.22) можна переписати як

$$dp = \rho(\phi_x dx + \phi_y dy + \phi_z dz). \qquad (1.24)$$

Далі міркуємо в такий спосіб.

Якщо ліва частина (1.24) є повним диференціалом деякої функції, яка залежить від координат, то, отже, і права частина (1.24) повинна бути повним диференціалом деякої функції, яка залежить від координат. Враховуючи, що щільність рідини ρ = const, можна на підставі сказаного стверджувати, що вираз, що входить до (1.24) і укладений у дужки, є також повним диференціалом деякої функції, яка залежить від координат. Позначимо цю останню функцію через U, причому $U = f(x, y, z)$. Тоді замість (1.24) можемо написати

$$dp = \rho dU\,, \tag{1.25}$$

де

$$dU = \phi_x dx + \phi_y dy + \phi_z dz\,. \tag{1.26}$$

З іншого боку, повний диференціал dU можна як суму приватних диференціалів:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy + \frac{\partial U}{\partial z}dz\,. \tag{1.27}$$

Зіставляючи (1.26) і (1.27), бачимо, що

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \phi_x\,;\, \frac{\partial U}{\partial y} = \phi_y\,;\, \frac{\partial U}{\partial z} = \phi_z\,. \tag{1.28}$$

Так як U є функція лише координат і так як приватні похідні се по координатах дають відповідні проекції (ϕ_x; ϕ_y; ϕ_z) об'ємної сили, віднесеної до одиниці маси, отже, U є потенційною функцією. Об'ємна сила ϕ, що задовольняє умовам (1.28), є силою, що має потенціал. Зі сказаного ясно, що однорідна стислива рідина (для якої ρ = const) *може перебувати в спокої під дією тільки таких сил, які мають потенціал*.

Інтегруючи (1.25), отримуємо

$$p = \rho U + C, \tag{1.29}$$

де C – постійне інтегрування.

Щоб визначити C розглядаємо деяку точку рідини, для якої відомі p і U:

$$p = p_0; \;\; U = U_0. \tag{1.30}$$

Для цієї точки (1.29) перепишеться у вигляді

$$p_0 = \rho U_0 + C, \tag{1.31}$$

звідки

$$C = p_0 - \rho U_0. \tag{1.32}$$

Підставляємо (1.32) в (1.29), получаємо

$$p = \rho U + p_0 - \rho U_0 \tag{1.33}$$

або остаточно

$$p = p_0 + \rho(U - U_0). \tag{1.34}$$

Формула (1.34) дає тиск у точці для випадку, коли ρ = const, причому на рідину діє будь-яка система об'ємних сил, що мають потенціал.

Поняття потенційної функції. Простір, у якому відбувається якесь фізичне явище, називається фізичним полем.

Розрізняють поля:

1) скалярні, наприклад, поле температур;

2) векторні, наприклад, поле сил або поле швидкостей.

Поле якогось скаляра

$$\psi = f(x, y, \mathrm{z})$$

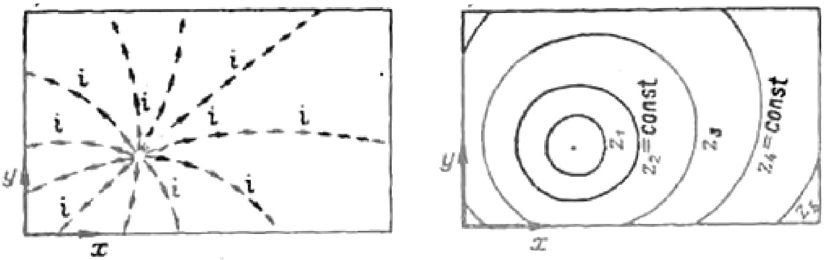
може бути представлено лініями (або поверхнями) ψ = const; наприклад, поле температур $t°$ можна уявити лініями (або поверхнями) $t°$ = const Оперувати векторним полем значно складніше, ніж скалярним.

Тому векторне поле (наприклад, поле сил) для його вивчення замінюють особливим скалярним полем. При цьому таке скалярне поле є лініями рівного значення особливої функції U, яка називається потенційною функцією, або просто потенціалом (потенціалом тих векторів, поле яких ми вивчаємо; можна розрізняти потенціал сил, потенціал швидкостей тощо). U є скалярною величиною.

Функція U (потенціал) має такі властивості:

а) вона залежить тільки від координат x, y, z (і іноді від часу);

б) приватні похідні U за координатами, взяті у різних точках скалярного поля, повинні давати величини проекцій аналізованих векторів у відповідних точках векторного поля.



а) *б*)

Рис. 1.6. Заміна векторного поля:

а) ухилів і земної поверхні скалярним полем; *б*) позначок земної поверхні

Розглянемо для прикладу рельєф поверхні землі. У кожній точці цього рельєфу є деякий ухил земної поверхні, який можна уявити вектором, спрямованим уздовж лінії найбільшого схилу. У зв'язку з цим рельєф поверхні землі можна розглядати як поле ухилів і (поле векторів, що виражають ухили; рис. 1.6 *а*).

Позначимо тепер через *z* позначку поверхні землі та проведемо на плані нашого рельєфу горизонталі, тобто лінії z = const (рис. 1.6, *б*). Очевидно, відмітка *z* залежить тільки від координат x і y; крім того, величина *z* має ще наступну властивість

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -i_x; \frac{\partial z}{\partial y} = -i_y,$$

де i_x та i_y – компоненти i.

Звідси зрозуміло, що скалярна величина є потенційною функцією векторного поля ухилів i. Добре відомо, що в практиці рельєф місцевості завжди уявляють саме еквіпотенціалами z = const, причому з розгляду цих ліній (горизонталів) легко можна встановити значення та напрямок вектору і в будь-якій точці земної поверхні.

1.9. Визначення величини гідростатичного тиску у випадку, коли рідина знаходиться тільки під дією сили тяжіння

Розглядатимемо рідину, на яку діє лише одна об'ємна сила – сила тяжіння.

Уявимо на рис. 1.7 закрита посудина, в якій знаходиться рідина.

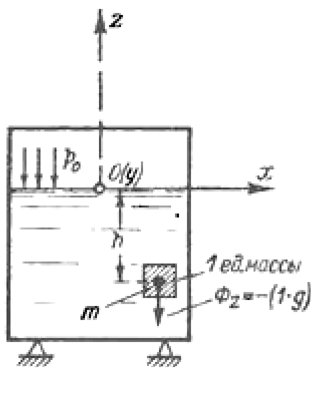


Рис. 1.7. Тиск p для «важкої рідини»

Позначимо через p_0 зовнішній поверхневий тиск (тобто тиск на вільну поверхню рідини). Візьмемо осі координат, як показано на кресленні, та намітимо точку *m*, у якої виділимо одиницю маси важкої рідини. До цієї одиниці маси додано об'ємну силу ϕ.

У разі коли об'ємними силами, що діють на рідину, є тільки сили тяжіння, маємо

$$\phi_x = 0,\ \phi_y = 0,\ \phi_z = -g, \tag{1.35}$$

де g – прискорення сили тяжіння; ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z – проекції сили ϕ на осі координат.

Величина dp виражається залежністю (1.25), де dU у нашому випадку дорівнюватиме (см. (1.26)):

$$dU = \phi_x dx + \phi_y d_y + \phi_z dz = -gdz. \tag{1.36}$$

Підставляючи (1.36) в (1.25) (або (1.35) в (1.21)), можем записати:

$$dp = -\rho g\, dz. \tag{1.37}$$

Інтегруючи (1.37), маємо

$$p = -pgz + C \tag{1.38}$$

або (см. формулу (1.5))

$$p = -\gamma z + C, \tag{1.38$'$}$$

де C – постійна інтегрування.

Для визначення розглянемо точку на поверхні рідини (де $z = 0$ і $p = p_0$), тоді згідно (1.38′) для цієї точки

$$C = p_0, \tag{1.39}$$

в результате замість (1.38′) маємо:

$$p = p_0 - \gamma z. \tag{1.40}$$

Позначимо через h заглиблення крапки m під вільною поверхнею рідини

$$h = -z, \tag{1.41}$$

тоді (1.40) остаточно можна переписати у вигляді:

$$p = p_0 + \gamma h, \tag{1.42}$$

де p є абсолютним тиском у точці, що розглядається; p_0 – зовнішній поверхневий тиск.

Величина

$$\gamma h = p_в \text{ (позначення)}, \tag{1.43}$$

у формулі (1.42) може бути названа ваговим тиском: як видно $p_в$ являє собою ту частину абсолютного тиску p, яка обумовлена вагою самої рідини.

З розгляду (1.42) укладаємо, що *абсолютний тиск у точці дорівнює сумі зовнішнього поверхневого тиску та вагового тиску*.

З (1.42) також ясно, що *на скільки збільшується зовнішній поверхневий тиск* p_0 *на стільки ж має збільшитися і абсолютний тиск у цій точці*.

Якщо посудина відкрита, то

$$p_0 = p_a,$$

де p_a – атмосферний тиск.

При цьому замість (1.42) маємо:

$$p = p_a + \gamma h. \quad (1.44)$$

Назвемо надлишковим (надатмосферним) тиском величину перевищення абсолютного тиску у точці над атмосферним тиском, тобто різницю (p – p_a). Цю різницю також іноді називають манометричним тиском.

У практиці переважно доводиться стикатися не з абсолютним тиском, а з надлишковим тиском. Маючи це на увазі, надалі застосовуватимемо наступні позначення:

1) для надлишкового тиску p;

2) для абсолютного тиску p_A.

Відповідно до такого роду зміною позначень маємо:

$$p = p_A - p_a, \quad (1.45)$$

причому розрахункова формула (1.42) набуває вигляду:

а) для закритої посудини

$$p_A = p_0 + \gamma h = p_0 + p_в = p_a + p; \quad (1.46)$$

б) для відкритої посудини

$$p_А = p_а + \gamma h = p_а + p_в = p_а + p, \tag{1.47}$$

звідки видно, що для відкритої посудини поняття вагового та надлишкового тиску збігаються:

$$p = p_в = \gamma h, \tag{1.48}$$

для закритого ж судини тиску p і $p_в$ мають різну величину:

$$p = p_в + (p_0 - p_а). \tag{1.48$'$}$$

Як видно, маємо п'ять різних тисків, що позначаються через $p_А$, p, $p_в$, $p_а$ і p_0, причому під p_0 умовимося розуміти абсолютний поверхневий тиск.

Говорячи далі про силу гідростатичного тиску P, розрізнятимемо:

1) силу абсолютного гідростатичного тиску $P_А$;

2) силу надлишкового гідростатичного тиску (надатмосферного) P. Останню далі найчастіше називатимемо просто силою гідростатичного тиску P (опускаючи слово «надлишкового»).

1.10. П'єзометрична висота

Слово «п'єзометрична» походить від злиття двох грецьких слів, з яких перше означає «тиск» і друге – «захід».

1. П'єзометрична висота, що відповідає абсолютному тиску в точці

Покажемо, що абсолютний тиск у точці p_A може бути виражений заввишки деякого стовпа рідини. З цією метою на рис. 1.8 представимо закриту посудину, частково наповнену рідиною. Намітимо в рідині точку m, до якої приєднаємо запаяну зверху тонку скляну трубку $П_0$.

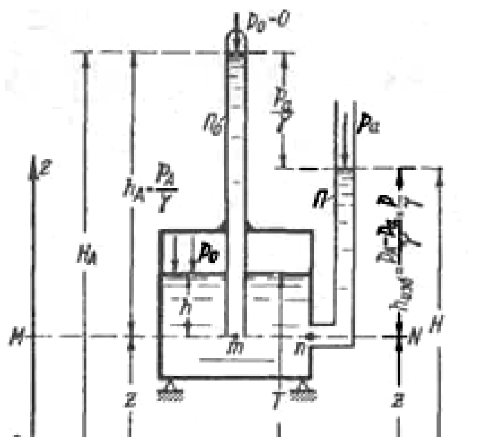


Рис. 1.8. П'єзометрична висота та потенційний натиск: h_A – абсолютна п'єзометрична висота; $h_{над}$ – надлишкова п'єзометрична висота або просто п'єзометрична висота; z – позначка; H_A – абсолютний потенційний натиск; H – надлишковий потенційний натиск або просто потенційний натиск; O – O – площина порівняння

Вважатимемо, що в трубці $П_0$ створено повне розрідження (торрічеллієва порожнеча). Тоді під тиском p_A у точці m горизонт рідини у трубці підніметься на деяку висоту h_A над точкою m.

Розглядаючи точку m, можемо написати нею такі співвідношення:

а) абсолютний гідростатичний тиск у точці m з боку рідини в посудині

$$p_0 + \gamma h = p_A; \tag{1.49}$$

б) абсолютний гідростатичний тиск у точці т з боку рідини в трубці дорівнює

$$0 + \gamma h_A. \tag{1.50}$$

Вочевидь, величина (1.49) повинна дорівнювати величині (1.50), тобто

$$p_A = \gamma h_A. \tag{1.51}$$

Як видно, знаючи h_A легко можна знайти p_A.

Величину h_A назвемо п'єзометричною висотою, що відповідає абсолютному тиску в точці, або просто абсолютною висотою (іноді h_A називають наведеною п'єзометричною висотою).

З (1.51) маємо

$$h_A = \frac{p_A}{\gamma}. \tag{1.52}$$

Можна сказати, що h_A (див. трубку $П_0$) *є висота такого стовпа рідини, який своєю вагою здатний створити тиск, що* *дорівнює абсолютному тиску в точці, що розглядається*. Розмірність h_A є розмірністю довжини, таким чином абсолютний тиск у точці p_A може виражатися одиницями довжини (довжини вертикального стовпа рідини із зазначенням ваги одиниці об'єму цієї рідини).

Таким чином, маємо два різні способи вираження абсолютного «гідростатичного тиску в точці» (тобто «інтенсивності гідростатичного тиску в точці»):

1) одиницями $\frac{\text{сила}}{\text{площадь}}$, например, кН/м^2, тобто кПа (або, наприклад, кгс/см^2);

2) одиницями довжини (одиницями висоти) вертикального стовпа рідини, що характеризується певною величиною γ.

2. П'єзометрична висота, що відповідає надмірному тиску в точці

Розглянемо точку n (рис. 1.8), приєднаємо до цієї точки тонку скляну трубку П відкритого типу. У цій трубці горизонт рідини завдяки дії тиску p_A в точці n також підніметься на деяку висоту $h_{над}$. Однак $h_{над}$ буде менше h_A (що стосується точки n), так як у разі відкритої трубки рідина в ній зустрічатиме протитиск з боку атмосфери.

Розглядаючи точку n, можемо сказати, що:

а) з боку рідини в посудині на точку n діє тиск

$$p_A = p_0 + \gamma h; \tag{1.53}$$

б) з боку рідини в трубці на точку *n* діє тиск

$$p_а + \gamma h_{над}. \qquad (1.54)$$

Так як тиску зліва і праворуч на точку повинні бути рівними, то отримуємо

$$p_А = p_а + \gamma h_{над}, \qquad (1.55)$$

звідки

$$h_{над} = \frac{p_А - p_а}{\gamma} = \frac{p}{\gamma}, \qquad (1.56)$$

де p – надлишковий тиск у точці *n*.

Величина $h_{над}$ називається *п'єзометричною висотою*, що відповідає надлишковому тиску в точці, або надмірною п'єзометричною висотою або просто п'єзометричною висотою. Як видно, п'єзометрична висота $h_{над}$, на відміну від п'єзометричної висоти $h_А$, виражає лише різницю тиску: $p_А - p_а$. Трубки $П_0$ та П називаються п'єзометрами відповідно закритого та відкритого типу.

Легко довести такі два положення:

1) різницю висот стояння горизонтів рідини в трубках $П_0$ і П завжди дорівнює $p_а/\gamma$;

2) у разі відкритої судини, коли $p_0 = p_а$, величина $h_{над} = h$, де h – заглиблення цієї точки під рівнем рідини в посудині.

1.11. Вакуум

Вище розглядався випадок, коли абсолютний тиск у точці більший за атмосферний. Звернемося тепер на випадок, коли $p_A < p_a$. Припустимо, що таким тиском характеризується точка *m*, показана на рис. 1.9. Тиск у точці т за умови $p_A < p_a$ можна виміряти за допомогою так званого зворотного п'єзометра, або, що те саме, вакуумметра, що є вигнутою трубкою *V*.

Очевидно, горизонт рідини в такій трубці опуститься нижче точки *m*, заглиблення точки т стосовно горизонту рідини в трубці *V* буде негативним ($h_{вак}$ на рис. 1.9).

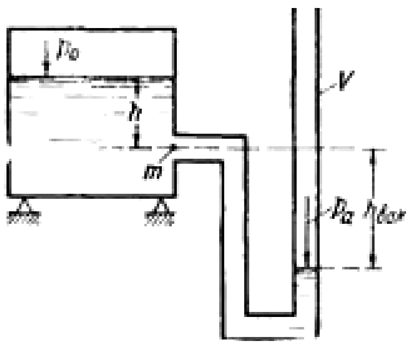


Рис. 1.9. Вакуум $h_{вак}$ – вакуумметрична висота або висота вакууму

Можна сказати що:

а) тиск у точці m з боку рідини в посудині дорівнює

$$p_A = p_0 + \gamma h; \tag{1.57}$$

б) тиск у точці т з боку рідини в трубці *V* дорівнює

$$p_a - \gamma h_{\text{вак}}.$$

Поєднуючи знаком рівності два наведені вирази, отримаємо:

$$p_A = p_a - \gamma h_{\text{вак}}, \tag{1.59}$$

звідси

$$h_{\text{вак}} = \frac{p_a - p_A}{\gamma} = -\frac{p}{\gamma}. \tag{1.60}$$

Величину $h_{\text{вак}}$ називають вакуумметричною висотою або висотою вакууму. Як видно, $h_{\text{вак}}$ характеризує різницю двох тисків: атмосферного і абсолютного тиску в точці *m*. Саме ця різниця, а не сам тиск називається вакуумом (від латинського слова vacuum «порожнеча»). Можна сказати, що вакуум у *цій точці рідини є нестача тиску в цій точці до атмосферного*. Іноді вакуумом називають стан рідини, коли тиск у ній менш атмосферного.

Величина вакууму може виражатися трьома способами:

1) одиницями $\frac{\text{сила}}{\text{площадь}}$, наприклад, кН/м^2, тобто. кПа (або, наприклад, кгс/см^2);

2) одиницями довжини (одиницями висоти) вертикального стовпа рідини, що характеризується певною величиною γ;

3) у частках атмосферного тиску (у звичайних умовах вакуум не може бути більшим за той тиск, який розвиває в цьому місці атмосфера).

Якщо у цій точці вакуум дорівнює, наприклад, 4 м вод. ст., це означає, що абсолютний тиск у цій точці дорівнює 6 м вод. ст.

1.12. Потенційна енергія рідини. Потенційний натиск

1. Питома потенційна енергія рідини

Рідина, що перебуває у спокої чи русі, має певний запас механічної енергії, тобто здатністю виконувати роботу. Рідина, що покоїться, має тільки так звану потенційну енергію.

Покажемо на рис. 1.8 горизонтальну координатну площину *OO*, яку назвемо площиною порівняння. На площині *OO* намітимо початок осі z, причому цю вісь направимо нагору. Ординати z різних точок рідини називатимемо відмітками; «позначка» точки є піднесення її над площиною порівняння. Розглянемо точку n рідини, п'єзометрична висота для цієї точки, а також її позначка z показані на кресленні.

Виділимо у точки n деякий об'єм рідини вагою G і приєднаємо до цієї точки відкриту трубку П. Під дією надлишкового тиску p у точці та об'єм рідини вагою G піднімається в трубці П на висоту $h_{над}$ над площиною *MN* і на висоту H над площиною порівняння OO (см .рис.1.8).

Зі сказаного має бути ясно, що аналізований обсяг рідини, зосереджений у точці n, може зробити роботу:

по-перше, за рахунок свого падіння на площину OO з висоти z, ця можлива робота буде

$$(\text{ЕП})_z = zG; \tag{1.61}$$

по-друге, за рахунок свого підняття під тиском p на висоту $h_{\text{над}}$, ця можлива робота буде

$$(\text{ЕП})_p = h_{\text{над}}\, G. \tag{1.62}$$

Повна робота, яку може зробити об'єм рідини вагою G,

$$(\text{ЕП}) = (\text{ЕП})_z + (\text{ЕП})_p = zG + h_{\text{над}}\, G. \tag{1.63}$$

Величина (ЕП) і називається потенційною енергією певного обсягу рідини (у разі обсягу вагою G).

Питомою потенційною енергією (ППЕ) називається енергія, віднесена до одиниці ваги рідини, що знаходиться в точці n:

$$(\text{ППЕ}) = \frac{(\text{ЕП})}{G} = z + h_{\text{над}} = H\,. \tag{1.64}$$

Як видно, усередині питомої потенційної енергії (повної) у загальному випадку слід розрізняти два види потенційної енергії:

1) питому потенційну енергію становища $(ППЕ)_z$, рівну z;

2) питому потенційну енергію тиску $(ППЕ)_p$, рівну

$$h_{\text{над}} = \frac{p}{\gamma}.$$

2. Потенційний натиск

У гідравліці слово натиск застосовується у сенсі: *натиском прийнято називати питому енергію рідини, тобто міру енергії, що належить одиниці ваги рідини.*

Відповідно до цього потенційний натиск буде величиною H (див. формулу (1.64)), при цьому величина z (позначка точки) може бути названа геометричним натиском, величина ж $h_{\text{над}}$ (п'єзометрична висота) – натиском тиску. Достатньо величини H, z, $h_{\text{над}}$ помножити на одиницю ваги рідини, і ми при цьому отримаємо відповідні енергії цієї одиниці ваги рідини.

Можна сміливо сказати, що *потенційний натиск* (питома потенційна енергія) *складається з двох напорів: геометричного напору* (питомої енергії становища) і *напору тиску* (питомої енергії тиску).

Усі пояснені вище натиски мають розмірність довжини і виражаються відповідними відрізками: H, z, $h_{\text{над}}$ (рис. 1.8).

Слід запам'ятати, що з *геометричної точки зору потенційний напір H у даній точці (наприклад, у точці n) по* *відношенню до будь-якої горизонтальної площини порівняння OO є сумою двох лінійних величин: позначки даної точки z і відповідної їй п'єзометричної висоти* $h_{\text{над}}$:

$$H = z + h_{\text{над}} \;\text{ або }\; H = z + \frac{p}{\gamma}. \tag{1.65}$$

Величина H (що являє собою перевищення над площиною порівняння *OO* рівня рідини у відкритому п’єзометрі, підключеному до розглянутої точки) характеризується наступною особливістю: *для всіх точок рідини, що покоїться, величина H однакова*:

$$H = \text{const (по всьому об'єму)}. \tag{1.66}$$

Для доказу справедливості цього положення напишемо:

$$\begin{gathered} H = z + \frac{p}{\gamma} = z + \frac{p_{\text{A}} - p_{\text{a}}}{\gamma} = z + \frac{(p_0 + \gamma h) - p_{\text{a}}}{\gamma} = \\ = (z + h) + \frac{p_0}{\gamma} - \frac{p_{\text{a}}}{\gamma} = T + \frac{p_0}{\gamma} - \frac{p_{\text{a}}}{\gamma} = \text{const}, \end{gathered} \tag{1.67}$$

де T – перевищення горизонту рідини в посудині над площиною. *OO* (T = const).

1.13. Сила гідростатичного тиску, що діє на плоскі прямокутні фігури

Візьмемо плоску вертикальну фігуру *OA* (рис. 1.10, *а*), що має горизонтальну основу; ширину цього прямокутника позначимо через *b* (рис. 1.10, *б*).

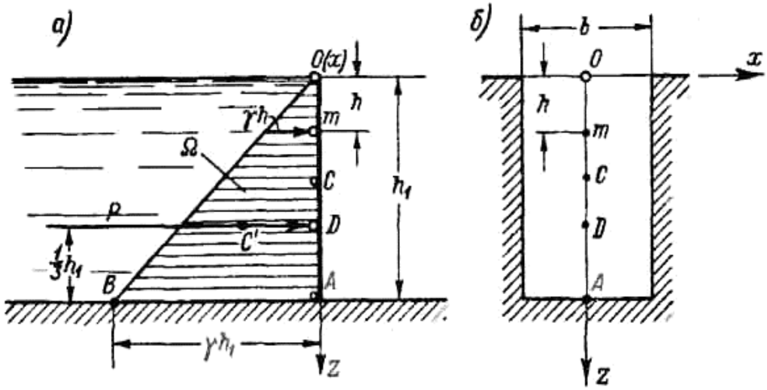


Рис. 1.10. Односторонній гідростатичний тиск
на вертикальну плоску фігуру прямокутної форми:
D – центр тиску; *C* – центр тяжкості плоскої фігури,
C′ – центр тяжкості епюри тиску

Розглянемо лише надлишковий тиск на цю фігуру; поверхневий тиск, який часто дорівнює атмосферному, враховувати не будемо. Зауважимо, що з статичному розрахунку стінки *OA* нам доводиться враховувати лише надлишковий тиск, оскільки атмосферний тиск, що передається через рідину і діє стінку зліва, повністю врівноважується атмосферним тиском, що діє безпосередньо на стінку справа.

Намітимо на поверхні фігури *OA* точку *m*. Тиск у цій точці буде

$$p = \gamma h. \tag{1.68}$$

Уявімо, що точка т переміщається від *O* до *A* по прямій лінії, при цьому, як видно з (1.68), гідростатичний тиск змінюватиметься за лінійним законом.

Для точки *O* при $h = 0$

$$p = 0; \tag{1.69}$$

для точки *A*

$$p = \gamma h_1, \tag{1.70}$$

де h_1 – «глибина води» (або будь-якої рідини) перед плоскою фігурою (заглиблення точки *A* під вільною поверхнею рідини).

З огляду на наведені співвідношення відкладемо на рис. 1.10, *а* перпендикулярно поверхні *OA* відрізок γh_1, причому отримаємо точку *B*. З'єднаємо тепер точку *O* і точку *B* прямою лінією. В результаті отримаємо трикутник *OAB*. Цей трикутник називається *епюром гідростатичного тиску*.

Площа трикутника *OAB*, помножена на ширину *b*, дає нам силу *P* гідростатичного тиску, що діє прямокутну фігуру:

$$P = \Omega b = \frac{1}{2} h_1^2 \gamma b. \tag{1.71}$$

Сила P повинна бути перпендикулярна лінії OA і проходити через центр тяжкості C' епюри тиску. Звідси укладаємо, що центр тиску сили P (точка D) повинен розташовуватися на відстані $\frac{1}{3}h_1$ від дна прямокутного лотка, в якому встановлений вертикальний прямокутний щит, що розглядається.

Іноді при побудові епюри тиску перпендикуляру від точки A відкладають не γh_1, як це ми робили вище, а h_1. При такій побудові епюри тиску замість формули (1.71) матимемо:

$$P = \Omega b\gamma = \frac{1}{2}h_1^2\gamma b. \qquad (1.72)$$

Треба пам'ятати, що епюра гідростатичного тиску характеризується двома властивостями:

1) кожна ордината епюри тиску, виміряна перпендикулярно до щита OA, виражає заглиблення відповідної точки щита, а, отже, і гідростатичний тиск у цій точці;

2) площа епюри тиску виражає силу P гідростатичного тиску (сумарний гідростатичний тиск).

За наявності води з двох сторін щита OA (рис. 1.11, *а*) доводиться будувати окремо дві епюри тиску (два трикутники гідростатичного тиску): для рідини, що знаходиться зліва від щита (див. трикутник OAB) і для рідини, що знаходиться праворуч від щита (див. трикутник $O'AB'$).

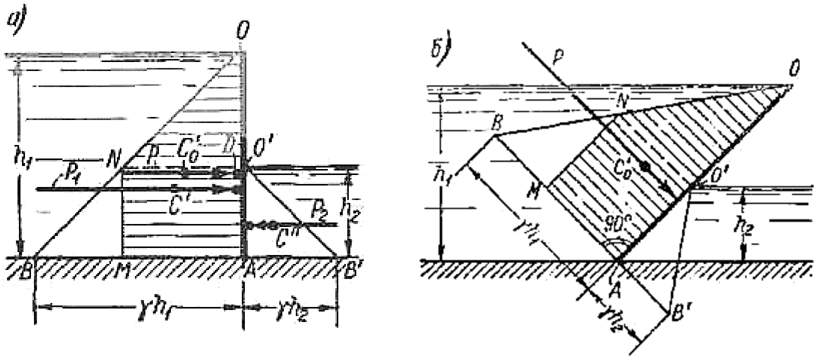


Рис. 1.11. Епюри тиску на плоскі прямокутні фігури:
а) вертикальна фігура; б) похила фігура

Після цього два отримані трикутники складаємо, як показано на кресленні; в результаті одержуємо епюру тиску у вигляді трапеції *OAMN*. Очевидно, площа цієї трапеції виражатиме шукану силу *P*, лінія дії сили *P* повинна проходити через центр тяжкості трапеції C_0 перпендикулярно до щита *OA*.

У разі похилого прямокутного щита остаточна епюра тиску, що враховує тиск води ліворуч і праворуч на щит, матиме вигляд трапеції *OAMN*, показаної на рис. 1.11, *б*.

1.14. Сила гідростатичного тиску, що діє на циліндричні поверхні

У практиці доводиться визначати силу гідростатичного тиску не тільки на плоскі поверхні, а й на криволінійні поверхні будь-якого виду. Нижче розглянемо лише найпростіший окремий випадок криволінійної поверхні – циліндричну поверхню, яка зустрічається найчастіше.

Розглядатимемо лише надлишковий тиск, зовсім не цікавлячись поверхневим тиском.

1-й випадок циліндричної поверхні

Уявимо на рис. 1.12 циліндричну поверхню *ABC*.

Ця поверхня розташована перпендикулярно до площини креслення, і тому вона проектується в одну лінію *ABC* (крива *ABC* є напрямна циліндричної поверхні, що розглядається).

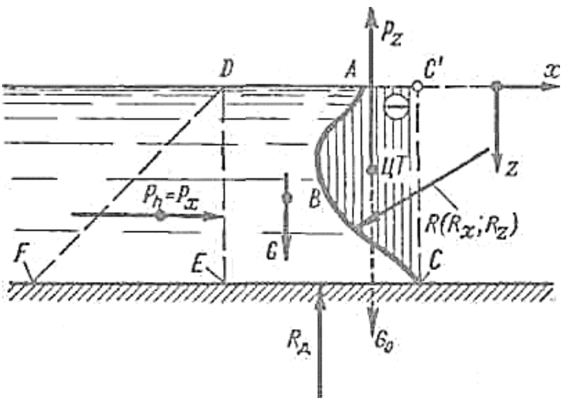


Рис. 1.12. Тиск на циліндричну поверхню *ABC*
(вертикаль $C - C'$ лежить поза рідиною)

Позначимо довжину утворюючої циліндричної поверхні, перпендикулярної площині креслення, через b (b = const).

Намітимо вертикальну площину CC' і осі координат x і z. Позначимо через P_x і P_z горизонтальну та вертикальну складові сили P гідростатичного тиску, що діє з боку рідини на циліндричну поверхню.

Звернемося спочатку знайти складових P_x і P_z шуканої сили P. З цією метою проведемо вертикальну площину DE. Площина DE виділить об'єм рідини, що покоїться $ABCED$, рівновагу якого далі розглядаємо. На цей обсяг діють такі сили:

1) сила P_h, що діє на вертикальну грань DE з боку рідини, розташованої зліва від цієї грані;

2) сила $R_д$ – з боку дна EC (реакція дна):

$$R_д = [\text{площа } (C'\,CED)]\; b\gamma; \tag{1.73}$$

3) реакція R – з боку циліндричної поверхні; горизонтальну та вертикальну складові цієї реакції позначимо відповідно R_x і R_z, значення та напрями цих сил (на відміну від інших) нам невідомі;

4) власна вага G об'єму рідини, що розглядається:

$$G = [\text{площа } (ABCED)]\; b\gamma. \tag{1.74}$$

Проектуючи всі сили, що діють на обсяг $ABCED$, що покоїться, відповідно на осі x і z, отримуємо наступні рівняння рівноваги (не знаючи напрямки R_x і R_g, вводимо їх в рівняння (1.9) зі знаком плюс):

$$R_h + R_x = 0;\ G + R_z - R_д = 0, \tag{1.75}$$

звідки

$$R_x = -P_h;\ R_z = R_д - G. \tag{1.76}$$

Так як сили P_x і P_z направлені протилежно силам R_x и R_z, то можем записати:

$$P_x = -R_x \ \text{ і } \ P_z = -R_z \tag{1.77}$$

при цьому замість (1.77) маємо:

$$P_x = P_h; \tag{1.78}$$

$$P_z = -(R_д - G). \tag{1.79}$$

Далі перетворюємо рівняння (1.79), підставляючи в нього (1.73) та (1.74), отримуємо:

$$P_x = -[\text{площа } (C'CED) - \text{площа } (ABCED)]\ b\gamma \tag{1.80}$$

або

$$P_z = -[\text{площа } (ABCC')]\ b\gamma. \tag{1.81}$$

Розглянувши (1.78) та (1.81), можна укласти таке.

1. Горизонтальна складова P_x шуканої сили дорівнює силі тиску рідини на плоску вертикальну прямокутну фігуру DE, що є проекцією аналізованої циліндричної поверхні на вертикальну

площину. У зв'язку з цим сила $P_x = P_h$ може бути виражена, як і у разі плоских фігур трикутником гідростатичного тиску DEF.

2. Вертикальна складова P_z шуканої сили дорівнює взятій зі знаком мінус ваги уявного рідкого тіла площею перерізу $ABCC'$. Це уявне рідке тіло називається тілом тиску (див. площу, покриту на кресленні штрихуванням).

Позначимо вагу тіла тиску через G_0. Тоді замість (1.81) можна написати

$$P_z = -G_0. \tag{1.82}$$

Знайшовши таким чином складові P_x і P_z шляхом геометричного складання їх визначаємо шукану силу P тиску рідини на циліндричну поверхню, що розглядається.

Як видно, 1-й випадок циліндричної поверхні характеризується тим, що вертикаль CC лежить поза рідиною.

2-й випадок циліндричної поверхні (вертикаль CC' лежить усередині рідини).

Уявимо на рис. 1.13 випадок коли рідина знаходиться над циліндричною поверхнею. Обмежимося тут пошуком лише складових P_x і P_z. Розмірковуючи, як і вище, можна показати, що горизонтальна складова P_x виражається так само, як і в попередньому випадку.

Що ж до складової P_z, то виявляється, що для циліндричної поверхні, показаної на рис. 1.13.

$$P_z = +G_0. \tag{1.83}$$

Як видно, в даному випадку «тіло тиску» (див. штриховану площу на рис. 1.13) лежить в області дійсної, а не уявної рідини. Маючи це на увазі, таке тіло тиску називають позитивним; тіло тиску в першому випадку циліндричної поверхні називають негативним.

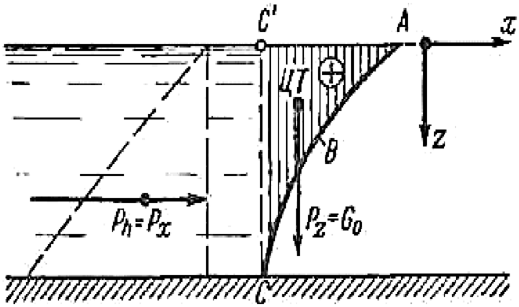


Рис. 1.13. Епюри тиску на циліндричну поверхню *ABC* (вертикаль *CC′* лежить усередині рідини)

3-й випадок циліндричної поверхні

Уявимо на рис. 1.14 таку циліндричну поверхню *ABC*, яка перетинається в деякій «вузловій точці» *N* з вертикаллю *CC′*, проведеної через нижню точку *C* циліндричної поверхні.

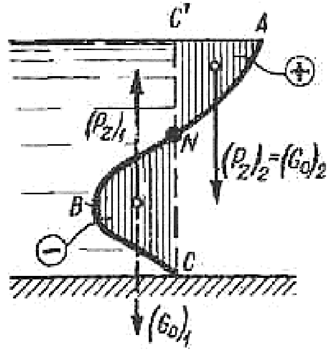


Рис. 1.14. Епюра вертикального тиску
(тіла тиску) на циліндричну поверхня *ANBC*
(вертикаль *CC′* частково лежить
поза рідиною, частково – усередині рідини)

Як видно, в даному випадку одночасно отримуємо і позитивне та негативне тіла тиску. Складаючи сили $(P_z)_1$, $(P_z)_2$ і P_x (визначені, як зазначено вище), знаходимо потрібну силу P.

4-й випадок циліндричної поверхні

Плоский прямокутник, що проектується в лінію АВС (рис. 1.15), є окремим випадком циліндричної поверхні.

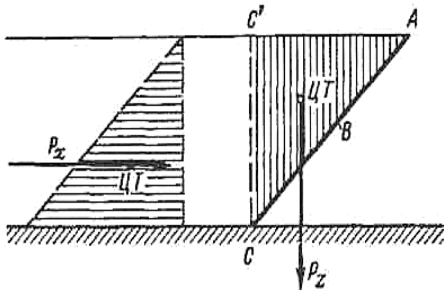


Рис. 1.15. Епюри складових сил
тиску на плоску прямокутну фігуру

Тому при знайденні *P* для цього прямокутника можна зробити так само, як у другому випадку циліндричної поверхні. В результаті знайдемо складові P_x та P_z. Складаючи геометрично ці дві сили, отримаємо силу, що виражається епюрою ОАВ, представленою на рис. 1.11, *б*.

1.15. Кругла труба, схильна до внутрішнього гідростатичного тиску

Розглянемо тиск на стінки труби з боку рідини, що знаходиться всередині труби (внутрішній гідростатичний тиск).

1. Сила гідростатичного тиску на стінки прямолінійної труби. Уявимо на рис. 1.16 поперечний переріз горизонтальної труби, заповненої рідиною, що покоїться.

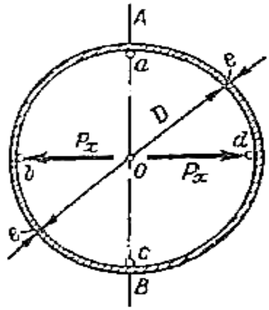


Рис. 1.16. Внутрішній гідростатичний тиск P_x, що розриває трубу по площині *AB*

Позначимо через p гідростатичний тиск у центрі труби O. Зрозуміло, що тиск у верхній точці труби буде $p-\frac{D}{2}\gamma$, де D – діаметр труби, а тиск у самій нижній точці труби буде дорівнює $p+\frac{D}{2}\gamma$. Часто величиною $\frac{D}{2}\gamma$ порівняно з величиною p можна знехтувати і вважати, що тиск рідини, що знаходиться в трубі, однаковий по всьому її поперечному перерізу (p = const). Цей випадок і розглядатимемо.

Під дією внутрішнього тиску p труба може розірватися, наприклад, по площині AB. З тим щоб розрахувати товщину e стінок труби, що забезпечує достатню міцність труби, нам необхідно знати силу P_x гідростатичного тиску, що діє на циліндричну поверхню abc або на циліндричну поверхню adc. Можна показати, що сила, що шукається, дорівнює тиску на плоску прямокутну фігуру ac, що є вертикальною проекцією циліндричної поверхні abc (або adc).

Оскільки зазначена прямокутна фігура ac є діаметральним перерізом труби, то шукана сила

$$P_x = Dlp, \tag{1.84}$$

де l – довжина труби.

Користуючись цією формулою, на практиці розраховують товщину стінок круглоциліндричних судин і труб, що знаходяться під внутрішнім гідростатичним тиском. Оскільки сила P_x прагне розірвати аналізовану трубу в двох місцях (у точки *a* і у точки *c*), то товщину стінки труби слід розраховувати на розрив її силою, що дорівнює $P_x/2$.

2. Сила гідростатичного тиску на стінки зігнутої труби. Розглянемо трубу, яка має поворот (рис. 1.17). Коліно труби *abcd* під впливом внутрішнього гідростатичного тиску прагнутиме зрушити у бік сили *P*.

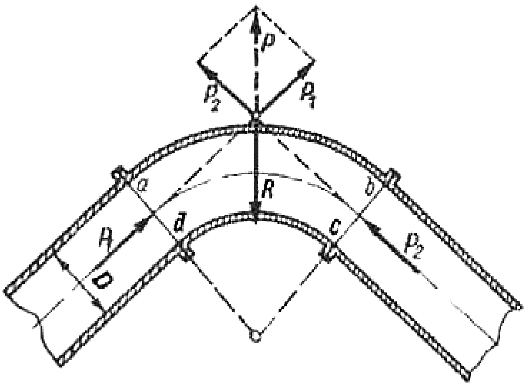


Рис. 1.17. Сила гідростатичного тиску *P*, що діє на коліно труби

Ця сила є різницею тисків:

а) щодо відносно велику внутрішню поверхню труби, що лежить в районі лінії *ab*;

б) на відносно малу внутрішню поверхню труби, що лежить в районі лінії *cd*.

Силу *P* знаходимо в такий спосіб.

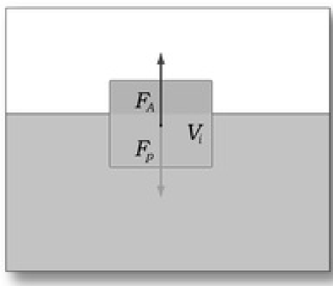
Виділяємо відсік рідини *abcd*, що у трубі. Якщо знехтувати власною вагою цього відсіку, можна сказати, що цей відсік перебуває у спокої під впливом сил, показаних на рис. 1.17:

$$P_1 = \frac{\pi D^2}{4} p \text{ і } P_2 = \frac{\pi D^2}{4} p, \tag{1.85}$$

і навіть під впливом реакції R стінок труби межах коліна *abcd* ($|R| = |P|$). Маючи це на увазі, складаємо геометрично P_1 та P_2 та отримуємо силу P (рис. 1.17). На величину сили P зазвичай розраховують звані анкерні опори трубопроводів, влаштовуються у місцях повороту труб.

1.16. Закон Архімеда. Плавучість та остійність

Закон Архімеда – один з головних законів гідростатики та статики газів.



Закон Архімеда формулюється наступним чином: *на тіло, занурене в рідину (або газ), діє сила, що виштовхує, рівна вазі витісненої цим тілом рідини (або газу). Сила називається силою Архімеда:*

$$F_A = \rho g V,$$

де ρ – щільність рідини (газу); g – прискорення вільного падіння; V – об'єм зануреного тіла (або частина об'єму тіла, що знаходиться нижче поверхні).

Якщо тіло плаває на поверхні або рівномірно рухається вгору або вниз, то виштовхувальна сила (називається також архімедовою силою) дорівнює по модулю (і протилежна за напрямом) силі тяжіння, що діяла на витіснений тілом обсяг рідини (газу), і прикладена до центру тяжкості.

Тіло плаває, якщо сила Архімеда врівноважує силу важкості тіла.

Слід зазначити, що тіло має бути повністю оточене рідиною (або перетинатися поверхнею рідини). Так, наприклад, закон Архімеда не можна застосувати до кубика, що лежить на дні резервуара, герметично торкаючись дна.

Що стосується тіла, що знаходиться в газі, наприклад, у повітрі, то для знаходження підйомної сили потрібно замінити густину рідини на густину газу. Наприклад, кулька з гелієм летить вгору через те, що щільність гелію менша, ніж щільність повітря.

Закон Архімеда можна пояснити за допомогою різниці гідростатичних тисків на прикладі прямокутного тіла.

$$P_B - P_A = \rho g h;$$
$$F_B - F_A = \rho g h S = \rho g V,$$

де P_A, P_B – тиску в точках A та B; ρ – щільність рідини; h – різниця рівнів між точками A та B; S – площа горизонтального поперечного перерізу тіла; V – обсяг зануреної частини тіла.

Візьмемо тверде тіло AB, занурене в рідину (рис. 1.18).

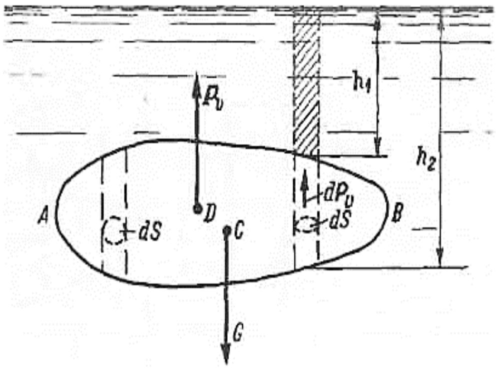


Рис. 1.18. Вертикальна підйомна сила P_v (архімедова сила); G – вага твердого тіла; C – центр тяжкості його; D – центр водотоннажності

Розіб'ємо його на ряд вертикальних циліндрів з площею поперечного перерізу dS. Розглядаючи один такий циліндр, бачимо, що зверху на нього тисне вага стовпа рідини, що дорівнює $\gamma h_1\, dS$; знизу – вага стовпа рідини, що дорівнює $\gamma h_2\, dS$. Ясно, що циліндр твердого тіла, що розглядається, буде відчувати підйомне зусилля (спрямоване вгору), рівне:

$$dP_v = (h_2 - h_1)\gamma dS. \tag{1.86}$$

Сума елементарних підйомних сил dP_v, що діють на всі циліндри, що складають це тверде тіло, дасть нам повну підйомну силу P_v, що прагне підняти тіло вгору.

Як видно, вертикальна підйомна сила P_v (архімедова сила) дорівнює вазі рідини в обсязі тіла, що розглядається; точкою докладання сили P_v є центр ваги D об'єму рідини AB. Точка D називається центром водотоннажності. У випадку точка D не збігається з центром тяжкості C твердого тіла, де прикладена його власна вага G.

Можна розрізняти такі три випадки:

$P_v < G$ – тіло тоне;

$P_v > G$ – тіло спливає поверхню рідини;

$P_v = G$ – тіло плаває у зануреному стані.

1. Випадок $P_v = G$. Тут, своєю чергою, можемо розрізняти (рис. 1.19):

а) стійка рівновага тіла (схема *а*);

б) нестійка рівновага тіла (схема *б*);

в) байдужа рівновага (схема *в*).

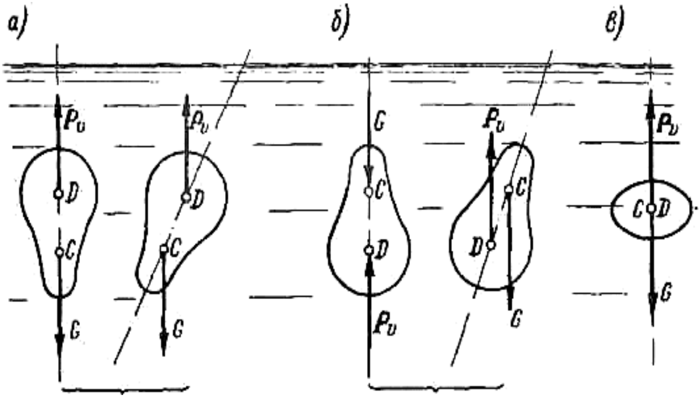


Рис. 1.19. Плавання тіла в повністю зануреному стані

2. Випадок P_v > G. У цьому випадку тіло спливатиме доти, доки частина його не вийде з рідини (рис. 1.20, *а*), причому буде дотримана умова

$$G = P_v' \ , \tag{1.87}$$

де P_v' – вага рідини, витісненої плаваючим тілом.

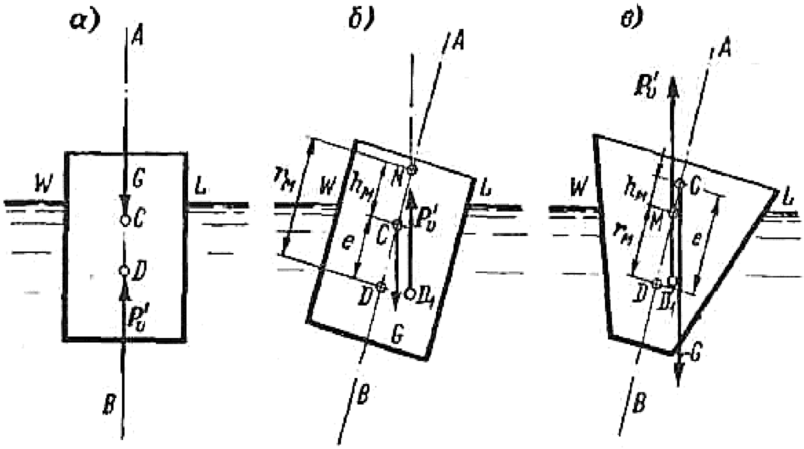


Рис. 1.20. Плавання судна в частково зануреному стані:

а) стан рівноваги; *б*) стійке; *в*) нестійке

C – центр тяжкості судна; *D* – центр водотоннажності за відсутності крену;

D_1 – те саме за наявності крену; *M* – метацентр;

$г_м$ – метацентричний радіус; $Л_м$ – метацентрична висота;

e – ексцентриситет

Розглянемо схему, коли точка *C* (центр тяжкості плаваючого тіла) вище точки *D* (центру водотоннажності). І тут, на відміну схеми на рис. 1.19, *б*, можемо отримати, як нестійку, так і стійку рівновагу. Пояснимо це питання стосовно плавання судна (у воді, що покоїться), причому будемо користуватися наступними термінами та позначеннями (рис. 1.20):

WL – площа вантажної ватерлінії (площа горизонтального перерізу судна по лінії HL),

AB – вісь плавання;

C – центр тяжкості судна;

D – центр водотоннажності при рівновазі судна;

D_t – центр водотоннажності при крені судна;

M – точка перетину осі плавання AB з вертикаллю, проведеної через центр водотоннажності D_1, ця точка називається метацентром.

Порівнюючи два різних судна, представлених на рис. 1.20, *б*, *в*, бачимо наступне:

1) на рис. 1.20, *б* центр водотоннажності при крені виявився правіше точки *C*, причому виник момент, що повертає судно в положення спокою. Даний випадок характеризується тим, що метацентр *M* лежить вище за точку *C*;

2) на рис. 1.20, *в* центр водотоннажності при крені виявився лівіше точки *C*, причому виник момент, що перекидає судно. Даний випадок характеризується тим, що метацентр *M* лежить нижче за точку *C*.

Центр водотоннажності іноді називають «центром величини».

Позначимо довжини відрізків DC, CM та DM відповідно через e, h_M та r_M:

$$\overline{DC} = e;\ \overline{CM} = h_M;\quad \overline{DM} = r_M = e + h_M. \tag{1.88}$$

Ці відрізки називаються: e – ексцентриситетом; h_M – метацентричною висотою; r_M – метацентричний радіус.

Величина h_M вважається позитивною, якщо точка M розташовується вище за точку C (рис. 1.20, *б*) і негативною, якщо точка M розташовується нижче точки C (рис. 1.20, *в*).

Остійністю судна називається здатність його повертатися у стан рівноваги після отримання крену. Маючи на увазі сказане, можемо стверджувати таке:

1) якщо для даного судна $h_M > 0$, або, що те ж $r_M > e$, це судно є стійким (1.20, *б*);

2) якщо для даного судна $h_M < 0$, або, що те саме, $r_M < e$, таке судно є нестійким (рис. 1.20, *в*).

Для даного судна ексцентриситет є постійною величиною.

При невеликому вугіллі крену (менше, наприклад, 15°) можна вважати, що точка D переміщається по дузі кола, описаного з метацентру радіусом r_M, причому сама точка M не змінює свого положення на осі плавання.

Як видно, для даного судна метацентричний радіус r_M, та метацентрична висота h_M вважаються постійними (у разі невеликих кренів).

Можна показати, що метацентричний радіус

$$r_M = \frac{I}{V},$$

де V – обсяг води, витісненої судном (об'ємна водотоннажність судна); I – момент інерції площі вантажної ватерлінії (рис. 1.20, *а*) щодо горизонтальної поздовжньої осі, що проходить через центр тяжкості цієї площі.

Зрозуміло що чим більше для даного судна величина r_M (порівняно з величиною e), тим більша стійкість судна.

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 1

Тема «Одиниці виміру в гідравліці. Властивості рідини. Тиск у точці та його властивості»

Задача 1.1

Нормальний атмосферний тиск відповідав 760 міліметрам ртутного стовпа. Чому дорівнює він у системі СІ, якщо густина ртуті 13,6 кг/л? Скільком паскалям дорівнює технічна атмосфера, що становить 1 кілограм-силу на см^2?

Рішення

$$P_a = \rho g h = 13600 \text{ кг/м}^3 \times 9{,}81 \text{ м/с}^2 \times 0{,}76 \text{ м} \approx 101400 \ \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot 1}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^2}.$$

$$P_a = 101400 \text{ Па}.$$

$$1 \text{ кг-с} = 1 \text{ кг} \times 9{,}81 \text{ м/с}^2 = 9{,}81 \text{ Н}; \ 1 \text{ ат} = \frac{9{,}81 \text{ Н}}{0{,}0001 \text{ м}^2} = 98100 \text{ Па}.$$

У кратних одиницях:

$$P_a = 1014 \text{ гПа} = 101{,}4 \text{ кПа} = 0{,}1014 \text{ мПа}.$$

$$1 \text{ ат} = 981 \text{ гПа} = 98{,}1 \text{ кПа} = 0{,}0981 \text{ мПА}.$$

Задача 1.2

Вважаючи Світовий океан водоймою постійної глибини $H = 3600$ м з вертикальними абсолютно жорсткими берегами, визначити, як змінилась би його глибина, якби вода була дійсно нестискуваною. Модуль об'ємної пружності води прийняти $E_v = 2{,}1 \times 10^9$ Па, а густину $\rho = 1000$ кг/м^3.

Рішення

За визначенням модуля об'ємної пружності

$$E_v = -V\frac{dp}{dv},$$

або

$$dv = -V\frac{dp}{E_v}.$$

При площі океану S вважаємо $V = HS$, $dV = SdH$

$$dH = -H\frac{dp}{E_v}.$$

Середній тиск у товщі води $\frac{1}{2}\rho g H$, і щоб знайти зміну рівня океану, треба зняти цей тиск, тобто підставити в формулу

$$dp = \frac{1}{2}\rho g H .$$

Тоді

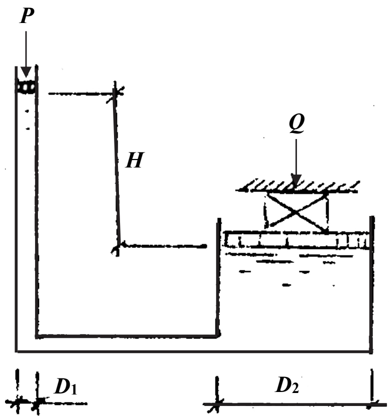
$$dH = \frac{\rho g H^2}{2E_v} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 3600^2}{2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^9} \approx 30 \text{ м} > 0.$$

Глибина Світового океану збільшилась би на 30 м.

Задача 1.3

Внутрішні діаметри циліндрів гідравлічного преса становлять $D_1 = 50$ мм, $D_2 = 300$ мм, рівні масла ($\rho = 800$ кт/м^3) в них відрізняються на H =400 мм. Для випробування на міцність бетонного зразка потрібне зусилля $Q = 800$ кН. Яку силу треба прикласти до лівого поршня?

Вагою поршнів та зразка знехтувати.



Рішення

Сила P розвиває тиск $\dfrac{4P}{\pi D_1^2}$ під лівим поршнем, а під правим $p = \rho g H + \dfrac{4P}{\pi D_1^2}$. Потрібне зусилля Q відповідає тискові $p = \dfrac{4Q}{\pi D_2^2}$. З рівності правих частин останніх виразів

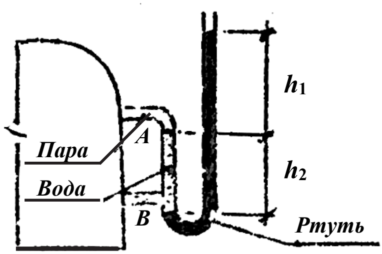
$$P = Q\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 - \frac{\pi\rho g D_1^2 H}{4},$$

$$P = 800000\left(\frac{50}{300}\right)^2 - \frac{3{,}14 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}05^2 \cdot 0{,}4}{4} = 15290\,,$$

$$P = 15{,}29 \text{ кН.}$$

Задача 1.4

До непрозорого парового котла приєднані, як вказано на схемі, п'єзометр та ртутний дифманометр, рівні води і ртуті відрізняються на $h_1 = 100$ мм, $h_2 = 300$ мм. Знайти абсолютний тиск $P_{па}$ пари в котлі, якщо атмосферний тиск відповідає $h = 750$ мм ртутного стовпа, густині рідин $\rho_в = 960$ кг/м^3, $\rho_р = 13600$ кг/м^3.



Рішення

Тиск пари й води в п'єзометрі ті ж, що і в котлі, рівень *A* води в них однаковий. На поверхню *B* розділу рідин від котла діє тиск $p_{па} + \rho_в g h_2$, а від дифманометра – тиск

$$p_а + \rho_в g(h_1 + h_2) = \rho_в g(h + h_1 + h_2)\,.$$

Вони рівні між собою

$$p_{па} + \rho_в g h_2 = \rho_р g(h + h_1 + h_2)\,.$$

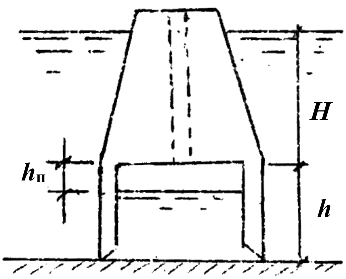
Звідки

$$p_{na} = g[\rho_в(h + h_1 + h_2) - \rho_в h_2],$$

$$p_{na} = 9{,}81\ [13600(0{,}75 + 0{,}1 + 0{,}3) - 960 \cdot 0{,}3] =$$
$$= 156250\ Па = 156{,}25\ кПа.$$

Задача 1.5

Яка висота h_n буде зайнята повітрям у закритій циліндричній каморі кесону висотою $h = 3$ м, якщо при атмосферному тиску $P_a = 98{,}1$ кПа і однаковій температурі повітря та води його вертикально й дуже повільно опустити на дно на глибині $H + h = 12$ м? Густина води $\rho = 1000$ кг/м^3.



Рішення

При площі основи камери S перед опусканням маємо об'єм повітря Sh, тиск p_a, після опускання – об'єм $Sh_п$, тиск $\rho g(H_a + H + h_п)$,

де $H_a = \dfrac{p_a}{\rho g} = 10$ м за законом Бойля-Маріотта $p_0V_0 = pV$,

$$H_a h = (H_a + H + h_п)h_п;\ H = 12 - 3 = 9\ м.$$

Відносно $h_п$ це квадратне рівняння

$$h_п^2 + (H_п + H)h_п - H_a h = 0$$

з єдиним додатнім корнем

$$h_п = \frac{\sqrt{(H_a + H)^2 + 4H_a h} - H_a - H}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{(10+9)^2 + 4 \cdot 10 \cdot 3} - 10 - 9}{2} = 1{,}47 \text{ м.}$$

Для збільшення $h_п$ в кесон звичайно подають стиснене повітря.

Задача 1.6

На який тиск треба розраховувати стінки водозабірної труби, якщо вона лежить на глибині H = 10 м і вакуум в ній $p_в$ =50 кПА?

Рішення

Ззовні на трубу діє абсолютний тиск $p_a + \rho g H$, зсередини $p = p_a - p_в$. Трубу розраховують на їх різницю

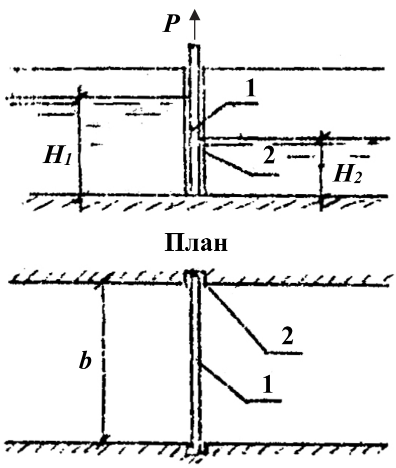
$$p_a + \rho g H - p_a + p_в = p_в + \rho g H = 50 + 1 \cdot 9{,}81 \cdot 10 = 148{,}1 \text{ кПа.}$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 2

Тема «Сила тиску на плоскі й криволінійні стінки»

Задача 2.1

Плоский прямокутний вертикальний щит масою m = 500 кг перекриває канал шириною b = 3 м, підтримуючи в ньому різні глибини (H_1 = 2м, H_2 = 1 м води (ρ = 1000кг/м^3). Вертикальні краї щита 1 в пазах 2 спираються на стінку, коефіцієнт тертя між щитом і стінкою f = 0,4. Якої вантажопідйомності в тонях має бути механізм для підйому щита?



Рішення

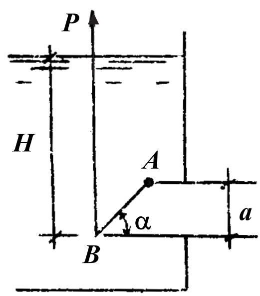
Епюри надлишкового гідростатичного тиску на щит зліва і справа в трикутники з висотами H_1, H_2, та основами $\rho g H_1$, $\rho g H_2$. Різниця їх площ, помножена на b та f плюс вага щита mg – це зусилля P для підйому щита. Вантажопідйомність механізму буде

$$\frac{P}{g} = \frac{\rho v f}{2}\left(H_1^2 - H_2^2\right) + m = \frac{1000 \cdot 3 \cdot 0{,}4}{2}\left(2^2 - 1^2\right) + 500 = 2300 \text{ кг} = 2{,}3 \text{ т.}$$

Задача 2.2

Для випуску нафти (ρ = 860 кг/м^3) з бака служить труба з прямокутним перерізом $a \times b$ (a = 0,5 м, b = 0,3 м).

Вона зрізана під кутом α до горизонту й закрита прямокутним щитом AB з шарніром у точці A. При глибині нафти H = 3 м знайти величину кута α, що забезпечує найменш вертикальне зусилля P для підйому щита та обчислити це зусилля. Вагою щита й тертям у шарнірі знехтувати.



Рішення

Тиск у центрі щита AB є $\rho g\left(H-\frac{a}{2}\right)$, його площа $\frac{ab}{\sin\alpha}$, центр тиску лежить від шарніра A на відстані

$$\frac{a}{2\sin\alpha}+\frac{ba^3}{12\sin^3\alpha}\times\frac{\sin\alpha}{ab}\times\frac{\sin\alpha}{H-a/2}=\frac{a(3H-a)}{b(H-a/2)\sin\alpha}.$$

Момент, що утримує щит від повороту навколо осі A, є добуток усіх трьох виразів

$$\frac{\rho g a^2 b(3H-a)}{6\sin^2\alpha}.$$

Він дорівнює моменту $Pa\,\mathrm{ctg}\,\alpha$ від сили P навколо тієї ж осі, тому

$$P=\frac{\rho gab\,(3H-a)}{3\sin 2\alpha}.$$

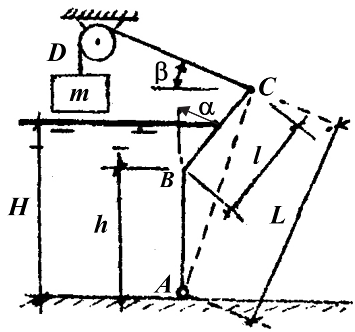
Найменшим P буде при $\sin 2\alpha = 1$, $\alpha = 45°$. Значить,

$$P=\frac{\rho gab(3H-a)}{3}=\frac{860\cdot 9{,}81\cdot 0{,}5\cdot 0{,}3(3\cdot 3-0{,}5)}{3}=$$

$$= 3586 \text{ Н} = 3{,}586 \text{ кН}.$$

Задача 2.3

Канал шириною $b = 3$ м з глибиною води ($\rho = 1000$ кг/м^3) $H = 2$ м перекритий щитом ABC, верхня частина BC якого відхилена від вертикальної нижньої AB на кут $\alpha = 30°$. Висота цих частин $l = 2$ м, $h = 1$ м. Низ щита утримується шарніром A, верх C – тросом, перекинутим через блок D і зв'язаним з масою m. Нехтуючи масою щита і тертям у шарнірі та блоці, знайти кут β нахилу троса CD, при якому маса m найменша, обчислити цю масу.



Рішення

Момент M сили гідростатичного тиску відносно шарніра A є сила моментів від горизонтальної й вертикальної її складових

$$M = \frac{\rho g b H^2}{2} \cdot \frac{H}{3} + \frac{\rho g b (H-h)^2 tg\alpha}{2} \cdot \frac{(H-h)\,\mathrm{tg}\,\alpha}{3} = \frac{\rho g b}{6}\left[H^3 + (H-h)^3\,\mathrm{tg}^2\,\alpha\right].$$

Він повинен дорівнювати моменту mgL від зусилля в тросі CD, тому

$$m = \frac{\rho l}{6L}\left[H^3 + (H-h)^3\,\mathrm{tg}^2\,\alpha\right].$$

Маса m буде найменшою при найбільшому плечі L зусилля в тросі, тобто при найбільшій відстані між шарніром A й напрямком CD. Відстань не може бути більшою за AC, тобто треба мати $CD \perp AC$.

Звідси

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{l \sin\alpha}{h + l\cos\alpha},$$

а з теореми косинусів для трикутника ABC

$$AC = L = \sqrt{h^2 + l^2 + 2hl\cos\alpha},$$

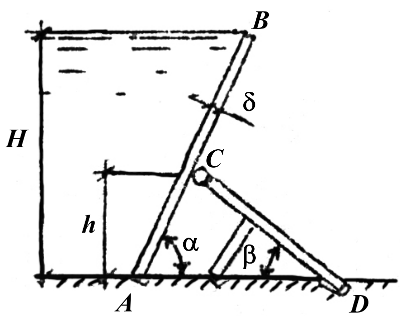
$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{2 \cdot \sin 30^\circ}{1 + 2 \cdot \cos 30^\circ} = 0{,}366\,;\ \beta = 20{,}1^\circ.$$

$$L = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2 \cdot 2 \cos 30^\circ} = 2{,}91 \text{ м.}$$

$$m = \frac{1000 \cdot 3}{6 \cdot 2{,}91}\left[2^3 + (2-1)^3\,\mathrm{tg}^2\,30^\circ\right] = 1435 \text{ кг} = 1{,}435 \text{ т.}$$

Задача 2.4

Гребля системи Шаноана має дерев’яний щит *AB* товщиною $\delta = 0{,}3$ м, що шарнірно зв’язаний з укосом *CD* козлової опори. Щит повертається навколо цього шарніра, якщо глибина води (ρ = 1000 кг/м^3) перевищить величину H = 3 м. Кут нахилу щита до горизонту α = 60°, об’ємна маса водонасиченого дерева ρ_1 = 900 кг/м^3. Знайти висоту h положення шарніра й кут нахилу β укоса *CD* до горизонту з умови неперекидання греблі навколо точки *D* при глибині *H*. Розрахунок вести на 1 м греблі у двох варіантах: нехтуючи масою щита і враховуючи її.



Рішення

Рівнодійна $\dfrac{\rho g H^2}{2\sin\alpha}$ гідростатичного тиску нормальна до щита й прикладена на відстані $\dfrac{H}{3}=1$ м від дна. На цій висоті, незалежно від кута α, повинен бути шарнір C за першим варіантом. Гребля не перекинеться, якщо рівнодійна буде спрямована від точки C до D або нижче неї, тобто $\beta = 90° - \alpha$, $\beta = 30°$. У другому варіанті повинно бути $h > \dfrac{H}{3}$, щоб момент рівнодійної відносно C дорівнював моменту від ваги щита, прикладеної в середині його висоти

$$\frac{\rho g H^2}{2\sin\alpha}\cdot\frac{h - H/3}{\sin\alpha} = \rho_1 g \delta H\left(\frac{H}{2} - h\right)\operatorname{ctg}\alpha .$$

Звідси

$$h = \frac{H}{3}\cdot\frac{\rho H + 1{,}5\rho_1\delta\sin 2\alpha}{\rho H + \rho_1\delta\sin 2\alpha} > \frac{H}{3}.$$

Перекидає щит горизонтальна складова $\dfrac{\rho g H^2}{2}$ рівнодійної, утримує вертикальна $\dfrac{\rho g H^2\operatorname{ctg}\alpha}{2}$ і сила ваги щита $\dfrac{\rho_1 g\delta H}{\sin\alpha}$. Плечі цих сил навколо точки D становлять відповідно $\dfrac{H}{3}$.

$$h\operatorname{ctg}\beta + \left(h - \frac{H}{3}\right)\operatorname{ctg}\alpha, \quad h\operatorname{ctg}\beta - \left(\frac{H}{2} - h\right)\operatorname{ctg}\alpha .$$

Маємо умову стійкості

$$\frac{\rho g H^2}{2}\frac{H}{3} \le \frac{\rho g H^2 \operatorname{ctg}\alpha}{2}\left[h\operatorname{ctg}\beta + \left(h - \frac{H}{3}\right)\operatorname{ctg}\alpha\right] +$$

$$+\frac{\rho_1 g\delta H}{\sin\alpha}\left[h\operatorname{ctg}\beta - \left(\frac{H}{2} - h\right)\operatorname{ctg}\alpha\right],$$

або

$$\operatorname{tg}\beta \le \frac{3(\rho H\cos\alpha + 2\rho_1\delta)\cdot h}{\rho H^2\sin\alpha + [3\rho_1\delta(H-2h) - \rho H\cos\alpha(3h-H)]\operatorname{ctg}\alpha},$$

$$h = \frac{3(1000\cdot 3 + 1{,}5\cdot 900\cdot 0{,}3\cdot \sin 120^\circ)}{3(1000\cdot 3 + 900\cdot 0{,}3\cdot \sin 120^\circ)} = 1{,}04 \text{ м},$$

$$\operatorname{tg}\beta \le \frac{3(1000\cdot 3\cdot\cos 60^\circ + 2\cdot 900\cdot 0{,}3)\cdot 1{,}04}{1000\cdot 3^2\cdot\sin 60^\circ + [3\cdot 900\cdot 0{,}3(3-2\cdot 1{,}04) - 1000\cdot 3\cos 60^\circ(3\cdot 1{,}04 - 3)]\operatorname{ctg}60^\circ}$$

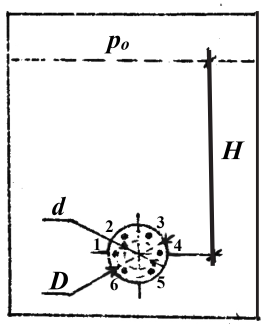
$$\operatorname{tg}\beta \le 0{,}786, \quad \beta \le 38{,}1^\circ.$$

Останні формули для h і β при $\rho_1 = 0$ дають перший варіант рішення

$$h = \frac{H}{3} = 1 \text{ м}, \ \operatorname{tg}\beta \le \operatorname{ctg}\alpha, \ \beta \le 90^\circ - \alpha = 30^\circ.$$

Задача 2.5

Випускна труба внутрішнім діаметром d = 300 мм закрита кришкою на болтах 1 – 6. Вони розташовані по вершинах правильного шестикутника, вписаного в коло діаметром D = 350 мм. На яке найбільше зусилля R має бути розрахований болт при рівні нафти (ρ = 850 кг/м^3) H = 250 мм і тиску p_o на її поверхні, рівному: а) атмосферному? б) 100 кПа над атмосферним?



Рішення

а) Кришку можна вважати навантаженою в центрі силою $N = \rho g H \cdot \dfrac{\pi d^2}{4}$ і моментом $M = Ne$, де ексцентриситет

$$e = \frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{4}{\pi d^2 H} = \frac{d^2}{16H}.$$

Сила N розподілена між усіма болтами порівну, а момент сприймається болтами 2,3 й 5,6 попарно. Відстань між осями цих пар

$$\frac{D\sqrt{3}}{2} = 0{,}866\,D,$$

і шукане зусилля

$$R = \frac{N}{6} + \frac{M}{2 \cdot 0{,}866 \cdot D} = \frac{\pi \rho g H d^2}{24}\left(1 + \frac{d^2}{4{,}62 D \cdot H}\right),$$

$$R = \frac{3{,}14 \cdot 850 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3^2}{24}\left(1 + \frac{0{,}3^2}{4{,}62 \cdot 0{,}35 \cdot 0{,}2}\right) = 25{,}1 \text{ Н}.$$

б) Замість H треба підставити

$$H + \frac{p_o}{\rho g} = 0{,}2 + \frac{100000}{850 \cdot 9{,}81} = 12{,}2 \text{ м},$$

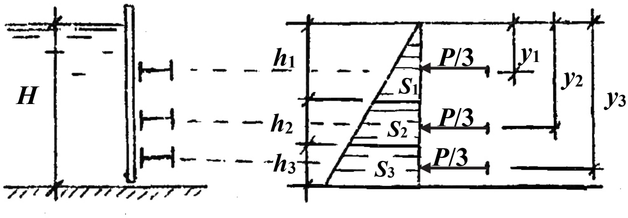
і тоді

$$R = \frac{3{,}14 \cdot 850 \cdot 9{,}81 \cdot 12{,}2 \cdot 0{,}3^2}{24}\left(1 + \frac{0{,}3^2}{4{,}62 \cdot 0{,}35 \cdot 12{,}2}\right) = 1200 \text{ Н} = 1{,}2 \text{ кН}.$$

При рості H в 61 раз R збільшилось тільки в 47 разів через менший ексцентриситет і рівномірніший розподіл зусилля між болтами.

Задача 2.6

Вертикальний плоский щит спирається на три горизонтальні двотаврові ригелі. Глибина води H = 3 м, ширина щита b = 1 м. Розташувати ригелі по висоті так, щоб навантаження на них було однакове. Густина води ρ = 1,024 т/м^3.



Рішення

Сила тиску на щит

$$P = \frac{1}{2}\rho g H^2 b = \frac{1}{2}\cdot 1{,}024\cdot 9{,}81\cdot 3^2\cdot 1 = 45 \text{ кН}$$

повинна порівну розділятися між ригелями так, що на кожний діятиме

$$\frac{P}{3} = \frac{45}{3} = 15 \text{ кН}.$$

Частини епюри тиску S_1, S_2, S_3 повинні мати рівні площі, тому

$$\begin{cases} \dfrac{P}{3} = \dfrac{1}{2}\rho g h_1^2 b, \\ \dfrac{2P}{3} = \dfrac{1}{2}\rho g (h_1 + h_2)^2 b. \end{cases}$$

Звідси знаходимо

$$\begin{cases} 15 = \dfrac{1}{2} \cdot 1{,}024 \cdot 9{,}81 \cdot h_1^2 \cdot 1 \\ 30 = \dfrac{1}{2} \cdot 1{,}024 \cdot 9{,}81 (h_1 + h_2)^2 \cdot 1. \end{cases}$$

$$h_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{1{,}024 \cdot 9{,}81}} = 1{,}73 \text{ м}, \quad h_1 + h_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 30}{1{,}024 \cdot 9{,}81}} = 2{,}45 \text{ м}.$$

$$h_2 = 2{,}45 - 1{,}73 = 0{,}72 \text{ м}.$$

Тоді

$$h_3 = 3 - 1{,}73 - 0{,}72 = 0{,}55 \text{ м}.$$

Сили повинні проходити через центр ваги площ S_1, S_2, S_3.

Тому

$$y_1 = \frac{2}{3} h_1 = \frac{2}{3} \cdot 1{,}73 = 1{,}15 \text{ м}.$$

$$y_2 = h_1 + \frac{h_2}{3} \cdot \frac{h_1 + 2h_2}{h_1 + h_2} = 1{,}73 + \frac{0{,}72}{3} \cdot \frac{1{,}72 + 2 \cdot 0{,}72}{1{,}73 + 0{,}72} = 2{,}11 \text{ м}.$$

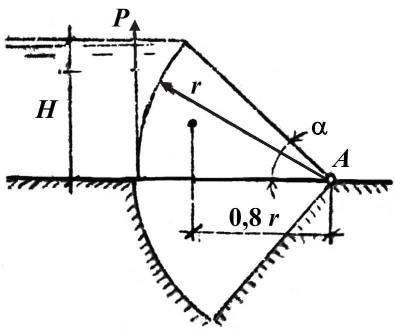
$$y_3 = h_1 + h_2 + \frac{h_3}{3} \cdot \frac{h_1 + h_2 + 2H}{h_1 + h_2 + H} = 2{,}45 + \frac{0{,}55}{3} \cdot \frac{2{,}45 + 2 \cdot 3}{2{,}45 + 3} = 2{,}73 \text{ м}.$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 3

Тема «Сила тиску на криволінійні стінки»

Задача 3.1

Секторний затвор кутовим розміром α = 45° перекриває канал шириною b = 2 м з глибиною води H = 3 м. Маса затвора m = 2500 кг, центр мас лежить на відстані 0,8 r від шарніра A по горизонталі. Знайти вертикальну силу P, необхідну для утримання затвору, і зусилля Q в шарнірі A.



Рішення

Сумарна сила тиску на круглоциліндричну поверхню прикладена до неї на висоті $\frac{H}{3}$ і проходить через центр циліндра. Тому за горизонтальною складовою

$$P_x = \frac{\rho b g H^2}{2}$$

можна зразу знайти вертикальну

$$P_z = \frac{P_x H}{3r}$$

і зусилля в шарнірі

$$Q = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \frac{\rho g b H^2}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{\sin\alpha}{3}\right)^2},$$

оскільки

$$r = \frac{H}{\sin\alpha}.$$

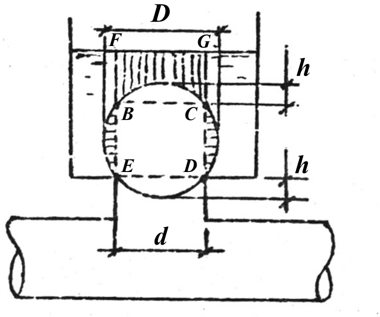
Воно цілком сприймається шарніром і не впливав на величину P, що визначається рівністю моментів навколо A.

$$P = mg \cdot \frac{0{,}8r}{r} = 2500 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}8 = 19620 \text{ Н} = 19{,}62 \text{ кН}.$$

$$Q = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot 3^2}{2}\sqrt{1 + \left(\frac{\sin 45^\circ}{3}\right)^2} = 90740 \text{ Н} = 90{,}74 \text{ кН}.$$

Задача 3.2

При якому манометричному тиску p в трубі A спрацює кульовий запобіжний клапан, якщо діаметр кулі D = 150 мм, сідла d = 100 мм, рівень води (ρ = 1000 кг/м^3) над сідлом H = 500 км? Куля бронзова, ρ_1 = 8000 кг/м^5, висотою стовпа води під кулею знехтувати.



Рішення

Об'єм $V_р$ реального тіла тиску (вертикальна штриховка) складається з об'єму $V_{ц1}$ циліндра *BCGF* без об'єму $V_с$ кульового сегмента висотою *h*. Об'єм $V_ф$ фіктивного тіла тиску (горизонтальна штриховка) складається з об'єму кулі $V_к$ без об'єму $V_{ц2}$ циліндра *BCDE*: двох об'ємів $V_с$. Об'єм сумарного тіла тиску є

$$V_р - V_ф = V_{ц1} - V_с - V_к + V_{mh} + 2\ V_с = V_ц + V_с - V_к,$$

де $V_ц = V_{ц1} + V_{ц2} = \dfrac{\pi d^2 H}{4}$; $V_с = \dfrac{\pi h^2}{6}(3D - 2h)$; $V_к = \dfrac{\pi h^3}{6}$.

Притискує кулю її вага й вага сумарного тіла тиску, а ділячи цю суму на площу $\dfrac{\pi d^2}{4}$, маємо шуканий тиск

$$P = \frac{\rho g}{3d^2}\left[3d^2 H + 2h^2(3D - 2h) + 2D^3\left(\frac{\rho_1}{\rho} - 1\right)\right].$$

Висота *h* сегмента тут

$$h = \frac{D - \sqrt{D^2 - a^2}}{2} = \frac{0{,}15 - \sqrt{0{,}15^2 - 0{,}1^2}}{2} = 0{,}019\ \text{м},$$

тоді

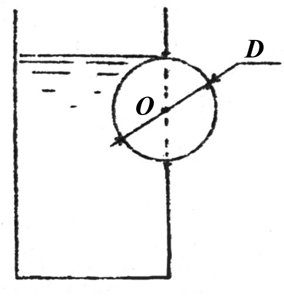
$$P = \frac{1000 \cdot 9{,}81}{3 \cdot 0{,}1^2} \times$$

$$\times \left[3 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}3 + 2 \cdot 0{,}019^2 (3 \cdot 0{,}15 - 2 \cdot 0{,}019) + 2 \cdot 0{,}15^3 \left(\frac{8000}{1000} - 1 \right) \right] =$$

$$= 20400 \text{ Па} = 20{,}4 \text{ кПа}.$$

Задача 3.3

«Вічний двигун» має циліндр діаметром D, довжиною b, закріплений на осі O в отворі плоскої стінки бака з водою. Знайти момент M навколо осі O від вертикальної складової сили гідростатичного тиску на циліндр. Чому його недостатньо для обертання циліндра?



Рішення

Сила гідростатичного тиску на будь-яку малу частину бічної поверхні циліндра, а значить, і рівнодійна, спрямовані по радіусу циліндра до осі O. Результуючий момент дорівнює нулю, і циліндр обертатися не буде. Шуканий момент M буде рівним і протилежнім по знаку моменту від горизонтальної складової навколо точки O

$$M = \frac{\rho g b D^2}{2}\left(\frac{D}{2} - \frac{D}{3}\right) = \frac{\rho g b D^3}{12}.$$

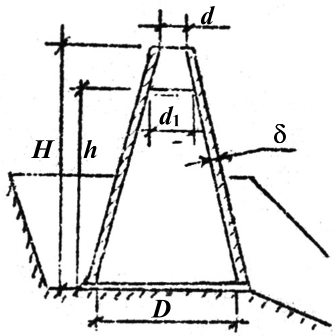
Звідси, до речі, можна знайти горизонтальну відстань l центра напівциліндра від точки O

$$l = M : \frac{\pi \rho g D^2 b}{8} = \frac{2D}{3\pi}.$$

Це збігається з відомою формулою.

Задача 3.4

Масовий дозатор рідин включає зрізаний конус висотою $H = 110$ мм з внутрішніми діаметрами D = 200 мм, d = 45 мм, виконаний з бронзи (ρ_1 = 8000 кг/м^3). Він стоїть на полірованій горизонтальній площині, зверху в нього подається масло М-20 ($\rho = 895$ кг/м^3). При досягненні висоти масла h = 100 мм конус відривається від площини й випускає дозу m. Яка ця доза в кг і якою має бути товщина стінки δ?



Рішення

Діаметр d_1 конуса на поверхні масла буде

$$0{,}45 + \frac{20-0{,}45}{1{,}1}(1{,}1-1{,}0) = 0{,}59 \text{ дм},$$

об'єм дози

$$V = \frac{\pi h}{12}\left(D^2 + d_1^2 + Dd_1\right) = \frac{3{,}14\cdot 1{,}0}{12}\left(2^2 + 0{,}59^2 + 2\cdot 0{,}59\right) = 1{,}45 \text{ дм}^3$$

і маса дози

$$m = \rho V = 0{,}895 \text{ кг/дм}^3 \cdot 1{,}45 \text{ дм}^3 = 1{,}3 \text{ кг}.$$

Об'єм фіктивного тіла тиску на стінки конуса є

$$\frac{3{,}14\cdot 2^2\cdot 1}{4} = 1{,}45 = 1{,}69 \text{ дм}^3,$$

а його маса $0{,}895 \cdot 1{,}69 = 1{,}52$ кг. Таку ж масу повинен мати корпус конуса. Довжина його твірної

$$l = \frac{1}{2}\sqrt{4H^2 + (D-d)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4\cdot 1{,}1^2 - (2-0{,}45)^2} = 1{,}25 \text{ дм},$$

а маса корпусу

$$\frac{\pi\rho_1\delta l}{2}(D+d) = \frac{3{,}14\cdot\delta\cdot 1{,}25}{2}(2+0{,}45) = 38{,}5\ \delta \text{ (кг)}.$$

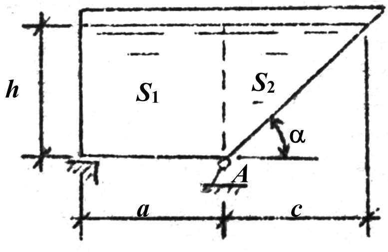
Тепер

$$\delta = \frac{1{,}52}{38{,}5} = 0{,}039 \approx 4 \text{ мм}.$$

Задача 3.5

Призматичний об'ємний дозатор рідин – це бак, одна з стінок якого нахилена до горизонту під кутом $\alpha = 30°$. На її межі з дном є вісь *A,* навколо якої дозатор перекидається, коли рівень в ньому досягає *h*.

Порожній дозатор знаходиться в граничній рівновазі, відстань між його опорами a = 0,4 м. Нехтуючи тертям в осі, знайти глибину води h і ширину b дозатора, що забезпечать дозу V = 100 л.



Рішення

Всі горизонтальні складові сил тиску взаємоврівноважені, і дозатор перекидається лише від вертикальних складових, від моментів відносно осі A ваги тіл тиску. Ці тіла – призми одної висоти b з площами основ S_1, S_2 *і* граничній рівновазі дозатора відповідає рівності

$$S_1 \frac{a}{2} = S_2 \frac{c}{3}, \;\; ah\frac{a}{2} = \frac{1}{2}ch \cdot \frac{c}{3}.$$

Звідки

$$c = a\sqrt{3} = 1{,}732a, \quad h = 1{,}732a \ \mathrm{tg}\alpha.$$

Тепер

$$V = \left(a + \frac{a + 1{,}732a}{2} \right) bh = 3{,}232a^2 b \ \mathrm{tg}\,\alpha\,;$$

$$b = \frac{V}{3{,}232a^2 \ \mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{0{,}1}{3{,}232 \cdot 0{,}4^2 \cdot \mathrm{tg}\,30^\circ} = 0{,}34\,\text{м};$$

$$h = 1{,}732 \cdot 0{,}4 \cdot \mathrm{tg}\ 30° = 0{,}4 \text{ м}.$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 4

Тема «Закон Архімеда. Плавучість і остійність»

Задача 4.1

Шматок граніту звалили на пружинному динамометрі в повітрі, одержали $m_п$ = 3,10 кг, а при зануренні шматка у прісну воду – $m_в$ = 1,96 кг. Яка густина $\rho_г$ граніту?

Рішення

Всі терези, гирі, динамометри градуйовані в одиницях маси, тому зважуванням ми встановлюємо масу. Різниця $m_п$ – $m_в$ за законом Архімеда є маса води в об’ємі V граніту, і якщо густина води

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3,$$

то

$$V = \frac{(m_п - m_в)}{\rho},$$

а густина граніту

$$\rho_г = \frac{m_п}{V} = \rho \frac{m_п}{m_п - m_в} = 1000 \cdot \frac{3{,}10}{3{,}10 - 1{,}95} = 2690 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 4.2

Підводний котлован у кварцовому піску робить плавкраном зі стальним (ρ_1 = 7800 кг/м^3) грейфером масою m = 0,8 т і ємкістю V = 1,5 м^3. Лабораторний аналіз показав, що густина кварцу ρ_2 = 2600 кг/м^3, а пористість піску n = 0,35. Яку вантажопідйомність повинен мати кран для:

а) переміщення піску під водою (m_1)?

б) подачі водонасиченого піску на берег (m_2)?

в) подальшого завантаження сухого піску в баржу (m_3)?

Рішення

а) У водонасиченому піску в об'ємі V грейфера є nV кубометрів води, яка впливає на вантажопідйомність крана тільки над водою. Сталь грейфера і кварц під водою по закону Архімеда ніби зменшують свою густину на густину води, тому, виражаючи густину в т/м^3, маємо

$$m_1 = \frac{m}{\rho_1}(\rho_1 - \rho) + (1-n)V(\rho_2 - \rho) =$$

$$= \frac{0{,}8}{7{,}8}(7{,}8 - 1) + (1 - 0{,}35)\cdot 1{,}5 \cdot (2{,}6 - 1) = 2{,}26 \text{ т.}$$

б) Під водою всі густими – без змін, крім того, враховуються маса води в порах:

$$m_2 = m + \rho_2(1-n)\cdot V + \rho n V = 0{,}8 + 2{,}6(1 - 0{,}35)\cdot 1{,}5 + 1\cdot 0{,}35 \cdot 1{,}5 = 3{,}86 \text{ т.}$$

в) $m_3 = m_2 - \rho n V = 3{,}85 - 1\cdot 0{,}35\cdot 1{,}5 = 3{,}34$ т.

Задача 4.3

Треба прибрати бетонний (ρ_1 = 2,4 т/м^3) масив довжиною 2,2 м, шириною 1,5 м і висотою 1,2 м, виявлений на глибині H = 8,0 м у місці майбутнього днопоглиблення. Дно піщане. Яка потрібна вантажопідйомність крана, щоб:

а) переставити масив під водою (m_1)?

б) підняти його на понтон (m_2)?

в) відірвати від дна, якщо воно глинисте (m_3)?

Рішення

а) За законом Архімеда

$$m_1 = V(\rho_1 - \rho) = 2{,}2 \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}2(2{,}4 - 1) = 3{,}96 \cdot 1{,}4 = 5{,}54 \text{ т.}$$

б) $m_2 = \rho_1 V = 2{,}4 \cdot 3{,}96 = 9{,}5$ т.

в) Глинисте дно практично не дає гідростатичному тиску поширитись на нижню грань масиву, тому закон Архімеда тут не діє. Навпаки, до величини m_2 треба додати масу тіла тиску на верхню грань масиву. Це явище називається присосом. При густині води 1 т/м^3 маємо

$$m_3 = 9{,}5 + 1 \cdot 2{,}2 \cdot 1{,}5 \cdot (8 - 1{,}2) = 32 \text{ т.}$$

Задача 4.4

На якій глибині H втратить плавучість футбольний м'яч об’ємом V_0 = 4 дм^3, масою m = 0,1 кг при абсолютному тиску повітря в ньому ρ_0 = 150 кПа? Вважати, що герметичності м’яч не втрачає. Прийняти атмосферний тиск відповідним h = 10 м водного стовпа.

Рішення

За законом Бойля-Маріотта $\rho_0 V_0 = \rho V$. Втраті плавучості відповідає об’єм $V = \dfrac{m}{\rho}$ і абсолютний тиск $\rho = \rho_a + \rho g H = \rho g (H + h)$.

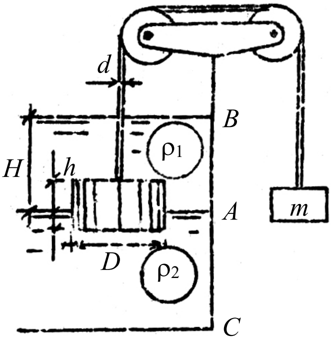
Маємо

$$H = \frac{\rho_0 V_0}{mg} - h = \frac{150000 \cdot 0{,}004}{0{,}3 \cdot 9{,}31} - 10 = 194 \text{ м.}$$

Цікаво, що у ртуті, коли h = 0,76 м, м’яч втратив би плавучість на глибині 203 м. Нестискувані тіла плавучості не втрачають.

Задача 4.5

В ємкості відстою баластна вода ділиться на шар AB нафти (ρ_1 = 880 кг/м^3) товщиною H і шар АС первинно очищеної води (ρ_2 = 980 кг/м^3). Покажчик рівнів рідин має порожнистий латунний (ρ_3 = 8000 кг/м^3) циліндр зовнішнім діаметром D = 300 мм, висотою $h + t$ = 50 мм, товщиною стінок δ = 4 мм. Циліндр утримується тросом діаметром d, перекинутим через два блоки і зв’язаним з масою m. Розрахунковий опір троса розриву R = 200 мПа. Знайти діаметр троса й масу m, необхідну для плавання циліндра при t = 10 мм, h = 40 мм.



Рішення

Об'єм латуні в циліндрі знайдемо як різницю об'ємів двох циліндрів висотою $h + t$ і діаметром D, $D - 2\delta$ плюс об'єм двох циліндрів висотою δ і діаметром $D - 2\delta$ кожний. Маса поплавка буде

$$m_1 = \frac{\pi \rho_3 \delta}{2}\left[2(D-\delta)(h+t) + (D-2\delta)^2\right].$$

Підставимо розміри в см, $\rho_3 = 8$ г/см^3:

$$m_1 = \frac{3{,}14 \cdot 8 \cdot 0{,}4}{2}\left[2(30-0{,}4)(4+1) + (30-2\cdot 0{,}4)^2\right] = 5750 \text{ г}.$$

Якщо з запасом прийняти $m = m_1$, необхідна площа перерізу троса буде

$$\omega = \frac{m_1 g}{R} = \frac{5{,}75 \cdot 9{,}81}{200 \cdot 10^6} = 28{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2 = 0{,}281 \text{ км}^2.$$

Це дає $d = 0{,}5$ мv, тобто краще взяти не трос, а струну. Очевидно, нею можна знехтувати в розрахунках плавучості та рівноваги на блоках. Обчислюючи масу тіл тиску на циліндр, маємо

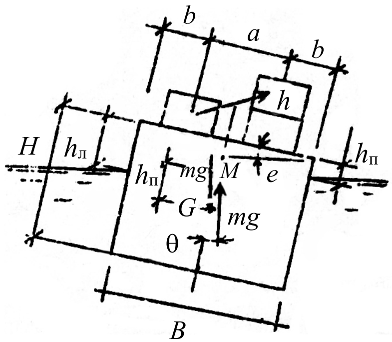
$$m = m_1 - \frac{\pi D^2}{4}\left(\rho_1 h + \rho_2 t\right) =$$

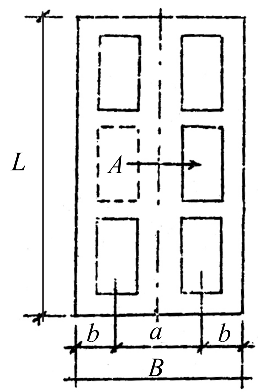
$$= 5750 - \frac{3{,}14 \cdot 30^2}{4}(0{,}88 \cdot 4 + 0{,}98 \cdot 1) = 2570 \text{ г} = 2{,}57 \text{ кг}.$$

Задача 4.6

Понтон у формі прямокутного паралелепіпеда має розміри $B \times H \times L = 3 \times 1 \times 4$ м. На його палубу встановлено шість однакових бетонних масивів масою $m_1 = 1$ т кожний ($a = 0{,}4$ м, $b = 1{,}3$ м).

Висота надводного борту при цьому була $h = 0{,}2$ м. Перед буксировкою виконано врахування, тобто масив A лівого борту переставлено на масив правого борту й заміряно висоти надводних бортів: $h_л = 0{,}32$ м, $h_п = 0{,}08$ м. Знайти фактичну метацентричну висоту, якщо густина води $\rho = 1000$ кг/м^3.





Рішення

Перестановка масиву A рівноцінна прикладенню до понтона моменту $m_1 ga$, котрий повинен компенсуватися моментом пари сил, рівних вазі mg завантаженого понтона з плечем $h_м \sin\theta$, де $h_м$ – метацентрична висота, θ – кут крену.

Значить,

$$h_m = \frac{m_1 a}{m \sin\theta}.$$

Кут θ достатньо малий, щоб вважати

$$tg\theta = \frac{(h_п - h_л)}{B} \approx \sin\theta.$$

Масу понтона m знаходимо за законом Архімеда:

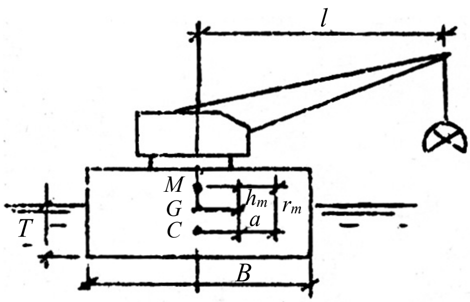
$$m = \rho BL(H - h)$$

і остаточно

$$h_м = \frac{m_1 a}{\rho L(H-h)(h_л - h_п)} = \frac{1 \cdot 0{,}4}{1 \cdot 4(1-0{,}2)(0{,}32-0{,}08)} = 0{,}52 \text{ м}.$$

Задача 4.7

Понтон одночерпакового снаряду має форму прямокутного паралелепіпеда довжиною L = 50м і шириною B = 8 м. При виносі стріли l = 12 м і порожньому черпаку вісь його плавання вертикальна, осадка T = 1,2 м, відстань a між центрами ваги G й водомісткості C становить 3 м. Знайти кут θ крену понтона при підйомі над водою маси m_1 = 3 т ґрунту. Густина води ρ = 1,024 т/м^3.



Рішення

Метацентричний радіус $r_м = CM$ знаходимо по формулі

$$r_м = \frac{I}{12W},$$

де $I = \frac{LB^3}{12}$ – момент інерції ватерлінії;

$W = BLT$ – водомісткість понтона по об'єму,

так що

$$r_м = \frac{B^2}{12T} = \frac{8^2}{12 \cdot 1{,}2} = 4{,}44 \text{ м.}$$

Метацентрична висота $h_м = GM$, очевидно, становить

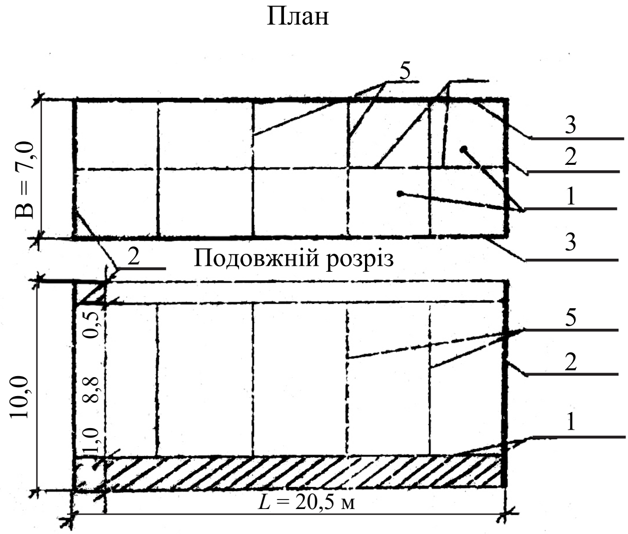
$$h_м = r_м - a = 4{,}44 - 3 = 1{,}44 \text{ м.}$$

Як і з попередній задачі, вона входить в формулу утримуючого моменту $\rho g W h_м \sin\theta$, що має компенсувати крепуючий $m_1 g l$. З їх рівності випливав кут крену, що звичайно дуже малий, тому

$$\theta \approx \sin\theta = \frac{m_1 l}{\rho W h_м} = \frac{3 \cdot 12}{1{,}024 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}44} = 0{,}051 \approx 3^\circ.$$

Задача 4.8

Масив-гігант є залізобетонний безпалубний понтон у формі прямокутного паралелепіпеда, розбитий подовжними та поперечними стінками на призматичні відсіки. Понтон буксирують на місце установки, де його, як частину майбутньої гідро технічної спору, затоплюють і заповнюють інертними матеріалами. Для безпечного буксування треба мати вертикальну вісь плавання, достатню плавучість і остійність понтона, його метацентрична висота $h_м$ не повинна бути меншою 0,2 м. Перевірити плавучість і остійність масива-гіганта, вказаного у двох проекціях на схемі. Він має днище 1, подовжні 2, 4 й поперечні 3,5 стінки, причому, внутрішні з них мають меншу товщину (0,17 м проти 0,4 м) та висоту. У плані він має дві осі симетрії. Густину води прийняти $\rho = 1{,}024$ т/м^3, залізобетону – $\rho = 2{,}5$ т/м^3. Товщина днища – 1,0 м.



Рішення

Вагу окремих геометрично простих елементів одержано за формулами

$$G_i = n_i \rho_1 b_i l_i t_i g\,,$$

де n_i – кількість однакових елементів;

l_i, b_i, t_i – довжина, ширина, товщина одного и них;

g – прискорення вільного падіння.

Визначивши відстань y_i по вертикалі центра ваги i-го елемента від нижньої площини днища, можна знайти статичний момент $G_i\, y_i$, а потім, поділивши сумарний статичний момент на сумарну вагу, обчислити відстань центру ваги всього масива від вказаної площини. Розрахунки зведено в таблице.

№ елемента	Обчислення ваги G_i, кН	Вага G_i,кН	y_i, м	$G_i\, y_i$, кНм
1	1 · 2,5 · 7,0 · 20,5 · 1,0 · 9,81	3520	0,50	1760
2	2 · 2,5 · 7,0 · 9,3 · 0,4 · 9,81	1277	5,65	7215
3	2 · 2,5 · 9,3 · 19,7 · 0,4 · 9,81	3590	5,65	20283
4	1 · 2,5 · 19,7 · 8,8 · 0,17 · 9,81	727	5,40	3926
5	5 · 2,5 · 8,8 · 6,03 · 0,17 · 9,81	1106	5,40	5972
	Всього	10220		39156

Осадка масива-гіганта тепер буде

$$T = \frac{\sum G_i}{\rho g B L} = \frac{10220}{1{,}024 \cdot 9{,}81 \cdot 7{,}0 \cdot 20{,}5} = 7{,}09 \text{ м} < 10{,}3 \text{ м},$$

метацентричний радіус

$$r_{\text{м}} = \frac{LB^3}{12BLT} = \frac{B^2}{12T} = \frac{7^2}{12 \cdot 7{,}09} = 0{,}58 \text{ м}.$$

відстань між центром ваги й центром водомісткості

$$a = \frac{2 G_i y_i}{\sum G_i} = \frac{39156}{10220} - \frac{7{,}09}{2} = 0{,}29 \text{ м},$$

а метацентрична висота

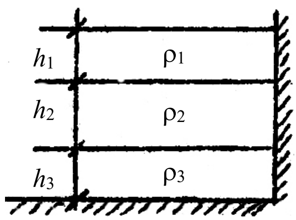
$$h_{\text{м}} = r_{\text{м}} - a = 0{,}58 - 0{,}29 = 0{,}29 \text{ м} > 0{,}2 \text{ м}.$$

Плавучість і остійність масива-гіганта забезпечені, вертикальність його початкової осі плавання гарантується наявністю двох осей симетрії на його плані та постійною товщиною днища.

ЗАДАЧІ З ГІДРОСТАТИКИ
ДО САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

Задача 1

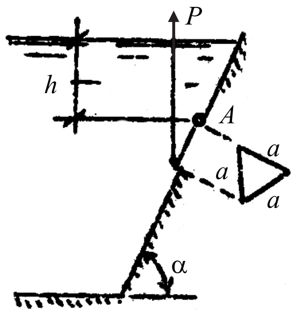
Побудувати епюру тиску на вертикальну стінку трьох незмішуваних рідин густинами ρ_1, ρ_2, ρ_3 висотами шарів h_1, h_2, h_3. Обчислити площу епюри.



Варіант	1	2	3	4	5	б	7	6	9	10
ρ_1, т/м^3	0,85	0,80	0,60	1,00	1,00	0,70	0,80	0,75	0,60	0,60
ρ_2, т/м^3	0,95	0,90	0,70	1,16	1,05	0,60	0,90	0,65	0, 60	0,60
ρ_3, т/м^3	1,00	0,95	0,60	1,25	1,10	0,90	1,00	0,95	0,90	1,00
h_1, м	1,5	1,0	2,0	2,5	1,5	1,0	1,0	2,0	2,5 .	3,0
h_2, м	2,0	1,5	3,0	2,0	2,0	0,5	1,0	2,0	2,0	2,0
h_3, м	2,5	3,0	1,0	2,5	1,5	2,0	1,0	2,0	1,5	1,0

Задача 2

У плоскій стінці, нахиленій під кутом α до горизонту, є отвір у формі правильного трикутника зі стороною a, закритий такою ж кришкою. Верхня, горизонтальна сторона кришки закріплена віссю A, заглибленою на h. Густина рідини ρ. Нехтуючи вагою криши та тертям в осі, знайти вантажопідйомність у тонах механізму для відкриття кришки вертикальним зусиллям P.

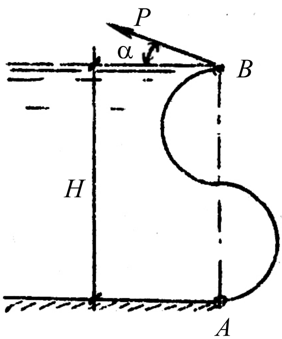


Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ρ, т/м^3	0,75	0,80	0,85	0,95	0,90	1,00	0,95	0,80	0,75	0,70
a, м	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	1,0	2,0	3,0
h, м	3,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	1,0	2,0	3,0
α, град	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60

Задача 3

Стінка у вигляді двох однакових половин кругових циліндрів перегороджує канал з водою (ρ = 1 т/м^3) глибиною H та шириною B.

В точці A вона утримується шарніром, у точці B – тросом, що складає з поверхнею води кут α. Нехтуючи тертям у шарнірі, знайти зусилля P в тросі.



Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H, м	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
α, град	45	40	35	30	25	20	15	10	5	0

Задача 4

Знайти кут θ крону плавучого крана за відомими плановими розмірами *B*, *L* понтону, осадкою *T*, вантажопідйомністю *M* та вильотом стріли *l* при ній, а також вертикальною відстанню *a* між центрами ваги й водомісткості. Понтон крана має форму прямокутного паралелепіпеда, густину морської води прийняти $\rho = 1{,}024$ т/м^3, крен розрахувати на довший борт.

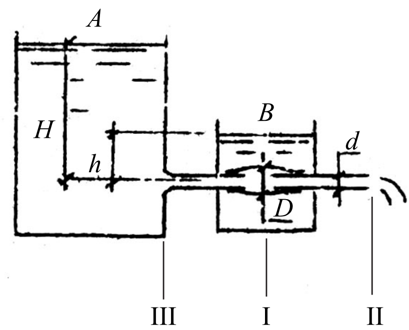
Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B, м	20,0	25,0	25,4	20,0	25,0	25,0	20,0	25,0	30,0	25,0
L, м	46,5	70,0	80,4	46,5	70,0	50,4	16,5	70,0	45,5	70,0
T, м	2,1	3,1	5,1	2,0	3,0	4,8	1,8	2,9	1,9	2,9
M, м	100	250	350	80	200	450	60	180	60	210
l, м	20	20	30	16	18	30	16	18	14	16
a, м	1,2	1,1	1,6	1,2	1,2	1,8	0,8	1,3	1,0	1,3

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 5

Тема «Рівняння Бернуллі. Розрахунок короткого трубопроводу»

Задача 5.1

У відомому досліді Банкі вода ємкості *A* витікає при постійному напорі *H* через коротку трубу діаметром *d*, яка проходить через ємкість *P* з водою. Тут вона має еластичну вставку, що повністю передає тиск стовпа *h* на воду в трубі. Діаметр вставки *D* міняється в залежності від *h*. Знайти цю залежність у загальному виді.



Рішення

Позначимо через ξ загальний коефіцієнт гідравлічних втрат на трубі. Площину порівняння проведемо по осі труби так, що для перерізів III, II матимемо при $\alpha_3 = \alpha_2 = \alpha_1$

$$0 + H + \frac{\alpha V^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{\alpha V^2}{2g} + \xi \frac{V^2}{2g},$$

звідси

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{H}{\alpha + \xi}.$$

Рівняння Бернулі для перерізів I, II, нехтуючи втратами напору між ними, можна записати

$$0 + h + \frac{d^4}{4} \cdot \frac{\alpha V^2}{2g} = 0 + 0 + \frac{\alpha V^2}{2g}.$$

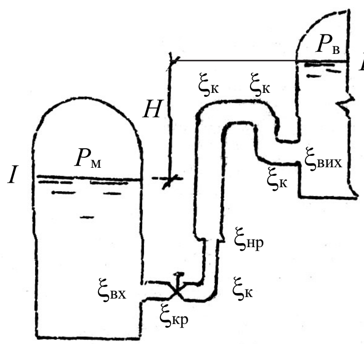
Після підстановки першого результату одержимо

$$D = d \sqrt[4]{\frac{H}{H - (\alpha + \xi)h}}.$$

Парадоксальність досліду в тому, що при збільшенні висоти h діаметр D збільшується, а при зменшенні – зменшується.

Задача 5.2

Вода тече з нижнього бака в верхній по трубі з вказаними на схемі розмірами й місцевими опорами: $H = 10$ м, $l_1 = 15$ м, $d_1 = 150$ м, $l_2 = 40$ м, $d_2 = 200$ м. Тиск у баках по манометру й вакуумметру, градуйованих в кілограм-силах на см^2, становлять $P_м = 3\,\text{кг} \cdot \text{с/см}^2$, $P_в = 0{,}5\,\text{кг} \cdot \text{с/см}^2$. Знайти швидкість води в трубах.



Рішення

Запишемо рівняння Бернуллі для горизонтальних перерізів I і II, перший приймемо за площину порівняння. Тиски по приладах переведемо в систему СІ (див. задачу 1.1):

$$P_{\text{м}} = 294 \text{ кПа}, \;\; P_{\text{в}} = 49 \text{ кПа}.$$

У абсолютній системі тисків, нехтуючи швидкісними напорами, маємо

$$0 + \frac{p_{\text{н}} + p_{\text{а}}}{\rho g} = H + \frac{p_{\text{а}} - p_{\text{в}}}{\rho g} + \sum h_{W_i}$$

або

$$\sum h_{W_i} = \frac{p_{\text{н}} + p_{\text{в}}}{\rho g} - H \, .$$

Втрату напору $\sum h_{W_i}$ представимо як $\dfrac{V_2^2}{2g}$, де суму коефіцієнтів втрат треба за допомогою рівняння суцільності звести до швидкості V_2:

$$\sum \xi_1 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \left(\xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{кр}} + \xi_{\text{к}} + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}\right) + \xi_{\text{нр}} + 3\xi_{\text{к}} + \xi_{\text{вих}} + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \, .$$

Підставляючи сюди розміри й довідкові величини коефіцієнтів ξ, α, одержуємо

$$\sum \xi_1 = \left(\frac{200}{150}\right)^4 \left(0{,}5 + 5{,}47 + 0{,}3 + 0{,}0338 \frac{15}{0{,}15}\right) +$$

$$+ 0{,}77 + 3 \cdot 0{,}3 + 1 + 0{,}0307 \frac{40}{0{,}2} = 37{,}56.$$

Тепер

$$37{,}56 \cdot \frac{V_2^2}{2g} = \frac{p_{\text{м}} + p_{\text{в}}}{\rho g} = H \, .$$

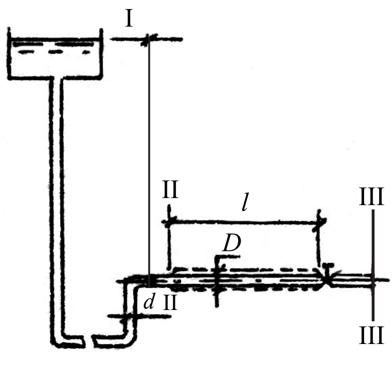
$$V^2 = \sqrt{\frac{p_м + p_в - \rho g H}{18{,}78\rho}} = \sqrt{\frac{294 + 49 - 1 \cdot 9{,}81 \cdot 10}{18{,}78 \cdot 1}} = 3{,}6 \text{ м/с}.$$

Тут прийнята густина води ρ = 1 т/м^3. По умові суцільності швидкість у тоншій трубі буде

$$V_1 = V_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = 3{,}6\left(\frac{200}{150}\right)^2 = 6{,}3 \text{ м/с}.$$

Задача 5.3

При висоті водонапірної башти $H = 5$ м водогін діаметром $d = 50$ мм забезпечував подачу води з середньою швидкістю $V = 4$ м/с. При ремонті кінцеву його ділянку довжиною $l = 30$ м замінили на трубу діаметром $D = 60$ м. Як зміниться швидкість V? Прийняти $\alpha = 1$.



Рішення

Площину порівняння проводимо по осі труби. Для перерізів I – I, II – II маємо, нехтуючи швидкістю в перерізі I – I:

$$H+0+0=0+h_2+\frac{V^2}{2g}+\xi\frac{V^2}{2g},$$

де, очевидно,

$$h_2=\left(\xi_к+\lambda_1\frac{l}{d}\right)\frac{V^2}{2g}.$$

Сумарний коефіцієнт втрат між перерізами I – I, II – II буде

$$\xi=\frac{2g}{V^2}-\xi_к-\lambda_1\frac{l}{d}-1.$$

Для перерізів I – I, III – III (після ремонту) можна записати

$$H+0+0=0+0+\frac{V_1^2}{2g}+\frac{V_1^2}{2g}\left(\xi+\xi_{нр}\left(\frac{d}{D}\right)^4+\xi_{нз}+\xi_к+\lambda_2\frac{l}{D}\right).$$

Підставляючи значення ξ, маємо для V_1 рівняння

$$\frac{2gH}{V_1^2}=\frac{2gH}{V^2}+\xi_{нр}\left(\frac{d}{D}\right)^4+\xi_{нз}-l\left(\frac{\lambda_1}{d}-\frac{\lambda_2}{D}\right).$$

За гідравлічними довідниками

$$\xi_{нр}=\xi_{нз}=0{,}2;\quad \lambda_1=\lambda_2=0{,}03,$$

тоді

$$\frac{2\cdot 9{,}81\cdot 5}{V_1^2}=\frac{2\cdot 9{,}81\cdot 5}{4}+0{,}2\left(\frac{50}{60}\right)^4+0{,}2-30\left(\frac{0{,}03}{0{,}005}-\frac{0{,}03}{0{,}06}\right)$$

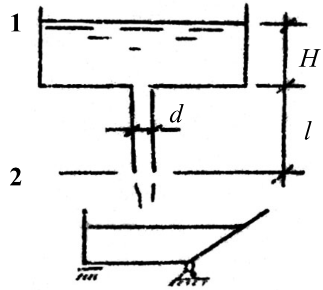
$$V_1 = 5{,}35 \text{ м/с}.$$

Швидкість збільшиться на третину.

Задача 5.4

Вода з бака глибиною H = 1 м вертикальною трубою діаметром d = 50 мм і довжиною l = 0,5 и надходить у об’ємний дозатор (див.

задачу 3.5) ємкістю V = 100 л. Через який час t спрацьовуватиме дозатор? Як зміниться цей час, якщо довжину l збільшити вдвоє? Прийняти α = 1,1; швидкістю поверхні води в баці знехтувати.



Рішення

Дозатор спрацьовуватиме через кожні

$$t = \frac{4V}{\pi d^2 v} \text{ с.}$$

Швидкість v знайдемо з рівняння Бернуллі, записаного для перерізів 1, 2 при площині зрівняння по перерізу 2:

$$H + l + 0 + 0 = 0 + 0 + \frac{\alpha v^2}{2g} + \left(\xi_в + \lambda \frac{l}{d}\right)\frac{v^2}{2g},$$

$$v = \sqrt{\frac{2g(H + l)}{\alpha + \xi_в + \lambda \dfrac{l}{d}}}.$$

З довідника маємо $\xi_в$ = 0,5; λ = 0,022 і при l = 0,5 м одержуємо

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81(1 + 0{,}5)}{1{,}1 + 0{,}5 + 0{,}022 \cdot \dfrac{0{,}5}{0{,}05}}} = 4{,}04 \text{ м/с;}$$

$$t = \frac{4 \cdot 100}{3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 40{,}4} = 12{,}7 \text{ с.}$$

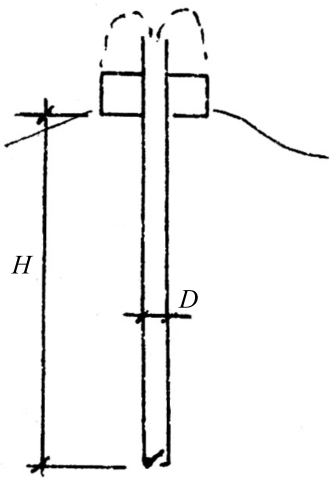
При $l = 1$ м

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81(1+1)}{1{,}1 + 0{,}5 + 0{,}022 \cdot \frac{1}{0{,}05}}} = 4{,}39 \text{ м/с;}$$

$$t = \frac{4 \cdot 100}{3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 43{,}9} = 11{,}6 \text{ с.}$$

Задача 5.5

Примусовий водообмін з використанням енергії хвиль (апвеллінг) здійснюється вертикально плаваючою трубою діаметром $D = 500$ мм, заглибленою на $H = 20$ м під рівень моря ($\rho = 1$ т/м^3). Внизу труба має односторонній шарнірний клапан, зверху – поплавок, що змушує її до вертикальних коливань на хвилі. Яке гідродинамічне зусилля P треба перебороти для опускання труби зі швидкістю $v = 2$ м/с? Сил плавучості не враховувати.



Рішення

При опусканні труби клапан відкритий, і вода втікає в трубу приблизно зі швидкістю v. Шукане зусилля відповідає втраті напору на довжині H труби

$$P = \rho g h_w \cdot \frac{\pi D^2}{4}.$$

Тут $h_w = \left(\xi_к + \lambda \cdot \frac{2H}{D} \right) \frac{v^2}{2g}$.

Двійка в дужках враховує втрати на тертя не тільки по внутрішній, а й по зовнішній поверхні труби. Остаточно маємо

$$P = \frac{\pi \rho D^2 v^2 \left(\xi_к + \lambda \frac{2H}{D} \right)}{8} =$$

$$= \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 2^2 \left(1{,}7 + 0{,}02 \frac{2 \cdot 20}{0{,}5} \right)}{8} = 1{,}3 \text{ кН}.$$

ПРАКТИЧНЕ ЗАНЯТТЯ 6

Тема «Розрахунок довгого трубопроводу та з’єднань труб»

Задача 6.1

Є n однакових труб. У скільки раз втрата напору на їх послідовному з’єднанні більша, ніж на паралельному?

Рішення

Для однієї труби $h_w = \dfrac{Q^2 l}{K^2}$, для послідовного з’єднання n різних труб

$$h_{w\text{пос}} = Q^2 \sum_{i=1}^{n} \frac{l_i}{K_i^2}.$$

При паралелоному з’єднанні треба складати витрати при постійному h_w, тому

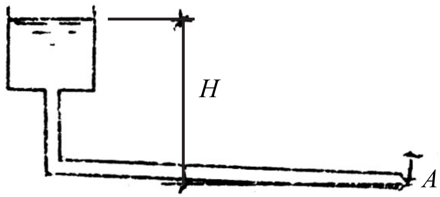
$$Q = \sqrt{h_{w\text{пар}}} \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i}{\sqrt{l_i}}; \quad h_{w\text{пар}} = \frac{Q^2}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{K_i}{\sqrt{l_i}} \right)^2}.$$

Якщо труби однакові, $K_1 = K_2 = \ldots = K$; $l_1 = l_2 = \ldots = l$,

$$h_{w\text{пос}} = Q^2 \frac{nl}{K^2}, \quad h_{w\text{пар}} = \frac{Q^2 l}{n^2 K^2}, \quad \frac{h_{w\text{пос}}}{h_{w\text{пар}}} = n^3.$$

Задача 6.2

Висота *H* водонапірної башти над споживачем *A* дорівнює 10 м, потрібна витрата Q = 25 л/с при кінцевому напорі h = 1 м. Знайти діаметр водогону довжиною l = 600 м.



Рішення

Втрата напору повинна бути $h_w = H - h$, тоді необхідний модуль витрати

$$K = Q\sqrt{\frac{l}{H-h}} = 25\sqrt{\frac{600}{10-1}} = 203 \text{ л/с}.$$

Найближчі до нього в таблицях є K_1 = 271,8 л/с для діаметра d_1 = 175 мм і K_2 = 180,2 л/с для d_2 = 150 мм. Якщо взяти перший, будуть перевитрати металу, якщо другий – не будуть виконані умови споживача. Вибираємо послідовне з'єднання цих труб, так що (див. задачу 6.1)

$$H - h = Q^2\left(\frac{l_1}{K_1^2} + \frac{l - l_1}{K_2^2}\right),$$

або

$$l_1 = \frac{Q^2 l - K_2^2 (H-h)}{Q^2\left(1 - \frac{K_2^2}{K_1^2}\right)} = \frac{25^2 \cdot 600 - 180{,}2^2 (9-1)}{25^2\left(1 - \frac{180{,}2^2}{271{,}8^2}\right)} \approx 236 \text{ м}.$$

Перші від водонапірної багети 236 м водогону будуть з труби діаметром 175 мм, останні 364 м – діаметром 150 мм.

Задача 6.3

Водогін складається з трьох послідовних частин: l_1 = 350 м, d_1 = 250 мм; l_2 = 200 м, d_2 = 200 мм; l_3 = 450 м, d_3 = 175 мм.

Як зміниться витрата Q, якщо середній відтинок водогону зробити з труби діаметром d_4 = 225 мм, а не 200 мм?

Рішення

За формулами задачі 6.1

$$Q = \sqrt{\frac{H}{\sum_{i=1}^{3} l_i} \cdot \frac{1}{K_i^2}}$$

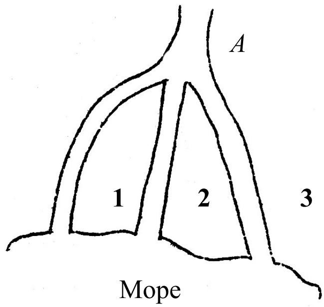
і відношення витрат буде

$$\frac{Q'}{Q} = \sqrt{\frac{\frac{l_1}{K_1^2} + \frac{l_2}{K_2^2} + \frac{l_3}{K_3^2}}{\frac{l_1}{K_1^2} + \frac{l_2}{K_2^2} + \frac{l_3}{K_3^2}}} = \sqrt{\frac{\frac{350}{703{,}5^2} + \frac{200}{388^2} + \frac{450}{271{,}8^2}}{\frac{350}{703{,}5^2} + \frac{200}{388^2} + \frac{450}{271{,}8^2}}} = 1{,}04.$$

Витрата зросте на 4%.

Задача 6.4

Ріка впадаю в море трьома рукавами 1, 2, 3 довжинами l_1 = 3,2 км, l_2 = 3,8 км, l_3 = 4,5 км, середніми ширинами b_1 = 120 м, b_2 = 85 м, b_3 = 150 м, глибинами h_1 = 3,5 м, h_2 = 2,7 м, h_3 = 1,8 м і з коефіцієнтами шорсткості русла n_1 = 0,025, n_2 = 0,030, n_3 = 0,035. Рівень води в точці галуження A на H = 0,5 м вище рівня моря. Яка витрата Q ріки і як вона ділиться між рукавами?



Рішення

Оскільки рівень моря один для гирл усіх трьох рукавів, маємо паралельно з'єднання з втратою напору

$$h_w = H \quad \text{і} \quad Q_i = K_i \cdot \sqrt{\frac{H}{l_i}},$$

де $K_i = C_i w_i \sqrt{R_i}$.

Вважаючи перерізи рукавів прямокутними, маємо

$$w_i = b_i h_i,$$

$$R_i = \frac{b_i h_i}{(b_i + 2h_i)}.$$

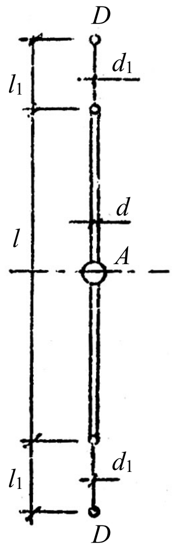
Значення коефіцієнта Шезі C_i знаходимо в довідкових таблицях за величинами R_i, n_i. Розрахунки виконуємо в табличній формі.

i	w_i, м^2	R_i, м	C_i, м^{0,5}/с	K_i, м^3/с	Q_i, м^3/с
1	420	3,31	50	38220	478
2	229	2,53	41	14930	172
3	270	1,70	33	11580	122

$$Q = 478 + 172 + 122 = 772 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Задача 6.5

По горизонтальній вулиці BC довжиною l = 1,5 км розміщено майже рівномірно 150 дачних ділянок, а на відстанях l_1 = 200 м від кінців вулиці – два гаражі D. Водонапірна башта A стоїть на середині довжини вулиці. Водогін діаметром d = 250 мм повинен подавати 1 л/с на кожну ділянку, а кінцевими відтинками діаметром d_1 = 150 мм і довжиною l_1 – витрату $Q_Т$ = 15 л/с на кожний гараж з кінцевим напором h = 2 м. Який напір H над гаражами повинна забезпечувати башта і яка повна витрата Q_n?



Рішення

Очевидно,

$$Q_n = 1 \cdot 150 + 2 \cdot 15 = 180 \text{ л/с}.$$

Водопостачання ділянок можна вважати здійснюваним безперервною шляховою роздачею при транзитній $Q_{\text{Т}}$ = 15 л/с і розданій Q = 75 л/с витратах на кожній половині AB водогону. При довідкових значеннях K = 703,5 л/с, K_1 = 280,2 л/с маємо

$$h_w = \frac{l}{2K^2}\left(Q_r^2 + Q_r Q + \frac{Q^2}{3}\right) + \frac{Q_{\text{Т}}^2}{K_1^2} =$$

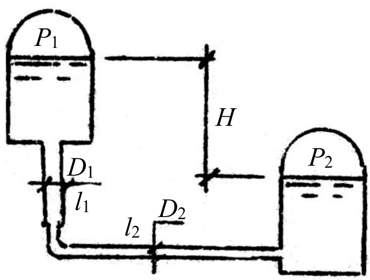
$$= \frac{1500}{2 \cdot 703{,}5^2}\left(15^2 + 15 \cdot 75 + \frac{75^2}{3}\right) + \frac{15^2 \cdot 200}{280{,}2^2} = 5{,}45 \text{ м}$$

Шуканий напір буде більшим на h = 2 м, тобто H = 7,45 м.

ЗАДАЧІ З ГІДРОДИНАМІКИ
ДІЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ’ЯЗАННЯ

Задача 1

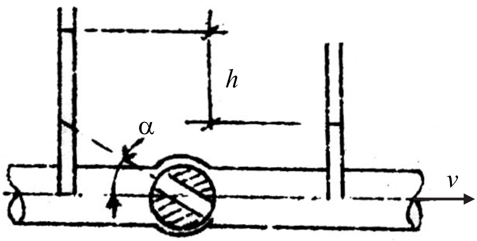
Два баки з'єднані трубою в означеними на схемі і в таблиці діаметрами, довжинами труб і різницею рівнів води. Манометричний тиск у баках p_1 і p_2. Знайти напрям і швидкість течії води в трубах. Прийняти ρ = 1000 кг/м^3.



Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H, м	2,0	2,5	3,0	3,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5
p_1, кПа	10	15	20	30	35	40	45	50	55	50
p_2, кПа	140	120	100	80	20	30	120	100	120	100
D_1, мм	200	175	100	150	150	200	175	175	100	150
D_2, мм	100	150	50	100	50	100	100	50	50	100
l_1, м	2,0	2,0	2,0.	2,0	2,0	2,0	1,0	1,0	1,0	1,0
l_2, м	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	5,0	5,0	5,0	5,0

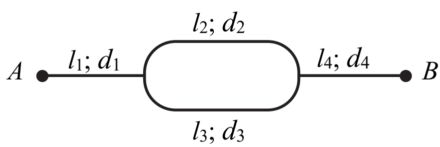
Задача 2

Користуючись довідковими даними для пробкового крана, побудувати графік залежності середньої швидкості течії v від різниці h показань п'єзометрів при заданому куті α повороту крана для його використання в ролі водоміра. Варіанти – по значеннях кута α від 5° де 50° через 5°.



Задача 3

Знайти напір насоса для подачі між точками A і B витрати Q при $l_1 = 100$ м, $l_2 = l_3 = 150$ м, $l_4 = 200$ м, $d_1 = d_4 = 200$ мм, $d_2 = 150$ мм, $d_3 = 100$ мм. Чи має значення напрям течії? Варіанти – по значеннях витрат Q від 150 л/с до 195 л/с через 5 л/с.



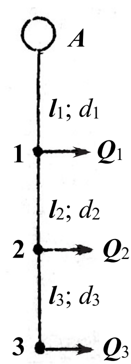
Задача 4

Насос *A* подав воду по горизонтальному водогону *A*3 з відомими довжинами й діаметра ми труб на окремих ділянках. На межах 1, 2, 3 ділянок відбираються витрати Q_1, Q_2, Q_3.

Знайти потрібний напір насоса:

а) в умовах задачі;

б) при безперервній шляховій роздачі витрати $Q_1 + Q_2 + Q_3$ – на ділянці 1 – 3 при діаметрі d_3 цій ділянці.



Варіант	1	2	з	4	5	6	7	8	9	10
Q_1, л/с	20	30	20	30	25	30	35	20	20	30
Q_2, л/с	20	30	40	40	30	35	20	15	40	30
Q_3, л/с	30	40	30	20	35	20	15	20	15	30
l_1, м	200	300	200	300	250	300	350	200	200	300
l_2, м	200	300	400	400	300	350	200	150	400	300
l_3, м	300	400	300	200	350	200	150	200	150	300
d_1, мм	250	200	175	200	175	250	200	175	250	200
d_2, мм	150	195	150	175	150	200	150	150	200	150
d_3, мм	100	150	100	100	100	150	100	100	150	100

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Тестове завдання 1.1

1. Визначити вакуум, якщо тиск в розрідженому середовищі дорівнює 0,57 атм:

1) 5,70 атм;

2) 0,57 атм,

3) 0,43 атм.

2. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?

1) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита;

2) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри;

3) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита.

3. Внаслідок зміни якої фізичної величини відбувається занурення підводного човна:

1) об'єму човна;

2) об'ємної ваги човна;

3) виштовхувальної силі рідини.

4. Від яких параметрів залежить товщина стінки трубопроводу?

1) довжини;

2) нахилу труби;

3) діаметру.

5. Визначити поняття «вакуум» у рідині:

1) тиск, якого не вистачає до атмосферного;

2) величина розрідження;

3) тиск, менший атмосферного.

Тестове завдання 1.2

1. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:

1) прямокутник;

2) трапеція;

3) трикутник.

2. Визначити вакуум, якщо тиск в розрідженому середовищі дорівнює 0,57 атм:

1) 0,43 атм;

2) 5,70 атм;

3) 0,57 атм.

3. Розмірність сили тиску:

1) кг/см^2;

2) тонна;

3) атм.

4. Визначити напрямок силі гідростатичного тиску (відносно площини, що сприяє цей тиск):

1) по зовнішній нормалі;

2) по дотичній;

3) по внутрішній нормалі.

5. Розмірність об’ємної ваги рідини:

1) кг/см^2;

2) м/кг;

3) т/м^2.

Тестове завдання 1.3

1. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:

1) прямокутник;

2) трапеція;

3) трикутник.

2. Розмірність об'ємної ваги рідини:

1) кг/см^2;

2) м^3/кг;

3) т/м^2.

3. Визначити поняття «вакуум» в рідині:

1) величина розрідження;

2) тиск, якого не вистачає до атмосферного;

3) тиск, менший атмосферного.

4. Визначити глибину розташування центру тиску на прямокутний щит (при двосторонній дії води):

1) на глибині центру тяжіння щита;

2) на відстані 1/3 глибини від основи щита;

3) на глибині центру тяжіння сумарної епюри тиску.

5. Від яких параметрів залежить товщина стінки трубопроводу?

1) діаметру;

2) нахилу труби;

3) довжини.

Тестове завдання 1.4

1. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:

1) прямокутник;

2) трапеція;

3) трикутник.

2. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?

1) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита;

2) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита;

3) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри.

3. Від чого залежить величина надмірного гідростатичного тиску?

1) об'єму рідини,

2) глибини;

3) орієнтування площини.

4. Розмірність об’ємної ваги рідини:

1) м^3/кг;

2) т/м^2;

3) кг/см^2.

5. Визначити поняття «вакуум» в рідині:

1) тиск, якого не вистачає до атмосферного;

2) величина розрідження;

3) тиск, менший атмосферного.

Тестове завдання 2.1

1. Розмірність сили тиску:

1) кг;

2) кг/см^2;

3) кгм.

2. Визначити вакуум, якщо тиск в розрідженому середовищі дорівнює 0,57 атм:

1) 5,70 атм;

2) 0,57 атм,

3) 0,43 атм.

3. Визначити глибину розташування центру тиску на прямокутний щит (при двосторонній дії води):

1) на глибині центру тяжіння щита;

2) на відстані 1/3 глибини від основи щита;

3) на глибині центру тяжіння сумарної епюри тиску.

4. Визначити напрямок силі гідростатичного тиску (відносно площини, що сприяє цей тиск):

1) по дотичній;

2) по внутрішній нормалі;

3) по зовнішній нормалі.

5. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:

1) прямокутник;

2) трапеція;

3) трикутник.

Тестове завдання 2.2

1. Визначити глибину розташування центру тиску на прямокутний щит (при двосторонній дії води):

1) на відстані 1/3 глибини від основи щита;

2) на глибині центру тяжіння сумарної епюри тиску.

3) на глибині центру тяжіння щита;

2. Визначити напрямок силі гідростатичного тиску (відносно площини, що сприяє цей тиск):

1) по дотичній;

2) по зовнішній нормалі.

3) по внутрішній нормалі;

3. Вкажіть кут дії вектору рівнодіючої сили гідростатичного тиску на плоскі поверхні:

1) 90°;

2) 45°;

3) 120°

4. Розмірність тиску:

1) кг;

2) кг/см^2;

3) кгм.

5. Внаслідок зміни якої фізичної величини відбувається занурення підводного човна:

1) об'ємної ваги човна;

2) об'єму човна;

3) виштовхувальної силі рідини.

Тестове завдання 2.3

1. Напрямок сили сумарного гідростатичного тиску на циліндричні затвори:

1) по вертикалі;

2) по нормалі до поверхні затвору,

3) по горизонталі.

2. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?

1) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита;

2) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри;

3) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита.

3. Розмірність сили тиску:

1) тонна;

2) кг/см^2;

3) атм.

4. Вкажіть кут дії вектору рівнодіючої сили гідростатичного тиску на плоскі поверхні:

1) 45°;

2) 90°;

3) 120°.

5. Визначити глибину розташування центру тиску на прямокутний щит (при двосторонній дії води):

1) на глибині центру тяжіння сумарної епюри тиску;

2) на відстані 1/3 глибини від основи щита;

3) на глибині центру тяжіння щита.

Тестове завдання 2.4

1. Вкажіть кут дії вектору рівнодіючої сили гідростатичного тиску на плоскі поверхні:

1) 45°;

2) 90°;

3) 120°.

2. Напрямок сили сумарного гідростатичного тиску на циліндричні затвори:

1) по горизонталі;

2) по вертикалі;

3) по нормалі до поверхні затвору.

3. Визначити напрямок силі гідростатичного тиску (відносно площини, що сприяє цей тиск):

1) по внутрішній нормалі;

2) по дотичній;

3) по зовнішній нормалі.

3. Розмірність тиску:

1) кг;

2) кг/см^2;

3) кгм.

5. Від яких параметрів залежить товщина стінки трубопроводу?

1) діаметра;

2) нахилу труби;

3) довжини.

Тестове завдання 3.1

1. Внаслідок зміни якої фізичної величини відбувається занурення підводного човна:
1) об'єму човна;
2) виштовхувальної силі рідини;
3) об'ємної ваги човна.

2. Від яких параметрів залежить товщина стінки трубопроводу?
1) довжини;
2) нахилу труби;
3) діаметру.

3. Розмірність об’ємної ваги рідини:
1) кг/см^2;
2) м^3/кг;
3) т/м^2.

4. Напрямок сили сумарного гідростатичного тиску на циліндричний затвор:
1) по горизонталі;
2) по нормалі до поверхні затвору;
3) по вертикалі.

5. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?
1) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри;
2) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита;
3) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита.

Тестове завдання 3.2

1. Визначити поняття епюри гідростатичного тиску:
1) закон зміни сили гідростатичного тиску;
2) рівнобічний прямокутний трикутник з катетом, який дорівнює глибині занурення;
3) графік зміни сили гідростатичного тиску по глибині.

2. Визначити напрямок силі гідростатичного тиску (відносно площини, що сприяє цей тиск):
1) по зовнішній нормалі;
2) по дотичній;
3) по внутрішній нормалі.

3. Визначити поняття «вакуум» в рідині:
1) тиск, якого не вистачає до атмосферного;
2) величина розрідження;
3) тиск, менший атмосферного.

4. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?
1) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита;
2) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита;
3) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри.

5. Розмірність об’ємної ваги рідини:
1) кг/см^2;
2) м^3/кг;
3) т/м^2.

Тестове завдання 3.3

1. Розмірність тиску:

1) кг;

2) кгм;

3) кг/см^2.

2. Вкажіть кут дії вектору рівнодіючої сили гідростатичного тиску на плоскі поверхні:

1) 45°;

2) 120°;

3) 90°.

3. Від чого залежить величина надмірного гідростатичного тиску?

1) глибини;

2) об'єму рідини,

3) орієнтування площини.

4. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:

1) прямокутник;

2) трикутник;

3) трапеція.

5. Напрямок сили сумарного гідростатичного тиску на циліндричний затвор:

1) по вертикалі;

2) по нормалі до поверхні затвору,

3) по горизонталі.

Тестове завдання 3.4

1. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?
1) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри;
2) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита;
3) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита.

2. Вкажіть кут дії вектору рівнодіючої сили гідростатичного тиску на плоскі поверхні:
1) 45°;
2) 120°;
3) 90°.

3. Визначити поняття «вакуум» в рідині:
1) тиск, якого не вистачає до атмосферного;
2) тиск, менший атмосферного;
3) величина розрідження.

4. Внаслідок зміни якої фізичної величини відбувається занурення підводного човна:
1) об'єму човна;
2) об'ємної ваги човна;
3) виштовхувальної силі рідини.

5. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:
1) трапеція;
2) трикутник;
3) прямокутник.

Тестове завдання 4.1

1. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:

1) трикутник;

2) прямокутник;

3) трапеція.

2. Розмірність тиску.

1) кг;

2) кг/см^2;

3) кгм.

3. Напрямок сили сумарного гідростатичного тиску на циліндричний затвор:

1) по горизонталі;

2) по вертикалі;

3) по нормалі до поверхні затвору.

4. Від яких параметрів залежить товщина стінки трубопроводу?

1) діаметру;

2) довжини;

3) нахилу труби.

5. Визначити глибину розташування центру тиску на прямокутний щит (при двосторонній дії води):

1) на глибині центру тяжіння щита;

2) на глибині центру тяжіння сумарної епюри тиску;

3) на відстані 1/3 глибини від основи щита.

Тестове завдання 4.2

1. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?

1) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита;

2) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита;

3) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри.

2. Розмірність сили тиску:

1) кг/см^2;

2) тонна;

3) кг.

3. Визначити поняття «вакуум» в рідині:

1) величина розрідження;

2) тиск, менший атмосферного;

3) тиск, якого не вистачає до атмосферного.

4. Розмірність об’ємної ваги рідини:

1) кг/см^2;

2) м^3/кг;

3) т/м^2.

5. Визначити поняття епюри гідростатичного тиску:

1) закон зміни сили гідростатичного тиску;

2) графік зміни сили гідростатичного тиску по глибині;

3) рівнобічний прямокутний трикутник з катетом, який дорівнює глибині занурення.

Тестове завдання 4.3

1. Від чого залежить величина надмірного гідростатичного тиску?
1) глибини;
2) орієнтування площини.
3) об'єму рідини.

2. Розмірність сили тиску:
1) кг;
2) кг/см^2;
3) кгм.

3. Визначити поняття епюри гідростатичного тиску:
1) закон зміни сили гідростатичного тиску;
2) рівнобічний прямокутний трикутник з катетом, який дорівнює глибині занурення;
3) графік зміни сили гідростатичного тиску по глибині.

4. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?
1) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита;
2) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри;
3) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита.

5. Визначити вакуум, якщо тиск в розрідженому середовище дорівнює 0,57 атм:
1) 0,57 атм;
2) 0,43 атм;
3) 5,70 атм.

Тестове завдання 4.4

1. Від чого залежить величина надмірного гідростатичного тиску?
1) глибини;
2) орієнтування площини.
3) об'єму рідини.

2. Вкажіть розрахункову формулу для визначення товщини стінки циліндричного резервуару:
1) $\delta = \frac{\gamma HD}{[\sigma]}$;
2) $\delta = \frac{\gamma HD}{2[\sigma]}$;
3) $\delta = \frac{[\sigma]}{2\gamma HD}$.

3. Визначити вакуум, якщо тиск в розрідженому середовище дорівнює 0,57 атм:
1) 5,70 атм;
2) 0,57 атм;
3) 0,43 атм.

4. Вкажіть кут дії вектору рівнодіючої сили гідростатичного тиску на плоскі поверхні:
1) 90°;
2) 120°;
3) 45°.

5. Визначити напрямок сили гідростатичного тиску (відносно площини, що сприяє цей тиск):
1) по дотичній;
2) по внутрішній нормалі;
3) по зовнішній нормалі.

Тестове завдання 5.1

1. Визначити поняття епюри гідростатичного тиску:

1) рівнобічний прямокутний трикутник з катетом, який дорівнює глибині занурення;

2) графік зміни сили гідростатичного тиску по глибині;

3) закон зміни сили гідростатичного тиску.

2. Розмірність об'ємної ваги рідини:

1) кг/см^2;

2) м^3/кг;

3) т/м^2.

3. Визначити поняття «вакуум» у рідині:

1) величина розрідження;

2) тиск, менший атмосферного;

3) тиск, якого не вистачає до атмосферного.

4. Визначити напрямок сили гідростатичного тиску (відносно площини, що сприяє цей тиск):

1) по внутрішній нормалі;

2) по зовнішній нормалі;

3) по дотичній.

5. За якою формулою визначається координата центру тиску?

1) $l_0 = l_c + \dfrac{I_0}{l_c P}$;

2) $l_0 = l_c + \dfrac{F l_c}{I_0}$;

3) $l_0 = l_c + \dfrac{I_0}{l_c F}$.

Тестове завдання 5.2

1. Вкажіть розрахункове рівняння для визначення вертикальної складової сили тиску на криволінійну поверхню:

1) $P_z = \gamma h_c F_x$;

2) $P_z = \gamma W$;

3) $P_z = P_0 F_z + \gamma W$.

2. Від чого залежить величина надмірного гідростатичного тиску?

1) глибини;

2) орієнтування площини;

3) об'єму рідини.

3. Визначити глибину розташування центру тиску на прямокутний щит (при двосторонній дії води):

1) на відстані 1/3 глибини від основи щита;

2) на глибині центру тяжіння щита;

3) на глибині центру тяжіння сумарної епюри тиску.

4. Внаслідок зміни якої фізичної величини відбувається занурення підводного човна:

1) об'ємної ваги човна;

2) об'єму човна;

3) виштовхувальної силі рідини.

5. Чому дорівнює величина сили гідростатичного тиску на плоский щит?

1) добутку тиску в центрі тяжіння щита на площу епюри;

2) добутку тиску в центрі тяжіння епюри на площу щита;

3) площі епюри гідростатичного тиску, яка помножена на ширину шита.

Тестове завдання 5.3

1. Розмірність сили тиску:

1) кг/см^2;

2) тонна;

3) атм.

2. Внаслідок зміни якої фізичної величини відбувається занурення підводного човна:

1) об'ємної ваги човна;

2) об'єму човна;

3) виштовхувальної силі рідини.

3. Вкажіть кут дії вектору рівнодіючої сили гідростатичного тиску на плоскі поверхні:

1) 45°;

2) 90°;

3) 120°.

4. Визначити поняття «вакуум» у рідині:

1) тиск, якого не вистачає до атмосферного;

2) величина розрідження;

3) тиск, менший атмосферного.

5. За якою формулою визначається горизонтальна складова сили тиску на криволінійну поверхню?

1) $P_x = P_0 + \gamma h_c F_x$;

2) $P_x = (P_0 + \gamma h_c) F_x$;

3) $P_x = \gamma h_c F_x$.

Тестове завдання 5.4

1. Вкажіть кут дії вектору рівнодіючої сили гідростатичного тиску на плоскі поверхні:
1) 45°;
2) 90°;
3) 120°.

2. Від яких параметрів залежить товщина стінки трубопроводу?
1) діаметру;
2) нахилу труби;
3) довжини.

3. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:
1) трапеція;
2) прямокутник;
3) трикутник.

4. Вкажіть розрахункову формулу для визначення товщини стінки трубопроводу:
1) $\delta = \dfrac{P \cdot D}{2[\sigma]}$;
2) $\delta = \dfrac{P \cdot D}{[\sigma]}$;
3) $\delta = \dfrac{2(P \cdot D)}{[\sigma]}$.

5. Визначити вакуум, якщо тиск в розрідженому середовище дорівнює 0,57 атм:
1) 5,70 атм;
2) 0,57 атм;
3) 0,43 атм.

Тестове завдання 6.1

1. Визначити глибину розташування центру тиску на прямокутний щит (при двосторонній дії води):
1) на глибині центру тяжіння сумарної епюри тиску;
2) на глибині центру тяжіння щита;
3) на відстані 1/3 глибини від основи щита.

2. Визначити вакуум, якщо тиск в розрідженому середовище дорівнює 0,57 атм:
1) 5,70 атм;
2) 0,57 атм;
3) 0,43 атм.

3. Призначення гідравлічного пресу:
1) для збільшення тиску;
2) для збільшення сили;
3) для зменшення тиску.

4. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:
1) прямокутник;
2) трапеція;
3) трикутник.

5. Визначити поняття епюри гідростатичного тиску:
1) графік зміни сили гідростатичного тиску по глибині;
2) рівнобічний прямокутний трикутник з катетом, який дорівнює глибині занурення;
3) закон зміни сили гідростатичного тиску.

Тестове завдання 6.2

1. Розмірність об’ємної ваги рідини:

1) кг/см^2;

2) м^3/кг;

3) т/м^2.

2. Внаслідок зміни якої фізичної величини відбувається занурення підводного човна:

1) виштовхувальної силі рідини;

2) об'ємної ваги човна;

3) об'єму човна.

3. Від яких параметрів залежить товщина стінки трубопроводу?

1) довжини.

2) діаметру;

3) нахилу труби.

4. Визначити напрямок сили гідростатичного тиску (відносно площини, що сприяє цей тиск):

1) по зовнішній нормалі;

2) по дотичній;

3) по внутрішній нормалі.

5. Визначити поняття епюри гідростатичного тиску (в бензині):

1) графік зміни сили гідростатичного тиску по глибині;

2) закон зміни сили гідростатичного тиску;

3) рівнобічний прямокутний трикутник з катетом, який дорівнює глибині занурення.

Тестове завдання 6.3

1. Розмірність об’ємної ваги рідини:

1) кг/см^2;

2) м^3/кг;

3) т/м^2.

2. Від чого залежить величина надмірного гідростатичного тиску?

1) орієнтування площини;

2) глибини;

3) об'єму рідини.

3. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:

1) прямокутник;

2) трапеція;

3) трикутник.

4. Визначити поняття «вакуум» у рідині:

1) тиск, якого не вистачає до атмосферного;

2) величина розрідження;

3) тиск, менший атмосферного.

5. За якою формулою визначається п’єзометрична висота в рідині?

1) $hp = h + \frac{P_0 - P_{ат}}{\gamma}$;

2) $hp = h + \frac{P_0}{\gamma}$;

3) $hp = h + \frac{P_{ат}}{\gamma}$.

Тестове завдання 6.4

1. Напрямок сили сумарного гідростатичного тиску на циліндричний затвор:
1) по вертикалі;
2) по нормалі до поверхні затвору;
3) по горизонталі.

2. Вкажіть розрахункове рівняння п’єзометричного напору:
1) $H_p = z + h + \frac{P_0}{\gamma} = \text{const}$;
2) $H_p = h + \frac{P_0 - P_{\text{ат}}}{\gamma}$;
3) $H_p = z + h + \frac{P_0 - P_{\text{ат}}}{\gamma} = \text{const}$.

3. Визначити поняття епюри гідростатичного тиску:
1) рівнобічний прямокутний трикутник з катетом, який дорівнює глибині занурення;
2) графік зміни сили гідростатичного тиску по глибині;
3) закон зміни сили гідростатичного тиску.

4. Вкажіть геометричну форму епюри надмірного гідростатичного тиску рідини на плоскі вертикальні стінки:
1) трапеція;
2) прямокутник;
3) трикутник.

5. Визначити глибину розташування центру тиску на прямокутний щит (при двосторонній дії води):
1) на глибині центру тяжіння сумарної епюри тиску;
2) на глибині центру тяжіння щита;
3) на відстані 1/3 глибини від основи щита.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кулінченко В.Р. Гідравліка, гідравлічні машини і гідропривід : підручник. – Київ: ІНКОС, Центр навчальної літератури, 2006. – 616 с.

2. Іванчук Я.В. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи. Частина 1. Основні закони, рівняння і визначення : навч. посіб. – Вінниця: ВНТУ, 2019. – 183 с.

3. Дідур В.А., Журавель Д.П., Палішкін М.А., Міщенко А.В., Борхаленко Ю.О. Гідравліка : підручник. – 2015. – 546 с.

4. Возняк Л.В., Гімер П.Р., Мердух М.І., Паневник О.В. Гідравліка : навч. посіб. – Івано-Франківськ : ІФНТУНГ, 2012. – 327 с.

5. Струтинський С.В. Основи гідравліки [електронний ресурс] : навч. посіб. – Київ : НТУУ «КПІ», 2012.

6. Галкіна О.П. Інженерна гідравліка : конспект лекцій. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2020. – 103 с.

Навчальне видання

Федорова Катерина Юріївна

Андреєвська Галина Михайлівна

ГІДРАВЛІКА

Навчальний посібник

Підписано до друку 10.08.2023.
Формат 60x84/16. Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Друк офсетний. Обсяг 9,25 друк. арк. Наклад 50 прим.
Зам. № 10967/8
Надруковано у ФОП Бондаренко М.О.
м. Одеса, вул. В. Арнаутська, 60.
т. +38 048 700 11 55
info@aprel.od.ua

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців ДК № 4684 від 13.02.2014 р.