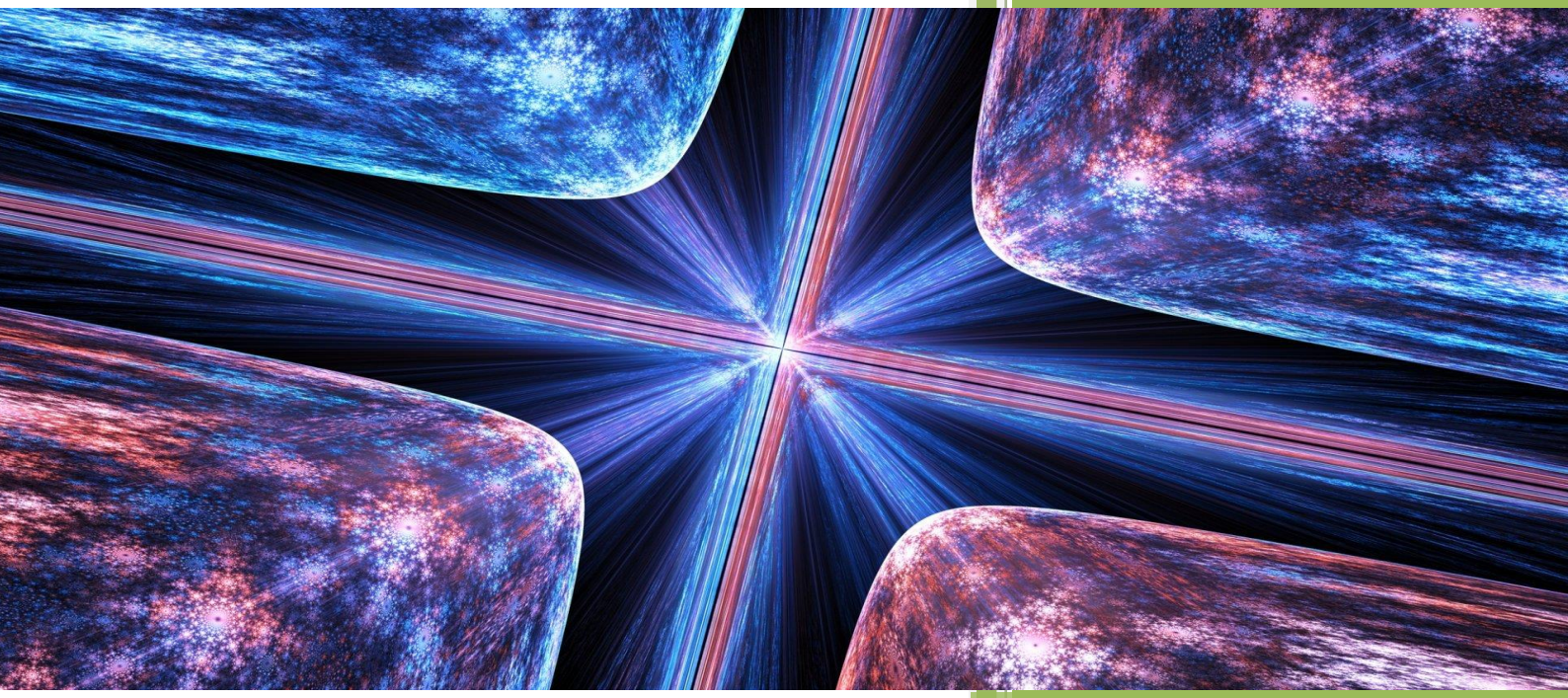
Одеський
Національний
Морський
Університет

Конспект лекцій з фізики



С. І. Іовчев, Н. В. Савчук

Одеса – 2026

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра «Суднова електроенергетика, фізика, експлуатація електрообладнання»

С. І. Іовчев, Н.В. Савчук

Конспект лекцій з фізики

- **ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ**
- **МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА**
- **ЕЛЕКТРИКА ТА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**
- **ОПТИКА. ЕЛЕМЕНТИ АТОМНОЇ ФІЗИКИ**

Одеса – 2026

УДК 53(075.8)

Рекомендовано науково-методичною комісією
Навчально-Наукового Інституту Морського Флоту
протокол № 4 від 10 лютого 2026 року.

Автор: С.І. Іовчев, Н.В. Савчук

Рецензенти: А.В. Єрпельова – кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри «СЕФЕЕ» ОНМУ
О. В. Кочетков – кандидат технічних наук, доцент кафедри «СЕФЕЕ» ОНМУ

Конспект лекцій з фізики. Для здобувачів вищої освіти за освітньо-професійною програмою: «Кібербезпека та захист інформації» / Іовчев С.І., Савчук Н.В. – Одеса: ОНМУ, 2026. – 220 с.

Конспект лекцій складова комплексу робочих матеріалів, створений для забезпечення якісної підготовки фахівців денної і заочної форми навчання за освітньо-професійною програмою: «*Кібербезпека та захист інформації*» за спеціальністю F5 Кібербезпека та захист інформації.

Конспект лекцій містить теоретичний матеріал необхідний для організації повноцінної підготовки здобувачів вищої освіти, може бути базовим для подальшого поглибленого вивчення навчальних дисциплін фізико-технічної підготовки та спецкурсів спеціальності, відповідає чинним навчальним програмам підготовка.

УДК 53(075.8)

© С.І. Іовчев, Н.В. Савчук, 2026

З М І С Т

ПЕРЕДМОВА 14

РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ 15

§Лекція 1. Кінематика та динаміка матеріальної точки 15

1.1 Основні поняття кінематики 15

1.2 Система відліку 16

1.3 Траєкторія. Шлях 16

1.4 Переміщення 17

1.5 Швидкість 17

1.6 Прискорення 19

1.7 Характеристики обертального руху 21

1.8 Зв'язок між лінійними і кутовими характеристиками 23

§Лекція 2. Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла 24

2.1 Основні поняття динаміки 24

2.2 Види взаємодій 25

2.3 Основні закони динаміки матеріальної точки (закони Ньютона) 26

2.3.1 Перший закон Ньютона 26

2.3.2 Другий закон Ньютона 27

2.3.3 Третій закон Ньютона 28

2.4 Закон збереження імпульсу 28

§Лекція 3. Механічна робота, потужність і енергія. Зіткнення тіл 29

3.1 Механічна робота 29

3.2 Потужність 30

3.3 Кінетична енергія 31

3.4 Потенційна енергія 31

3.5 Закон збереження механічної енергії 33

3.6 Зіткнення тіл 34

§Лекція 4. Механіка твердого тіла 38

4.1 Основні характеристики динаміки обертального руху 38

4.1.1 Момент інерції 38

4.1.2 Момент імпульсу 40

4.1.3 Момент сили 41

4.1.4 Робота і потужність при обертальному русі 42

4.1.5 Кінетична енергія обертального руху 43

4.2 Основне рівняння динаміки обертального руху 43

4.3 Закон збереження моменту імпульсу 44

4.4 Деформація твердого тіла 46

§Лекція 5. Тяжіння. Елементи теорії поля 47

5.1. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння 47

5.2 Вага тіла. Невагомість 48

5.3 Характеристики поля тяжіння. Робота в полі тяжіння 49

5.4 Зв'язок між потенціалом поля тяжіння і його напруженістю 51

5.5 Космічні швидкості 51

5.6. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції 53

§Лекція 6. Елементи механіка рідини 58

6.1. Тиск в рідині і газі 58

6.2 Рівняння нерозривності 60

6.3 Рівняння Бернуллі 61

6.4 Деякі застосування рівняння Бернуллі 63

6.5 В'язкість (внутрішнє тертя). Режими течії рідин 65

6.6 Методи визначення в'язкості 67

РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА 69

§Лекція 7. Основи молекулярно-кінетичної теорії 69

7.1 Статистичний і термодинамічний методи дослідження 69

7.2 Характеристики атомів і молекул 70
7.3 Параметри стану 71
7.4 Дослідні закони ідеального газу 72
7.5 Рівняння стану ідеального газу 76
7.6 Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів 77
7.7 Молекулярно-кінетичне трактування термодинамічної температури ... 78
7.8 Розподіл Максвелла молекул ідеального газу за швидкостями 79
7.9 Барометрична формула 81
7.10 Розподіл Больцмана 82
7.11 Середнє число зіткнень молекул в одиницю часу. Середня довжина вільного пробігу молекул 83

§Лекція 8. Основи термодинаміки 85
8.1 Робота, що здійснюється системою при зміні об'єму 85
8.2 Внутрішня енергія термодинамічної системи 87
8.3 Кількість ступенів свободи 87
8.4 Внутрішня енергія ідеального газу 88
8.5 Перший закон термодинаміки 89
8.6 Теплоємність 90
8.7 Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів 91
8.8 Адіабатичний процес 94
8.9 Оборотні і необоротні процеси. Кругові процеси (цикли) 96
8.10 Другий закон термодинаміки 97
8.11 Теплова машина. ККД теплової машини 98
8.12 Цикл Карно 99
РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИКА ТА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ 101

§Лекція 9. Основи електростатики 101
9.1 Електричний заряд 101
9.2 Закон Кулона 102
9.3 Напруженість електричного поля 102

9.4 Потік вектора напруженості електричного поля 104
9.5 Теорема Гауса 104
9.5.1 Приклади розрахунку електростатичних полів 105
9.6 Потенціал електростатичного поля 108
9.7 Графічне зображення електростатичних полів 110
9.8 Зв'язок між напруженістю електричного поля і потенціалом 111
9.8.1 Обчислення різниці потенціалів по напруженості поля 112

§Лекція 10. Діелектрики і провідники в електричному полі 114
10.1 Електричний диполь 114
10.2 Діелектрики в електричному полі 115
10.2.1 Класифікація діелектриків 116
10.2.2 Поляризація діелектриків 117
10.2.3 Поле всередині діелектрика 118
10.3 Провідники в електричному полі 120
10.4 Електроємність 121
10.4.1 Електроємність відокремленого провідника 121
10.4.2 Конденсатори 122
10.5 Енергія електричного поля 125

§Лекція 11. Постійний струм 126
11.1 Електричний струм. Характеристики струму 126
11.2 Електрорушійна сила. Напруга 127
11.3 Закон Ома для однорідної ділянки кола. Опір 129
11.4 З’єднання провідників 131
11.4.1 Послідовне з'єднання провідників 131
11.4.2 Паралельне з'єднання провідників 131
11.5 Закон Ома для неоднорідної ділянки 132
11.6 Робота і потужність струму. Закон Джоуля-Ленца 133
11.7 ККД джерела струму 134

§Лекція 12 Магнітне поле 135
12.1 Характеристики магнітного поля 135
12.2 Графічне зображення магнітних полів 137
12.3 Закон Біо-Савара-Лапласа 137
12.4 Приклади розрахунку магнітних полів 139
12.5 Магнітний потік 142
12.6 Циркуляція вектора магнітної індукції. Закон повного струму 143

§Лекція 13. Дія магнітних полів. Магнітне поле в речовині. Електромагнітна індукція 145
13.1 Закон Ампера 145
13.2 Робота при переміщенні провідника зі струмом в магнітному полі 146
13.3 Обертальний момент, який створюється силами, прикладеними до контуру 147
13.4 Сила Лоренца 149
13.5 Магнітне поле в речовині. Намагнічення магнетика 152
13.6 Класифікація магнетиків 153
13.6.1 Діамагнетики 153
13.6.2 Парамагнетики 154
13.6.3 Феромагнетики 154

§Лекція 14 Електромагнітна індукція 155
14.1 Явище електромагнітної індукції 155
14.2 Принцип роботи генератора змінного струму 156
14.3 Індуктивність контуру 157
14.4 ЕРС самоіндукції 158
14.5 Взаємна індукція 159
14.6 Трансформатори 161
14.7 Енергія магнітного поля 163
РОЗДІЛ 4. ОПТИКА. ЕЛЕМЕНТИ АТОМНОЇ ФІЗИКИ 165

§Лекція 15. Геометрична та хвильова оптика 165
15.1 Деякі відомості з геометричної оптики 165
15.2 Інтерференція світла. Когерентність 168
15.2.1 Умови максимумів і мінімумів інтерференції 169
15.2.2 Розрахунок інтерференційної картини від двох джерел. 172
15.2.3 Інтерференція в тонких плівках 173
15.3 Дифракція 177
15.3.1 Дифракційна решітка 178
15.3.2 Дифракція рентгенівських променів 181
15.4 Дисперсія світлових хвиль 182
15.5 Поляризація світла 183
15.6 Відображення від межі розділу двох діелектриків. Закон Брюстера . 185

§Лекція 16. Квантова оптика. Елементи квантової фізики 186
16.1 Квантова оптика 186
16.1.1 Теплове випромінювання. 187
16.1.2 Закони Стефана–Больцмана і Віна 189
16.1.3 Гіпотеза Планка 191
16.1.4 Зовнішній фотоелектричний ефект. Закони фотоефекту 192
16.1.5 Ефект Комптона 195
16.2 Елементи квантової фізики 196
16.2.1 Постулати Бора 197
16.2.2 Гіпотеза де Бройля 198
16.2.3 Хвильове рівняння Шредінгера 200
16.2.4 Атом водню і воднеподібні іони 201
16.2.5 Квантові числа 202
16.2.6 Квантування енергії 202

§Лекція 17. Елементи фізики атомного ядра 205
17.1 Склад ядра 206
17.2 Характеристики атомного ядра 206

17.3 Розміри ядер 207
17.4 Властивості ядерних сил 208
17.5 Дефект маси ядра. 208
17.6 Енергія зв'язку ядра 209
17.7 Ядерні перетворення 210
17.8 Радіоактивність 211
17.9 Закон радіоактивного розпаду 213
17.10 Гамма–випромінювання 215
17.11 Елементи дозиметрії іонізуючих випромінювань 216
ЛІТЕРАТУРА 220

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

A – *робота*

A_r – відносна атомна маса хімічного елементу

$\vec{\boldsymbol{a}}$ – прискорення

$\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{n}}$ – нормальне прискорення

$\vec{\boldsymbol{a}}_{\boldsymbol{\tau}}$ – тангенціальне прискорення

C_V.– молярна теплоємність при постійному об'ємі

C_p – молярна теплоємність при постійному тиску

c_V – питома теплоємність при постійному об'ємі

c_p – питома теплоємність при постійному тиску

c – швидкість світла у вакуумі

$d_{еф}$ – ефективний діаметр молекули

F – сила

G – постійна всесвітнього тяжіння, електропровідність

g – прискорення вільного падіння

i – число ступенів свободи

J – *момент інерції*

k – коефіцієнт жорсткості, стала Больцмана

$\vec{\boldsymbol{L}}$ – момент імпульсу

M – молярна маса

M_r – відносна молекулярна маса речовини

$\vec{\boldsymbol{M}}$ – момент сили

m – маса тіла

m_0 – маса спокою, маса однієї молекули

N – сила нормальної реакції опори, число молекул, механічна потужність

N_A – число Авогадро

n – концентрація

p – *тиск*

$\vec{\mathrm{p}}$ – імпульс тіла

Q – кількість тепла

R – радіус кола, універсальна газова стала, електричний опір

$\vec{r}$ – радіус–вектор

S – площа

T – період обертання, абсолютна температура

t – час

U – внутрішня енергія

V – об'єм

$\langle \upsilon \rangle$ – середньоарифметична швидкість молекул газу

$\upsilon_{\text{й}}$ – найбільш вірогідна швидкість молекул газу

$\langle \upsilon_{\text{кв}} \rangle$ – середньоквадратична швидкість молекул газу

$\vec{\upsilon}$ – швидкість

W – енергія, термодинамічна вірогідність

$W_к$ – кінетична енергія

$W_п$ – потенційна енергія

w – об'ємна густина енергії

<z> – середнє число зіткнень за одиницю часу

α – температурний коефіцієнт опору

γ – коефіцієнт Пуассона

$\Delta\vec{r}$ – переміщення

ε – відносне подовження

$\vec{\varepsilon}$ – кутове прискорення

<ε> – середня кінетична енергія молекули

η – коефіцієнт корисної дії, коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість).

<λ> – середня довжина вільного пробігу

μ – коефіцієнт тертя

ν – частота обертання, кількість молей речовини

ρ – густина, питомий опір

σ – механічна напруга, поверхнева густина заряду, постійна Стефана–Больцмана

φ – кут оберту, потенціал електростатичного поля

$\vec{\omega}$ – кутова швидкість

$\vec{B}$ – магнітна індукція

C – електрична ємність (електроємність)

$\vec{E}$ – напруженість електричного поля

$\vec{H}$ – напруженість магнітного поля

I – сила постійного струму

$\vec{J}$ – намагніченість

$\vec{j}$ – густина струму

L – індуктивність

$\vec{P}$ – поляризованість

$\vec{p}_V$ – дипольний момент диполя

$\vec{p}_m$ – магнітний момент контуру

q – електричний заряд

U – напруга

w – об'ємна густина енергії

α – температурний коефіцієнт опору

ε – діелектрична проникність середовища, електрорушійна сила

μ – магнітна проникність середовища

γ – питома електропровідність

τ – лінійна густина заряду

Ф – потік вектора напруженості електричного поля, магнітний потік.

ψ – повний магнітний потік (потокозчеплення), хвильова функція

A – активність радіоактивного препарату

E – освітленість

h – постійна Планка

ℓ – орбітальне квантове число

m – магнітне квантове число

n – показник заломлення, головне квантове число

P – ступінь поляризації

R_{e} – енергетична світність (випромінювальність)

$r_{\lambda,T}$ – спектральна щільність енергетичної світності (випускна спроможність)

$T_{1/2}$ – період напіврозпаду

Z – порядковий номер елемента (зарядне число)

$\alpha_{\lambda,T}$ – поглинальна здатність (монохроматичний коефіцієнт поглинання)

$\rho_{\lambda,T}$ – відбивна здатність

ПЕРЕДМОВА

Майбутньому фахівцеві необхідно добре володіти знаннями з фізики, адже більшість сучасних технічних досягнень ґрунтується саме на її законах. Вивчення фізики — це своєрідна подорож, яка іноді буває складною та вимогливою, але водночас здатна приносити значну користь і навіть естетичне задоволення. Основні закони фізики та рівняння, що їх описують, вражають гармонією та логічною досконалістю.

Часто студенти вважають, що головна складність у вивченні фізики полягає в необхідності запам’ятовування великої кількості формул. Насправді це хибне уявлення з двох причин:

1. кількість формул, які справді потрібно знати напам’ять, невелика;
2. більшість із них не потребують механічного заучування — важливо зрозуміти сутність закону та вміти виконувати необхідні математичні перетворення, які зазвичай не є складними.

Сподіваюся, що фізика зацікавить вас і стане корисною незалежно від обраної професії. Проте ми вивчаємо природу не лише з практичних міркувань, а й тому, що вона захоплює своєю красою. Якби природа не була прекрасною, її можна було б не вивчати. Але якщо нічого не знати про світ, у якому живеш, то й життя втрачає глибокий сенс.

Страх перед фізикою — поганий порадник. Якщо ви з самого початку налаштовані боятися труднощів, успіху досягти важко. Тож варто переконати себе, що у фізиці немає нічого лякаючого, і впевнено розпочати навчання. Вам знадобиться вміння логічно мислити та робити висновки, і ці навички корисні не лише під час опанування фізики, а й у повсякденному житті.

Фізика допомагає розв’язувати практичні завдання та пояснює явища, які супроводжують нас щодня. Опанувавши її, ви краще розумітимете навколишній світ і зможете уникати прикрих, а подекуди й небезпечних помилок у професійній діяльності.

РОЗДІЛ 1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

§Лекція 1. Кінематика та динаміка матеріальної точки

Світ, що оточує нас, усе існуюче навколо нас і таке, що виявляється нами за допомогою відчуттів є ***матерією***.

Фізика - наука що вивчає форми руху матерії та їх взаємні перетворення.

Матерія ділиться на речовину і поле.

Розділ фізики, що вивчає закономірності механічного руху і взаємодії тіл, називається ***механікою.***

Механічний рух – зміна положення тіла з часом відносно інших тіл або частин одного і того ж тіла.

Моделі в механіці

Матеріальна точка **–** тіло, розмірами і формою якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Абсолютно тверде тіло **–** тіло, деформацією якого в умовах даної задачі можна знехтувати. Абсолютно тверде тіло можна розглядати як систему матеріальних точок, жорстко пов'язаних між собою.

Абсолютно пружне тіло **–** тіло, яке після припинення зовнішньої силової дії повністю відновлює свої первинні розміри і форму.

Абсолютно непружне тіло **–** тіло, яке після припинення зовнішньої силової дії повністю зберігає деформований стан, викликаний цією дією.

1.1 Основні поняття кінематики

Кінематика математично описує різні види механічного руху, не з'ясовуючи причин цього руху.

Основне завдання кінематики – визначити положення тіла у будь-який момент часу.

1.2 Система відліку

Тіло, відносно якого розглядається рух, називається ***тілом відліку.*** Щоб визначити положення досліджуваного тіла, з тілом відліку жорстко зв'язують систему координат, забезпечену годинником. Сукупність тіла відліку, пов'язаної з ним системи координат і годинник, що відлічує час, називається ***системою відліку***. Положення точки в просторі описують за допомогою радіус-вектора.

Радіус-вектор $\vec{r}$ – це вектор, проведений з початку координат в точку, де знаходиться тіло (Рис. 1.1). Радіус-вектор можна розкласти на складові:

$$\vec{r} = \vec{\imath}x + \vec{\jmath}y + \vec{k}z\ ,$$

де i, j, k – одиничні вектори (орти).

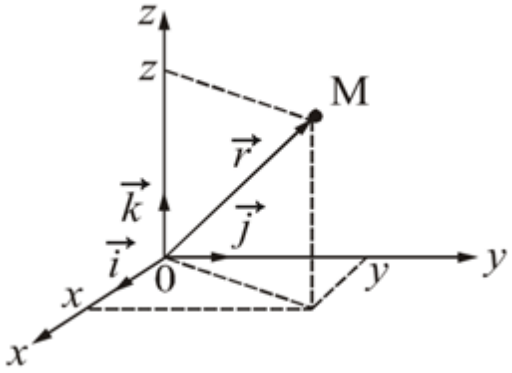


Рис.1.1

1.3 Траєкторія. Шлях

При переміщенні в просторі точка займає ряд послідовних положень. Лінія, що описується в просторі точкою, що рухається, називається ***траєкторією***. Залежно від виду траєкторії рух ділять на прямолінійний та криволінійний. Окремим видом криволінійного руху є рух по колу.

Нехай матеріальна точка, рухаючись по деякій траєкторії (Рис. 1.2), перемістилася з точки 1 в точку 2. Відстань s_{12} між точками 1 і 2, відлічена уздовж траєкторії, називається довжиною пройденого шляху або просто ***пройденим шляхом***.

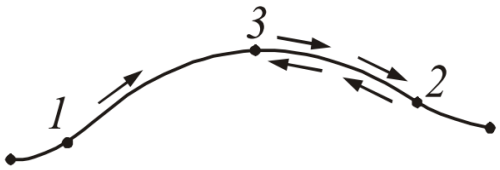


Рис.1.2

1.4 Переміщення

Вектор, що з’єднує початкове і кінцеве положення точки, називається ***переміщенням***. Позначається $\Delta\vec{r}$. (Рис. 1.3).

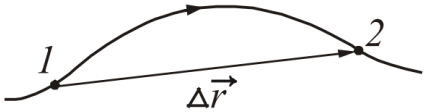


Рис. 1.3

Положення тіла визначають за допомогою координат. Рух точки вважається повністю визначеним, якщо задані рівняння, що описують зміну координат точки з часом:

$$x = x(t);\ y = y(t);\ z = z(t)$$

Ці рівняння називаються кінематичними рівняннями руху точки.

1.5 Швидкість

Поступальний рух – цей такий рух, при якому будь-яка пряма, жорстко пов'язана з тілом, переміщається, залишаючись паралельною самій собі. Тому кінематичний розгляд поступального руху твердого тіла зводиться до вивчення руху будь-якої з його точок. У динаміці зазвичай розглядають рух центру інерції тіла.

Швидкість тіла визначається як межу відношення переміщення $\Delta\vec{r}$ до проміжку часу Δt, за який воно сталося, за умови, що Δt прямую до нуля (рис. 1.4):

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'. \qquad (1.1)$$

$[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}$

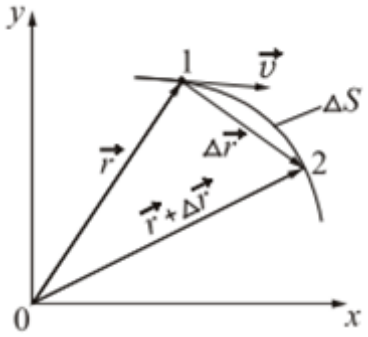


Рис. 1.4

Швидкість ($\vec{v}$) – векторна фізична величина, що характеризує швидкість зміни положення тіла в просторі та дорівнює першій похідній радіус-вектора за часом.

Вектор швидкості завжди спрямований по дотичній до траєкторії у бік руху. Модуль швидкості υ визначається як похідна шляху за часом:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} \tag{1.2}$$

З (1.2) витікає, що шлях ds, пройдений за елементарно малий час dt визначатиметься таким чином :

$$ds = \upsilon(t)dt.$$

Шлях, пройдений тілом за кінцевий проміжок часу від t_1 до t_2, знаходиться інтегрування:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \upsilon(t)dt \tag{1.3}$$

Якщо напрям вектору швидкості не змінюється, то ***рух*** називається ***прямолінійним***.

Якщо модуль швидкості не змінюється з часом, то ***рух*** називається ***рівномірним***.

При рівномірному русі швидкість тіла постійна:

$$\upsilon = \frac{s}{t} = const \tag{1.4}$$

Шлях, пройдений тілом при рівномірному русі, залежить від часу лінійно:

$$s = \upsilon t. \tag{1.5}$$

Якщо тіло рухається нерівномірно, то величина, рівна відношенню пройденого шляху Δs до проміжку часу Δt, впродовж якого був пройдений шлях, називається ***середньою швидкістю*** за цей проміжок часу

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1.6}$$

(Середні значення величин будемо позначати взяттям цих величин в кутові дужки).

1.6 Прискорення

Нехай у момент часу t тіло знаходилося в точці 1, маючи швидкість υ_1. Через час Δt воно перемістилося в точку 2, при цьому його швидкість стала дорівнювати υ_2. (Рис. 1.5 а).

Приріст вектору швидкості дорівнює $\Delta \upsilon = \upsilon_2 - \upsilon_1$. (Рис. 1.5 б).

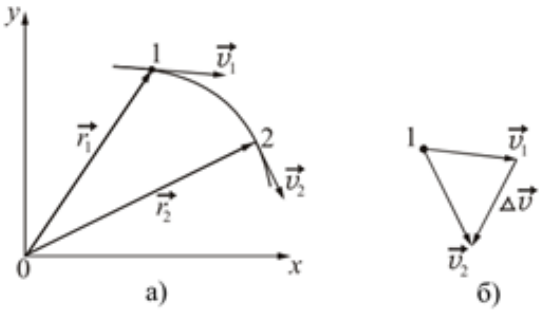


Рис. 1.5

Щоб охарактеризувати те як змінюється швидкості, використовується величина:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'.$$

$$[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Беручи до уваги, що $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, можна записати:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \tag{1.7}$$

Прискорення $(\vec{a})$ – це векторна фізична величина, що характеризує швидкість зміни вектору швидкості і дорівнює похідній вектора швидкості за часом.

При прямолінійному русі напрям швидкості залишається постійним, тому вектор прискорення $\vec{a}$ або співпадає з напрямом швидкості, або протилежний до нього. Якщо модуль прискорення при цьому не змінюється з часом, то в першому випадку рух буде ***рівноприскореним***, в другому – ***рівносповільнений***. Швидкість руху у будь-який момент часу визначатиметься співвідношенням:

$$\upsilon = \upsilon_0 \pm \mathrm{a}t \tag{1.8}$$

де υ_0 – початкова швидкість тіла, тобто швидкість у момент часу t=0. Знак «плюс» відноситься до рівноприскореного руху, «мінус» – до рівносповільненого.

Інтегруючи функцію (1.8) в межах від 0 до довільного моменту часу t, знайдемо формулу для розрахунку пройденого шляху(див. формулу (1.3)) :

$$s = \int_0^t (\upsilon_0 \pm at)dt = \upsilon_0 t \ \pm \frac{at^2}{2} \tag{1.9}$$

Формула (1.9) дає правильний результат для пройденого шляху тільки у тому випадку, якщо за рівні проміжки часу Δt зміна швидкості є величиною постійною.

Якщо швидкість змінюється з часом довільним чином, то величина, рівна відношенню зміни швидкості $\Delta\upsilon$ до проміжку часу Δt, впродовж якого змінювалася швидкість, називається ***середнім прискоренням*** за цей проміжок часу

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} \tag{1.10}$$

При криволінійному русі вектор швидкості υ змінює свій напрям. При цьому може змінюватися і його чисельне значення, тобто модуль.

В цьому випадку вектор прискорення $\vec{a}$ зручно розкладати на дві складові. Одна з них $\vec{a}_\tau$ – дотична до траєкторії, друга $\vec{a}_n$ – перпендикулярна цій дотичній (Рис. 1.6). Складова $\vec{a}_\tau$ – називається ***тангенціальним (дотичним)*** прискоренням; складова $\vec{a}_n$ – ***нормальним (доцентровим)*** прискоренням. З рис. 1.6 витікає, що

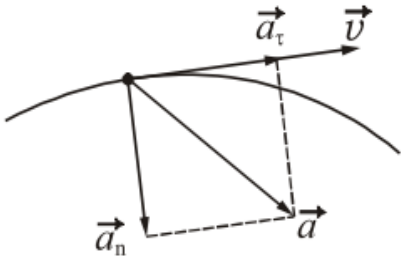


Рис.1.6

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \tag{1.11}$$

Модуль повного прискорення дорівнює

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \tag{1.12}$$

Тангенціальне прискорення характеризує зміну швидкості за величиною і дорівнює першій похідній модуля швидкості за часом:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} \tag{1.13}$$

Якщо швидкість за величиною не змінюється, то $a_\tau = 0$.

Якщо $dv > 0$, то тангенціальне прискорення $\vec{a}$ спрямовано по вектору швидкості, якщо $dv < 0$, то $\vec{a}_\tau$ спрямовано у бік, протилежний до вектору швидкості.

Нормальне (доцентрове) прискорення характеризує зміну швидкості за напрямом і спрямоване по радіусу до центру кривизни траєкторії. Чисельне значення нормального прискорення визначається формулою:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \tag{1.14}$$

Якщо напрям швидкості не змінюється, то $a_n = 0$

1.7 Характеристики обертального руху

Обертальний рух – рух, при якому усі точки абсолютно твердого тіла рухаються по колах, центри яких лежать на одній прямій. Ця пряма називається ***віссю обертання***. Кола, по яких рухаються точки тіла, лежать в площинах, перпендикулярних цій осі.

Кутове переміщення ($\vec{\varphi}$) – вектор, модуль якого дорівнює куту оберту, вираженому в радіанах. Спрямовано кутове переміщення по осі обертання.

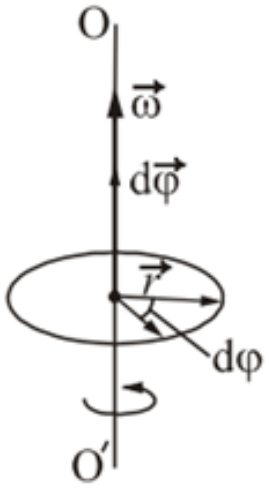


Рис.1.7

Кутова швидкість ($\vec{\omega}$) – векторна фізична величина, що характеризує швидкість обертання і дорівнює першій похідній кутового переміщення за часом:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \tag{1.15}$$

$$[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Напрям вектору кутової швидкості співпадає з напрямом вектору кутового переміщення.

Обертання з постійною кутовою швидкістю називається рівномірним, при цьому

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \tag{1.16}$$

Рівномірне обертання прийнято характеризувати періодом обертання і частотою обертання.

Період обертання (T) – час, впродовж якого здійснюється один повний оберт. За час, рівний періоду, тіло обертається на кут 2π. Звідси витікає, що

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{1.17}$$

Частота обертання (ν) – число оборотів за одиницю часу.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \qquad \omega = 2\pi\nu \tag{1.18}$$

$[\nu] = \frac{1}{\text{с}}$

Вектори, напрям яких зв'язується з напрямом обертання ($\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$) називаються ***аксіальними векторами або псевдовекторами.***

При рівнозмінному обертальному русі мають місце співвідношення, аналогічні формулам, що описують рівнозмінний прямолінійний рух ($\upsilon = \upsilon_0 \pm \text{a}t$, $s = \upsilon_0 t \pm \frac{at^2}{2}$) :

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \tag{1.20}$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \tag{1.21}$$

1.8 Зв'язок між лінійними і кутовими характеристиками

Точка, віддалена від осі обертання на відстані *R* (рис. 1.8), при повороті тіла на кут φ за час *t* проходить шлях

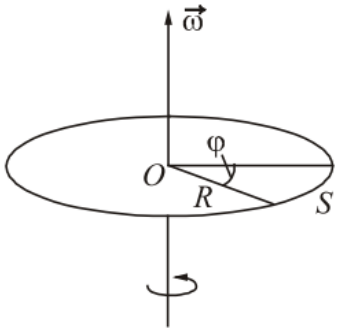


Рис.1.8

$$s = R\varphi. \tag{1.22}$$

Продиференціюємо рівняння (1.22) за часом:

$$\frac{ds}{dt} = R\frac{d\varphi}{dt} \tag{1.23}$$

З нього виходить

$$\upsilon = R\omega \tag{1.24}$$

Продиференціюємо рівняння (1.24) за часом

$$\frac{dv}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} \tag{1.25}$$

звідси слідує

$$a_\tau = R\varepsilon \tag{1.26}$$

Кінематичні величини, що характеризують обертальний рух і формули, що описують цей рух, аналогічні відповідним величинам і формулам поступального руху.

§Лекція 2. Динаміка матеріальної точки та поступального руху твердого тіла

Динаміка – розділ механіки, що вивчає рух тіл з урахуванням причин, що викликають цей рух.

2.1 Основні поняття динаміки

1. ***Маса*** (m) – скалярна фізична величина, що є мірою інертних і гравітаційних властивостей тіла.

$[m]$ = кг

Густина (ρ) – скалярна фізична величина, характеристика матеріалу, чисельно дорівнює масі одиниці об'єму.

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{2.1}$$

$$[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

2. ***Імпульс тіла (кількість руху)*** ($\vec{p}$) – векторна фізична величина, яка дорівнює добутку маси тіла на його швидкість.

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{2.2}$$

$$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

Напрям імпульсу тіла співпадає з напрямом швидкості.

3. ***Сила*** ($\vec{F}$) – векторна фізична величина, що є мірою механічної дії на тіло інших тіл або полів. Сила характеризується модулем (чисельним

значенням), напрямом дії, точкою прикладення. Пряма, уздовж якої спрямована сила, називається ***лінією дії*** сили.

[F] = Н (ньютон)

2.2 Види взаємодій

1. ***Гравітаційні взаємодії.***

Окремим випадком прояву гравітаційної взаємодії є сила тяжіння.

Сила тяжіння – сила, діюча на будь–яке фізичне тіло, що знаходиться поблизу поверхні Землі або іншого астрономічного тіла.

$$F_{\text{тяж}} = mg \tag{2.3}$$

де g – прискорення вільного падіння.

2. ***Електромагнітні взаємодії.***

а) ***Сила пружності***.

Під дією зовнішніх сил виникають деформації (тобто зміна розмірів і форми тіл). Якщо після припинення дії сил відновлюються форма і розміри тіла, то деформація називається ***пружною***.

Для пружних деформацій є справедливим ***закон Гука***: сила пружності пропорційна абсолютному подовженню.

$$F_x = -kx \tag{2.4}$$

де F_{x} – проекція сили пружності на вісь x; k – жорсткість пружини ($[k] = \frac{\text{Н}}{\text{м}}$); x – абсолютне подовження пружини. Знак мінус у формулі вказує на те, що тіло протидіє деформації: при розтягуванні прагне зменшити свою довжину, а при стискуванні – розпрямитися.

б) ***Сила тертя***.

Сила тертя спокою **–** сила, що виникає між двома нерухомими контактуючими тілами і перешкоджає виникненню відносного руху. Тертя спокою спостерігається до переходу до руху, коли починає діяти сила тертя кочення або ковзання. Сила тертя спокою діє в напрямі, протилежному до

напряму можливого відносного руху. Максимальна сила тертя спокою дещо вища, ніж сила тертя ковзання.

Сила тертя ковзання пропорційна модулю сили нормальної реакції опори і не залежить від площі дотику тіл (рис. 2.1)

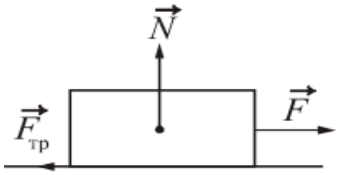


Рис. 2.1

$$\left|\vec{F}_{\text{тр}}\right| = \mu\left|\vec{N}\right| \tag{2.5}$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання.

Він залежить від природи матеріалів і якості обробки дотичних поверхонь. Значення коефіцієнтів тертя визначають експериментальним шляхом.

Радикальним способом зменшення сили тертя є заміна тертя ковзання тертям кочення (кулькові і роликові підшипники і т.і.).

2.3 Основні закони динаміки матеріальної точки (закони Ньютона)

Динаміка базується на законах Ньютона, які математично не виводяться, а є узагальненням досвіду.

2.3.1 Перший закон Ньютона

Перший закон Ньютона встановлює факт існування інерціальних систем відліку і описує характер руху вільної матеріальної точки в інерціальній системі відліку.

Всяке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху до тих пір, поки дії з боку інших тіл не змінять цього стану (принцип інерції Галилея).

Властивість тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху називається ***інерцією***. Система відліку, в якій виконується перший закон Ньютона, називається інерціальною. Тому, перший закон Ньютона можна сформулювати і таким чином:

Існують такі системи відліку, відносно яких тіло знаходиться в стані спокою або рухається прямолінійно і рівномірно, якщо на це тіло не діють інші тіла або дія цих тіл компенсується.

Будь-яка інша система відліку, що рухається відносно інерціальною прямолінійно з постійною швидкістю також є інерціальною.

2.3.2 Другий закон Ньютона

Швидкість зміни імпульсу тіла дорівнює результуючій усіх сил, діючих на тіло :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{2.6}$$

Імпульс тіла дорівнює $\vec{p}$=$m\vec{v}$. Формулу (2.61.32) можна перетворити таким чином:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{v}\frac{dm}{dt} + m\frac{d\vec{v}}{dt} \tag{2.7}$$

Рівняння (2.7) можна застосовувати як в тих випадках, коли маса міняється з часом (наприклад, при польоті ракети), так і при зміні швидкості зі зміною часу.

Якщо маса тіла залишається постійною m=const, тобто dm/dt=0, то рівняння (2.7) буде мати наступний вигляд:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a} \tag{2.8}$$

Результуюча усіх сил, діючих на тіло, дорівнює добутку маси тіла на його прискорення.

Якщо $\vec{F}$=$const$, то, помноживши обидві частини рівняння $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$ на dt, отримаємо:

$$\vec{F}dt = d\vec{p}$$

Проінтегрувавши отримане рівняння, отримаємо:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} \quad (2.9)$$

Величина, яка дорівнює добутку сили на час дії цієї сили $\vec{F}\Delta t$, називається ***імпульсом сили.*** Таким чином, імпульс сили дорівнює зміні імпульсу тіла.

З другого закону Ньютона виходить, що зміни швидкостей матеріальних точок або тіл відбуваються не миттєво, а впродовж кінцевих проміжків часу.

2.3.3 Третій закон Ньютона

Сили, з якими взаємодіють два тіла, рівні за величиною і протилежні по напряму.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \quad (2.10)$$

Таким чином, сили завжди виникають попарно. Сили, що фігурують в третьому законі Ньютона, прикладені до різних тіл, тому вони не урівноважують один одного.

Закони Ньютона виконуються тільки в інерціальних системах відліку.

2.4 Закон збереження імпульсу

Сукупність матеріальних точок (тіл), виділених для розгляду, називається ***механічною системою***. Сили, які діють на тіла системи, ділять на зовнішні і внутрішні. ***Внутрішні сили*** обумовлені взаємодією тіл, що входять в систему. ***Зовнішні сили*** обумовлені взаємодією з тілами, що не входять в систему.

Імпульс замкнутої системи матеріальних точок (тіл) залишається постійним.

Закон збереження імпульсу можна записати в розгорнутому виді:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \cdots + \vec{p}_n = const \quad (2.11)$$

або

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots + m_n\vec{v}_n = const$$

§Лекція 3. Механічна робота, потужність і енергія. Зіткнення тіл

3.1 Механічна робота

Елементарною роботою (dA) називається скалярна фізична величина, яка дорівнює скалярному добутку сили $\vec{F}$ на елементарне переміщення $d\vec{r}$

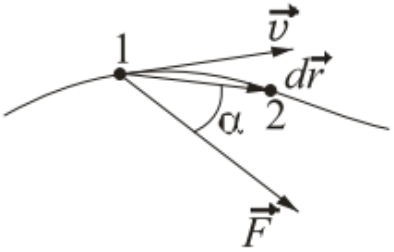


Рис. 3.1

точки, до якої прикладена сила (рис. 3.1).

$$dA = \vec{F}d\vec{r} \tag{3.1}$$

У скалярному виді:

$$dA = Fdr \cdot \cos\alpha \tag{3.2}$$

де α – кут між напрямами сили і переміщення.

[A] = Н·м = Дж (джоуль).

Робота в загальному випадку дорівнює

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}d\vec{r} \tag{3.3}$$

Якщо рух прямолінійний, а сила не змінюється ні по модулю, ні за напрямом ($\vec{F}$ = const), то робота розраховується по формулі:

$$A = Fs\cos\alpha. \tag{3.4}$$

Проаналізуємо рівняння $dA = Fdr \cdot \cos\alpha$.

1. Робота може бути позитивною і негативною. Якщо кут α між $\vec{F}$ і $d\vec{r}$ гострий ($0 < \alpha < \pi/2$), то робота позитивна, якщо кут α тупий ($\pi/2 < \alpha < \pi$), то робота негативна.

Наприклад, робота сили тертя негативна, оскільки сила тертя спрямована проти переміщення.

2. Сила не здійснює роботи: а) якщо тіло знаходиться в стані спокою ($d\vec{r} = 0$); б) якщо напрям сили $\vec{F}$ перпендикулярно напряму переміщення $d\vec{r}$ ($\alpha = \pi/2$). Наприклад, доцентрові сили роботи не здійснюють, оскільки $\vec{F} \perp d\vec{r}$.

3.2 Потужність

Потужність (N) – скалярна фізична величина, що характеризує швидкість здійснення роботи і чисельно дорівнює роботі, що здійснюється за одиницю часу.

$$N = \frac{dA}{dt} \tag{3.5}$$

$$N = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$$

Формула (3.5) дає значення ***миттєвій потужності***. Підставивши в (3.5) формулу $dA = \vec{F}d\vec{r}$, отримаємо

$$N = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v} \tag{3.6}$$

Миттєва потужність дорівнює скалярному добутку сили на швидкість тіла.

Якщо робота здійснюється за час t, то середня потужність

$$\langle N \rangle = \frac{A}{t} \tag{3.7}$$

Ефективність роботи прийнято характеризувати коефіцієнтом корисної дії (ККД).

$$\eta = \frac{A_{\text{к}}}{A_{\text{п}}} \cdot 100\% \tag{3.8}$$

де $A_к$ – корисна робота, $A_п$ – повна робота.

3.3 Кінетична енергія

Енергія – це єдина міра усіх форм руху матерії і типів взаємодії матеріальних об'єктів. Поняття енергії зв'язує воєдино усі явища природи. Відповідно до різних форм руху матерії розглядають різні види енергії: механічну, внутрішню, електромагнітну, ядерну.

Механічна енергія буває двох видів: кінетична і потенційна.

Кінетична енергія (чи енергія руху) – частина механічної енергії, яка визначається масою і швидкістю матеріальної точки (тіла). Позначається кінетична енергія через $W_к$ і чисельно дорівнює половині добутку маси тіла на квадрат швидкості :

$$W_к = \frac{mv^2}{2} \tag{3.9}$$

Зміна кінетичної енергії тіла дорівнює роботі усіх сил, діючих на тіло.

$$dA = dW_к = F_р dr = madr = m\frac{dv}{dt}dr$$

де $F_р$ – рівнодіюча усіх сил, які діють на тіло.

Оскільки $v = \frac{dr}{dt}$, то

$$dA = dW_к = mvdv$$

звідси

$$A = \Delta W_к = \int_{v_1}^{v_2} mvdv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \tag{3.10}$$

3.4 Потенційна енергія

Потенційна енергія (енергія взаємодії)– це та частина механічної енергії, яка залежить від взаємного розташування тіл або частин тіла, а також від природи сил, діючих між тілами.

Сили, робота яких не залежить від форми траєкторії, а визначається лише кінцевим і початковим положенням тіла або робота яких на замкненій траєкторії дорівнює нулю, називають ***консервативними***, а їх поля – потенційними.

Приклади консервативних сил: гравітаційні, пружні, кулонівські.

Сили, робота яких залежить від форми траєкторії, називають ***неконсервативними***, а їх поля – непотенційними.

Приклади неконсервативних сил: сили сухого і в'язкого тертя, сили опору.

Поняття потенційної енергії застосоване тільки до консервативних сил. В курсі механіки розглядають потенційну енергію пружно деформованої пружини та потенційну енергію матеріальної точки поля сили тяжіння.

1. Потенційна енергія пружно деформованої пружини (тіла).

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} \tag{3.11}$$

де k – жорсткість пружини (коефіцієнт жорсткості); x – абсолютне подовження пружини (величина деформації). При пружній деформації здійснюється робота:

$$dA = dW_{\text{п}} = F_{\text{пр}}dx = kxdx$$

де $F_{\text{пр}}$ – сила пружності;

звідси

$$A = -\Delta W_{\text{п}} = -\int_{x_1}^{x_2} kxdx = \left(\frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}\right) \tag{3.12}$$

2. Потенційна енергія матеріальної точки поля сили тяжіння. Матеріальна точка (тіло) масою m, що знаходиться на висоті h над поверхнею Землі, має потенційну енергію:

$$W_{\text{п}} = mgh. \tag{3.13}$$

При переміщенні матеріальної точки по довільній траєкторії з точки 1 в точку 2 (рис. 3.2) здійснюється робота

$$dA = dW_{\text{п}} = F_{\text{т}}dh = mgdh$$

де $F_т$ – сила тяжіння;

звідси

$$A = -\Delta W_п = -\int_{h_1}^{h_2} mgdh = mg(h_1 - h_2) \qquad (3.14)$$

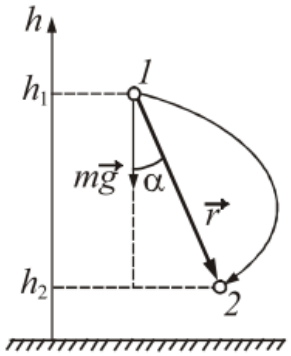


Рис. 3.2

Приріст потенційної енергії ($\Delta W_п$), беремо зі знаком мінус, оскільки робота здійснюється за рахунок зменшення потенційної енергії ($A = -\Delta W_п$).

3.5 Закон збереження механічної енергії

Матеріальна точка може одночасно мати і кінетичну, і потенційну енергію. Сума кінетичної і потенційної енергій точки називається її ***повною механічною енергією*** *W*.

$$W = W_к + W_п \qquad (3.15)$$

Закон збереження механічної енергії: ***Повна механічна енергія замкнутої системи матеріальних точок (тіл), між якими діють тільки консервативні сили, залишається постійною.***

$$W_к + W_п = \text{const}. \qquad (3.16)$$

Закон збереження енергії застосовується до усіх без виключення процесів в природі. Його можна сформулювати таким чином:

Повна енергія ізольованої системи завжди залишається постійною, енергія лише переходить з однієї форми в іншу.

3.6 Зіткнення тіл

Граничними видами зіткнень, що ідеалізуються, є абсолютно непружний і абсолютно пружний удари.

Абсолютно пружним називається удар, при якому повна механічна енергія тіл зберігається. Спочатку кінетична енергія частково або повністю переходить в потенційну енергію пружної деформації. Потім тіла повертаються до первинної форми, відштовхуючи один одного. У результаті потенційна енергія знову переходить в кінетичну і тіла розлітаються. При такому ударі виконуються закон збереження механічної енергії і закон збереження імпульсу.

Розглянемо ***центральний удар*** двох однорідних куль. Удар називається центральним, якщо кулі до удару рухаються уздовж прямої, що проходить через їх центри (рис. 3.3).

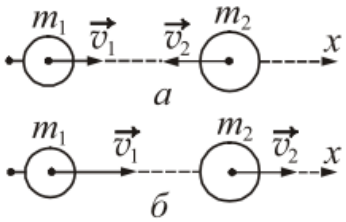


Рис. 3.3

Припустимо, що кулі рухаються поступально (тобто не обертаючись), і що вони утворюють замкнуту систему. Позначимо маси куль через m_1 і m_2, швидкості куль до удару υ_1 і υ_2, після удару u_1 і u_2.

Напишемо закон збереження імпульсу і закон збереження механічної енергії :

$$\begin{cases} m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \\ \dfrac{m_1\vec{\upsilon}_1^2}{2} + \dfrac{m_2\vec{\upsilon}_2^2}{2} = \dfrac{m_1\vec{u}_1^2}{2} + \dfrac{m_2\vec{u}_2^2}{2} \end{cases}$$

Розв’язавши отриману систему рівнянь, знайдемо швидкості куль після удару.

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2\vec{\upsilon}_2 + (m_1 - m_2)\vec{\upsilon}_1}{m_1 + m_2} \qquad (3.17)$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 + (m_2 - m_1)\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \tag{3.18}$$

Щоб виконати розрахунки, необхідно спроектувати вектори швидкостей на вісь x (рис. 3.3). Якщо при розрахунку якась проекція швидкості виявиться негативною, то це означає, що вектор цієї швидкості спрямований убік, протилежний до напряму осі x.

При $m_1 = m_2$ вирази (3.17) і (3.18) матимуть вигляд $u_1=\upsilon_2$, $u_2=\upsilon_1$. тобто кулі рівної маси «обмінюються» швидкостями.

Розберемо декілька прикладів.

При $\upsilon_2=0$

$$\vec{u}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1}{m_1 + m_2} \tag{3.19}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2} \tag{3.20}$$

Проаналізуємо вирази (3.19) і (3.20) для двох куль:

а) $m_1 = m_2$. Якщо друга куля до удару висіла нерухомо (рис. 3.4), то після удару зупиниться перша куля ($u_1 = 0$), а другий рухатиметься з тією ж швидкістю і в тому ж напрямі, в якому рухалася перша куля до удару ($u_2 = \upsilon_1$);

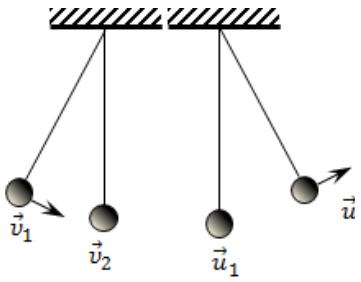


Рис. 3.4

б) $m_1 > m_2$. Перша куля продовжує рухатися в тому ж напрямі, як і до удару, але з меншою швидкістю ($u_1 < \upsilon_1$). Швидкість другої кулі після удару більша, ніж швидкість першої до та після удару ($u_2 > u_1$, $u_2 > \upsilon_1$) (рис.3.5);

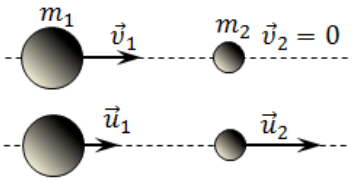


Рис. 3.5

в) $m_1 < m_2$. Напрям руху першої кулі при ударі змінюється – куля відскакує назад. Друга куля рухається в ту ж сторону, в яку рухалася перша куля до удару, але з меншою швидкістю ($u_2 < v_1$) (рис. 3.6);

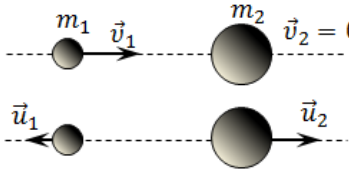


Рис. 3.6

г) $m_2 >> m_1$ (наприклад, зіткнення кулі із стіною). З рівнянь (3.19) і (3.20) виходить, що $u_1 \approx -v_1$, $u_2 \approx 0$.

Абсолютно непружним називається удар, при якому потенційна енергія пружної деформації не виникає; кінетична енергія тіл частково або повністю переходить у внутрішню. Після удару тіла рухаються з однаковою швидкістю (тобто як одне тіло) або знаходяться у стані спокою. При такому ударі виконується тільки закон збереження імпульсу. Механічна енергія не зберігається: вона частково або повністю переходить у внутрішню (рис.3.7).

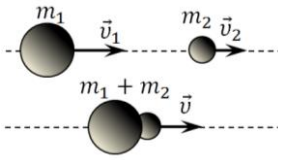


Рис. 3.7

Якщо маси куль m_1 і m_2, їх швидкості до удару v_1 і v_2, то, використовуючи закон збереження імпульсу, можна записати

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$$

звідки

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \qquad (3.21)$$

Якщо кулі рухаються одна назустріч іншій, то вони разом продовжуватимуть рухатися в ту сторону, в яку рухалася куля, що має більший імпульс. У окремому випадку якщо маси куль однакові (m_1=m_2), то

$$\upsilon = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$$

З'ясуємо, як змінюється кінетична енергія куль при центральному абсолютно непружному ударі. Внаслідок деформації відбувається «втрата» кінетичної енергії, що перейшла в теплову або інші форми енергії. Цю «втрату» можна визначити по різниці кінетичної енергії тіл до і після удару:

$$\Delta W_{\text{к}} = \left(\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2}\right) - \frac{(m_1 + m_2)\upsilon^2}{2}$$

Використовуючи (3.21), отримаємо

$$\Delta W_{\text{к}} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2$$

Якщо тіло, яке ударяють, було спочатку нерухоме (υ_2=0), то

$$\upsilon = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}, \qquad \Delta W_{\text{к}} = \frac{m_1 m_2 \upsilon_1^2}{2(m_1 + m_2)}$$

Коли $m_2 >> m_1$ (маса нерухомого тіла дуже велика), то $\upsilon \ll \upsilon_1$ і майже уся кінетична енергія тіла при ударі переходить в інші форми енергії. Тому, наприклад, для отримання значної деформації ковадло має бути масивніше за молоток. Навпаки, при забиванні цвяхів в стіну маса молотка має бути набагато більшою ($m_1 >> m_2$), тоді $\upsilon \approx \upsilon_1$ і практично уся енергія витрачається на як можна більше переміщення цвяха, а не на залишкову деформацію стіни.

§Лекція 4. Механіка твердого тіла

4.1 Основні характеристики динаміки обертального руху

4.1.1 Момент інерції

Розглянемо матеріальну точку масою m_i, яка знаходиться на відстані r_i від нерухомої осі (рис. 4.1). ***Моментом інерції*** (J) матеріальної точки відносно осі називається скалярна фізична величина, яка дорівнює добутку маси m_i на квадрат відстані r_i до цієї осі :

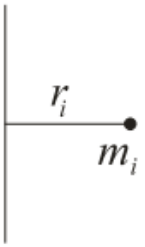


Рис. 4.1

$$J_i = m_i r_i^2 \tag{4.1}$$

[J] = кг·м^2.

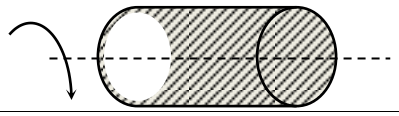
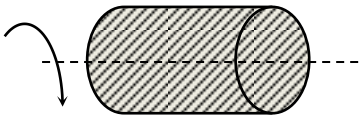
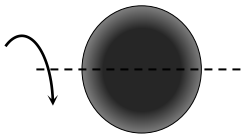
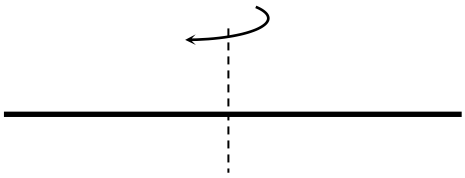
Момент інерції системи матеріальних точок (тіла) дорівнює сумі моментів інерції окремих точок, з яких складається тіло

$$J = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 \tag{4.2}$$

Момент інерції тіла є мірою інертності тіла в обертальному русі, подібно до того, як маса тіла є мірою його інертності при поступальному русі.

Момент інерції – це міра інертних властивостей твердого тіла при обертальному русі, яка залежить від розподілу маси відносно осі обертання. Іншими словами, момент інерції залежить від маси, форми, розмірів тіла і положення осі обертання.

Момент інерції деяких однорідних тіл правильної геометричної форми відносно осі, що проходить через центр мас :

Порожнистий циліндр або обруч		$J = mr^2$(4.3)
Суцільний циліндр або диск		$J = \frac{1}{2}mr^2$(4.4)
Шар суцільний		$J = \frac{2}{5}mr^2$(4.5)
Стрижень (ось проходить через середину стрижня та перпендикулярна йому)		$J = \frac{1}{12}mr^2$(4.6)

Момент інерції тіла відносно довільної осі розраховується за допомогою ***теореми Штейнера***.

Момент інерції тіла відносно довільної осі дорівнює сумі моменту інерції відносно осі, що проходить через центр мас паралельно даній, і добутку маси тіла на квадрат відстані між осями.

$$J = J_c + md^2 \tag{4.7}$$

Приклад: Розрахунок моменту інерції стрижня відносно осі, що проходить через кінець перпендикулярно йому (рис. 4.2).

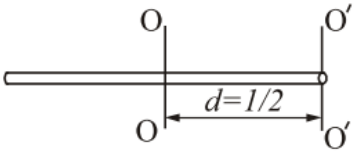


Рис.4.2

$$J_{O'O'} = J_c + md^2, \qquad d = {\ell}/{2}$$

$$J_{O'O'} = \frac{1}{12}m\ell^2 + m\frac{l^2}{4} = \frac{1}{3}m\ell^2 \tag{4.8}$$

Будь-яке тіло, незалежно від того, обертається воно або покоїться, має момент інерції відносно будь-якої осі, подібно до того, як тіло має масу незалежно від того, рухається воно або знаходитися у спокої.

4.1.2 Момент імпульсу

а) Момент імпульсу матеріальної точки відносно точки О.

Моментом імпульсу ($\vec{L}$) ***матеріальної точки відносно точки*** О називається векторна фізична величина, яка дорівнює векторному добутку радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з точки О в місце знаходження матеріальної точки, на вектор її імпульсу $\vec{p}$.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \tag{4.9}$$

Модуль моменту імпульсу матеріальної точки :

$$L = r \cdot p \cdot sin\alpha. \tag{4.10}$$

$$[L] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$$

Вектор $\vec{L}$ спрямований перпендикулярно площині, в якій лежать перемножуванні вектори $\vec{r}$ і $\vec{p}$. Напрям вектору $\vec{L}$ визначається за правилом правого гвинта від $\vec{r}$ до $\vec{p}$ (рис. 4.3).

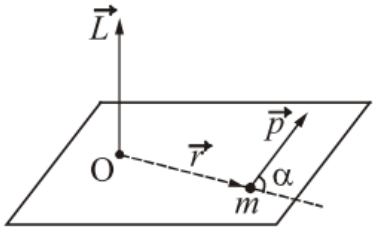


Рис.4.3

Якщо матеріальна точка рухається по колу радіусом r, то модуль моменту імпульсу відносно центру кола дорівнює

$$L = m\upsilon r = m\upsilon r\frac{r}{r} = mr^2\frac{\upsilon}{r} = J\omega \tag{4.11}$$

оскільки кут між векторами υ і r дорівнює α=90°.

б) Момент імпульсу тіла відносно нерухомої осі обертання *z*.

Момент імпульсу (L_z) тіла відносно осі z дорівнюватиме сумі проекцій моментів імпульсів окремих точок на цю вісь:

$$L_z = \sum_{i=1}^{N} L_{iz} \tag{4.12}$$

Будь-яке тверде тіло можна розбити на систему матеріальних точок.

Склавши моменти інерції точок, можна отримати вираз для розрахунку моменту інерції твердого тіла відносно осі *z:*

$$L_z = J_z\omega \tag{4.13}$$

Оскільки вектор ω спрямований по осі обертання (рис. 4.4), то вектор $\vec{L}$ також буде спрямований по осі обертання. Тоді формулу (4.13) можна переписати у векторному виді

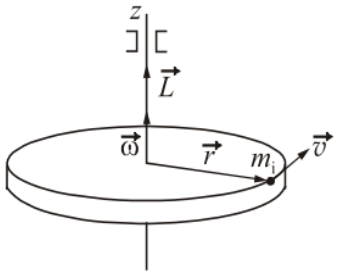


Рис.4.4

$$\vec{L} = J\vec{\omega} \tag{4.14}$$

4.1.3 Момент сили

а) Момент сили відносно нерухомої точки.

Моментом сили ($\vec{M}$) ***відносно точки*** О називається векторна фізична величина, яка дорівнює векторному добутку радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного з точки О в точку прикладання сили, на силу $\vec{F}$ (рис. 4.5)

$$\vec{M} = \vec{r}\vec{F}. \tag{4.15}$$

Модуль моменту сили визначається співвідношенням:

$$M = Fr\sin\alpha = Fd. \tag{4.16}$$

[M] = Н·м.

Величина $d = r\sin\alpha$ називається плечем сили. ***Плече сили*** – це довжина перпендикуляра, опущеного з точки О на лінію дії сили (рис. 4.5).

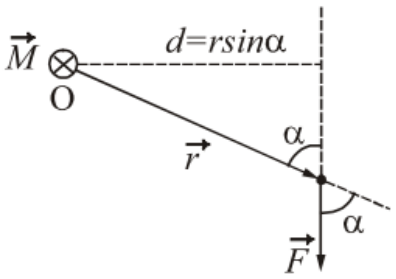


Рис. 4.5

Спрямований вектор $\vec{M}$ перпендикулярно до площини, в якій лежать перемножені вектори, причому так, що напрям обертання, обумовленого силою, і напрям вектору $\vec{M}$ утворюють правогвинтову систему.

б) Момент сили відносно нерухомої осі *z*.

Розглянемо тіло, що обертається навколо нерухомої осі *z* під дією сили $\vec{F}$. Сила $\vec{F}$ лежить в площині, перпендикулярній осі обертання (рис 4.6)

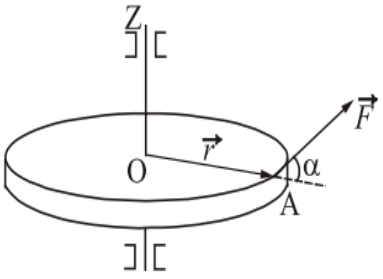


Рис.4.6

Моментом сили ***($\vec{M}$) відносно*** осі називається векторна фізична величина, яка дорівнює добутку модуля сили на плече сили.

$$M_z = Fd \tag{4.17}$$

де $d = r\sin\alpha$ – плече сили.

4.1.4 Робота і потужність при обертальному русі

Робота, що здійснюється при повороті тіла, яке обертається, на кут $\varphi_2 - \varphi_1$, знаходиться за формулою

$$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi \tag{4.18}$$

Якщо M = const, то

$$A = M\varphi \tag{4.19}$$

Розділивши роботу на якийсь час dt, за яке тіло обернулося на кут dj, отримаємо миттєву потужність, яка розвивається силою F:

$$N = \frac{dA}{dt} = M\frac{d\varphi}{dt} = M\omega \qquad (4.20)$$

де ω – кутова швидкість.

4.1.5 Кінетична енергія обертального руху

Енергія, яку має тверде тіло, що обертається навколо нерухомої осі, що проходить через центр мас тіла, називається кінетичною енергією обертального руху цього тіла. Ця енергія складається з кінетичних енергій матеріальних точок, що складають тіло, і визначається співвідношенням:

$$W_{\text{к}}^{\text{об}} = \frac{J\omega^2}{2} \qquad (4.21)$$

де J – момент інерції тіла, ω – кутова швидкість обертання.

При плоскому русі тіло бере участь в двох рухах: поступальному і обертальному. В цьому випадку повна кінетична енергія дорівнює сумі кінетичних енергій поступального і обертального рухів і розраховується по формулі:

$$W_{\text{к}} = W_{\text{к}}^{\text{пост}} + W_{\text{к}}^{\text{об}} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \qquad (4.22)$$

де υ – швидкість поступального руху центру мас; ω – кутова швидкість відносно осі, що проходить через центр мас.

4.2 Основне рівняння динаміки обертального руху

У обертальному русі момент сили аналогічний силі, момент імпульсу – імпульсу, момент інерції – масі. Тому основне рівняння динаміки обертального руху за формою запису тотожно другому закону Ньютона :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \qquad (4.23)$$

Швидкість зміни моменту імпульсу матеріальної точки дорівнює сумарному моменту сил, діючих на точку.

Тверде тіло є системою матеріальних точок, тому для твердого тіла виконуватиметься аналогічне співвідношення:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i^{\text{зовн}} \qquad (4.24)$$

Швидкість зміни моменту імпульсу тіла дорівнює сумарному моменту зовнішніх сил, діючих на тіло.

Отриманий вираз називається ***основним рівнянням динаміки обертального руху***. Спроектуємо рівняння (4.24) на вісь z. Тоді

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z, \qquad \text{а} \qquad L_z = J_z\omega$$

Якщо $J_z = const$, то

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = M_z$$

Враховуючи, що похідна кутової швидкості за часом дає кутове прискорення ε, отримаємо:

$$J_z\, \varepsilon = M_z. \qquad (4.25)$$

Рівняння (4.25) називається ***основним законом динаміки твердого тіла***, що обертається навколо нерухомої осі.

4.3 Закон збереження моменту імпульсу

Основне рівняння динаміки обертального руху, записане у виді

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

може бути застосовано як до тіла, момент інерції якого міняється в процесі руху, так і до системи тіл, що обертаються навколо цієї нерухомої осі.

Якщо на тверде тіло не діють зовнішні сили або рівнодіюча цих сил не створює моменту, що обертає, відносно осі обертання, то *M*=0.

В цьому випадку зміна моменту імпульсу dL дорівнює нулю. Звідси витікає ***закон збереження моменту імпульсу твердого тіла.***

Якщо на тіло не діють зовнішні сили або діють так, що рівнодіюча цих сил не створює моменту, що обертає, відносно осі обертання, то момент імпульсу тіла відносно цієї осі зберігається.

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = \text{const} \tag{4.26}$$

Рівнянню (4.26) можна надати наступної форми:

$$J_1\vec{\omega}_1 = J_2\vec{\omega}_2. \tag{4.27}$$

З (4.27) витікає, що кутова швидкість тіла в цьому випадку обернено пропорційна до його моменту інерції.

Закон збереження моменту імпульсу можна записати для системи тіл. Якщо система тіл, що обертаються відносно деякої осі, замкнута, то зовнішні сили не діють. В цьому випадку M=0. Зміна моменту імпульсу системи тіл теж дорівнюватиме нулю. Це означає, що момент імпульсу системи тіл залишається постійним. Ми отримали закон збереження ***моменту імпульсу для системи тіл***:

Момент імпульсу замкнутої системи тіл залишається постійним.

$$\vec{L} = const. \tag{4.28}$$

Співвідношення (4.28) означає, що в замкнутій системі сума моментів імпульсів усіх тіл системи у будь-які два моменти часу однакова:

$$J_1\vec{\omega}_1 + J_2\vec{\omega}_2 + \cdots + J_n\vec{\omega}_n = J_1'\vec{\omega}_1' + J_2'\vec{\omega}_2' + \cdots J_n'\vec{\omega}_n', \tag{4.29}$$

де J і J' – моменти інерції тіл в довільні моменти часу t і t', ω і ω' – кутові швидкості, що відповідають їм.

Закон збереження моменту імпульсу можна застосовувати і для незамкнутих систем, якщо алгебраїчна сума моментів зовнішніх сил відносно осі обертання дорівнює нулю.

4.4 Деформація твердого тіла

Для однорідних стрижнів також справедливий закон Гуку, який прийнято формулювати таким чином :

Механічна напруга прямопропорційна відносному подовженню

$$\sigma = E\varepsilon. \tag{4.30}$$

Механічна напруга:

$$\sigma = \frac{F_{\perp}}{S} \tag{4.31}$$

де $F\perp$ – пружна сила, діюча перпендикулярно площі поперечного перерізу стрижня S (рис.4.7)

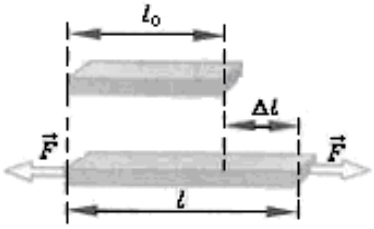


Рис.4.7

Відносне подовження:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0} \tag{4.32}$$

де $\Delta\ell$ – приріст довжини (абсолютна зміна довжини); ℓ_0 – первинна довжина; E – модуль Юнга, $[E]$ = Н/м^2 = Па.

Модуль Юнга (модуль пружних деформацій) – це фізична величина, що характеризує пружні властивості матеріалу. Залежить від природи матеріалу. Його фізичний сенс полягає в наступному: модуль Юнга чисельно дорівнює механічній напрузі при подовженні тіла у два рази, якби при такому навантаженні тіло залишалося пружним і підпорядковувалося б закону Гука.

Формулу сили пружності згідно формул (4.30), (4.31) та (4.32) можна записати в наступному виді

$$F = ES\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$$

§Лекція 5. Тяжіння. Елементи теорії поля

5.1. Закони Кеплера. Закон всесвітнього тяжіння

1. Планети рухаються по еліпсах, в одному з фокусів якого знаходиться Сонце (рис. 5.1). Фокусами еліпса називаються такі дві точки, сума відстаней від яких до будь-якої точки еліпса є постійна величина

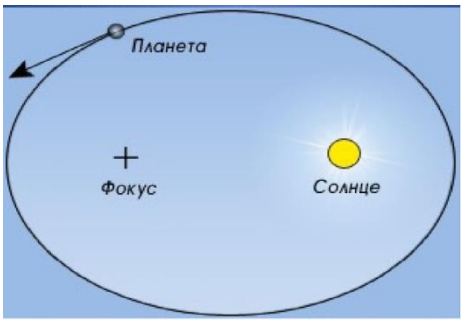


Рис. 5.1

2. Радіус-вектор планети за рівні проміжки часу описує однакові площі (рис. 5.2).

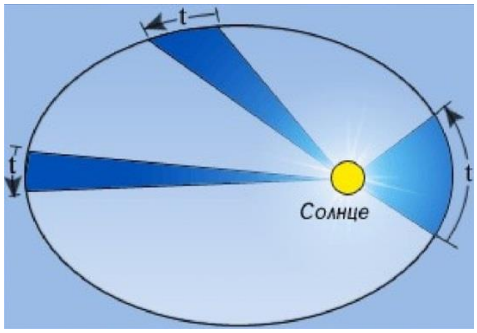


Рис. 5.2

3. Квадрати періодів T обертання планет навколо Сонця відносяться як куби великих півосей R їх орбіт.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} \tag{5.1}$$

Закон всесвітнього тяжіння

Між будь–якими двома матеріальними точками діє сила взаємного притягання, прямо пропорційна добутку мас цих тіл і обернено пропорційна до квадрата відстані між ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2} \tag{5.2}$$

де $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2 – гравітаційна стала.

Ця сила називається гравітаційною або силою всесвітнього тяжіння.

Сили тяжіння завжди є гравітаційними силами і спрямовані уздовж прямої, що проходить через взаємодіючі тіла. У системі відліку, пов'язаній із Землею, на всяке тіло масою m діє сила

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g} \tag{5.3}$$

яка називається ***силою тяжіння*** (g = 9,81 м/с^2 – прискорення вільного падіння). Якщо знехтувати добовим обертанням Землі навколо своєї осі, то сила тяжіння і сила гравітаційного притягання рівні між собою:

$$F_{\text{тяж}} = mg = G\frac{mM}{R^2} \tag{5.4}$$

де M – маса Землі; R – відстань між тілом і центром Землі.

Ця формула справедлива для випадку, коли тіло знаходилося на поверхні Землі.

З формули (3.4) можна виразити залежність прискорення вільного падіння від маси і радіусу Землі :

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

5.2 Вага тіла. Невагомість

Сила, з якою тіло внаслідок притягання до Землі діє на опору (чи підвіс), яка утримує тіло від вільного падіння, називається ***вагою тіла*** ($\vec{P}$).

Сила тяжіння діє завжди, а вага проявляється тільки тоді, коли на тіло окрім сили тяжіння діють інші сили

Якщо тіло рухається в полі тяжіння Землі з прискоренням $\vec{a} \neq \vec{g}$, то до цього тіла прикладена додаткова сила реакції опори $\vec{N}$ (рис. 5.3а) або сила натягу нитки $\vec{T}$ (рис. 5.3б) що задовольняє умові

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a} \quad \text{або} \quad \vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

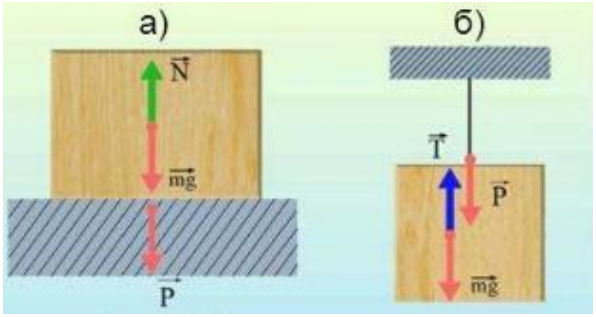


Рис. 5.3

Тоді згідно з третім законом Ньютона вага тіла

$$\vec{P} = -\vec{N} = m\vec{g} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a})$$

тобто якщо тіло покоїться або рухається прямолінійно і рівномірно, то $\vec{a} = 0$ і $\vec{P} = m\vec{g}$.

Якщо тіло вільно рухається в полі тяжіння по будь-якій траєкторії і у будь-якому напрямі то $\vec{a} = \vec{g}$ і вага дорівнює нулю, тобто тіло буде невагомим. Наприклад, невагомими є тіла, що знаходяться в космічних кораблях, що вільно рухаються в космосі.

Невагомість – стан тіла, при якому воно рухається тільки під дією сили тяжіння

5.3 Характеристики поля тяжіння. Робота в полі тяжіння

Напруженість поля тяжіння $(\vec{g})$ – це векторна фізична величина, яка визначається силою, що діє з боку поля на матеріальну точку одиничної маси, і співпадає за напрямом з діючою силою.

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{5.5}$$

Напруженість – силова характеристика поля тяжіння.

Робота в полі тяжіння по переміщенню тіла масою m на відстань dR

$$dA = -G\frac{mM}{R^2}dR \tag{5.6}$$

де M – маса Землі. Знак мінус означає, що вектори сили і переміщення мають протилежні напрями (рис. 5.4).

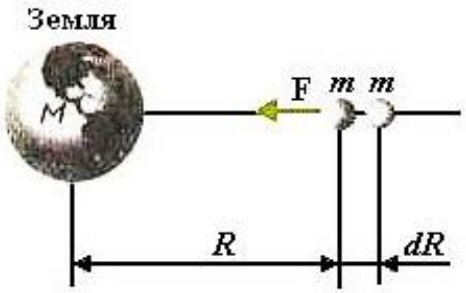


Рис. 5.4

При переміщенні з відстані R_1 до R_2:

$$A = -\int_{R_1}^{R_2} G\frac{mM}{R^2}\,\mathrm{d}R = m\left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1}\right) \tag{5.7}$$

Робота в полі тяжіння не залежить від траєкторії переміщення, тобто сили поля тяжіння консервативні, а поле – потенційно.

Робота консервативних сил дорівнює зміні потенційної енергії системи із зворотним знаком:

$$A = -\Delta W_{\text{п}} = -\left(W_{\text{п}_2} - W_{\text{п}_1}\right) = W_{\text{п}_1} - W_{\text{п}_2} \tag{5.8}$$

З формули $A = m\left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1}\right)$ отримаємо

$$W_{\text{п}_1} - W_{\text{п}_2} = -m\left(\frac{GM}{R_1} - \frac{GM}{R_2}\right) \tag{5.9}$$

Якщо $R_2 \to \infty$ потенційна енергія $W_{\text{п}_2} \to 0$. Оскільки перша точка обрана довільно, потенційна енергія

$$W_{\text{п}} = -G\frac{mM}{R} \tag{5.10}$$

Потенціал поля тяжіння (φ) – скалярна фізична величина, яка визначається потенційною енергією тіла одиничної маси в цій точці поля.

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{m} \tag{5.11}$$

Потенціал – енергетична характеристика поля тяжіння.

Еквіпотенціальні поверхні – поверхні, для яких потенціал однаковий у будь-якій точці поверхні.

5.4 Зв'язок між потенціалом поля тяжіння і його напруженістю

Підставивши формулу (5.10) в (5.11) отримаємо

$$\varphi = -\frac{GM}{R} \qquad \text{звідси} \qquad d\varphi = \frac{GM}{R^2}dR$$

Тоді згідно (5.6) отримаємо

$$dA = -md\varphi \tag{5.12}$$

враховуючи, що $\mathrm{d}A = F\mathrm{d}\ell = mg\mathrm{d}\ell$ отримуємо $mg\mathrm{d}\ell = -m\mathrm{d}\varphi$

або

$$g = -\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\ell} \tag{5.13}$$

де $\mathrm{d}\ell$ – елементарне переміщення.

Величина $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\ell}$ характеризує зміну потенціалу на одиницю довжини у напрямі переміщення в полі тяжіння.

Можна записати, що

$$\vec{g} = -grad\varphi, \tag{5.14}$$

де $\mathrm{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}$ – градієнт скаляра φ. Знак мінус вказує, що вектор напруженості $\vec{g}$ спрямований у бік зменшення потенціалу.

5.5 Космічні швидкості

Перша космічна швидкість – це мінімальна швидкість, яку потрібно повідомити тілу, щоб воно могло рухатися навколо Землі по круговій орбіті, тобто перетворитися на штучний супутник Землі (рис. 5.5).

За другим законом Ньютона для супутника, що рухається по круговій орбіті,

$$G\frac{mM}{R^2} = \frac{mv_1^2}{R}$$

Якщо $R \approx R_0$ (радіус Землі), а $g = \frac{GM}{R_0^2}$, отримаємо біля поверхні Землі

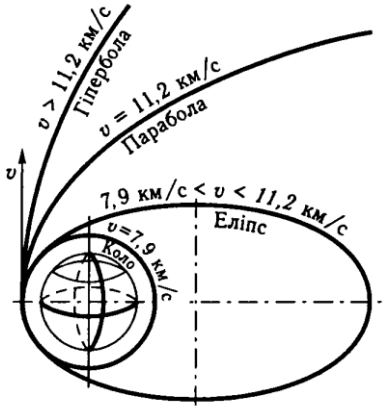


Рис. 5.5

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR_0} = \frac{7{,}9 \text{ км}}{\text{с}} \tag{5.15}$$

Друга космічна швидкість – найменша швидкість, яку необхідно повідомити тілу, щоб воно могло здолати тяжіння Землі і перетворитися на супутник Сонця, тобто рухалося так, щоб його орбіта в полі тяжіння Землі стала параболічною (рис. 5.5).

В даному випадку кінетична енергія має дорівнювати роботі, яка здійснюється проти сил тяжіння

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2} = -\int_{R_0}^{\infty} G\frac{mM}{r^2}dr = \frac{GmM}{R_0}$$

звідки, враховуючи що $g = \frac{GM}{R_0^2}$, отримаємо

$$\upsilon_2 = \sqrt{2gR_0} = \frac{11{,}2 \text{ км}}{\text{с}} \tag{5.16}$$

Третя космічна швидкість – швидкість, яку необхідно повідомити тілу на Землі, щоб воно покинуло межі Сонячної системи, здолавши притягання Сонця (рис.5.5).

Третя космічна швидкість υ_3 = 16,7 км/с.

5.6. Неінерціальні системи відліку. Сили інерції

Закон Ньютона для неінерціальних систем відліку

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ін}} \qquad (5.17)$$

де $\vec{F}_{\text{ін}}$ – сили інерції.

Сили $\vec{F}_{\text{ін}}$ при цьому мають бути такими, щоб разом з силами $\vec{F} = m\vec{a}$ ($\vec{a}$ – прискорення тіла в інерціальній системі відліку), обумовленими дією тіл один на одного, вони повідомляли тілу прискорення $\vec{a}'$, яке воно має в неінерціальних системах відліку.

Сили інерції – сили, обумовлені прискореними рухом системи відліку, відносно вимірюваної системи відліку.

Сили інерції викликаються не взаємодією тіл, а прискореним рухом системи відліку. Тому вони не підкоряються третьому закону Ньютона, оскільки якщо на будь-яке тіло діє сила інерції, то не існує протидіючої сили, прикладеної до даного тіла.

Прояв сил інерції

1. Сили інерції при прискореному поступальному русі системи відліку.

Нехай на візку до штатива на нитці підвішена кулька масою m (рис.5.6). Поки візок покоїться або рухається рівномірно і прямолінійно, нитка, що утримує кульку, займає вертикальне положення, і сила тяжіння $m\vec{g}$ урівноважується реакцією нитки $\vec{T}$.

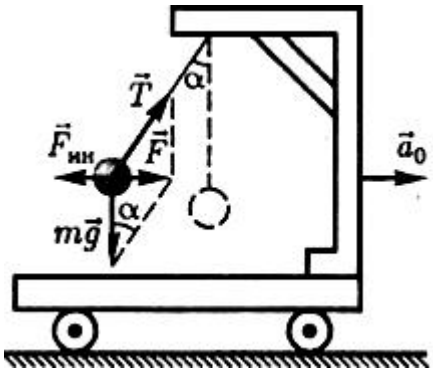


Рис.5.6

Якщо візок привести в поступальний рух з прискоренням $\vec{a}_0$, то нитка почне відхилятися від вертикалі назад до такого кута α, поки результуюча

сила $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{T}$ не забезпечить прискорення кульки, яке дорівнює $\vec{a}_0$. Таким чином, результуюча сила $\vec{F}$ спрямована у бік прискорення візка $\vec{a}_0$ і для руху кульки (кулька тепер рухається разом з візком з прискоренням $\vec{a}_0$.), що встановився, дорівнює

$$F = mg\ tg\alpha = ma_0,$$

звідси кут відхилення нитки від вертикалі дорівнює:

$$tg\alpha = \frac{a_0}{g},$$

тобто кут тим більше, чим більше прискорення візка.

Відносно системи відліку, пов'язаної з візком, що прискорено рухається, кулька покоїться, що можливо, якщо сила $\vec{F}$ урівноважується рівною і протилежно спрямованою їй силою $\vec{F}_{\text{ін}}$, яка є нічим іншим, як *силою інерції*, оскільки на кульку ніякі інші сили не діють. Таким чином

$$\vec{F}_{\text{ін}} = -m\vec{a}_0 \qquad (5.18)$$

Такі сили інерції проявляються в перевантаженнях при запуску і спуску космічних кораблів.

2. Сили інерції, діючі на тіло, яке покоїться в системі відліку, що обертається.

Нехай диск рівномірно обертається з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ (ω = const) навколо вертикальної осі, що проходить через його центр. На диску, на різних відстанях від осі обертання, встановлені маятники (на нитках підвішені кульки масою *m*). При обертанні маятників разом з диском кульки

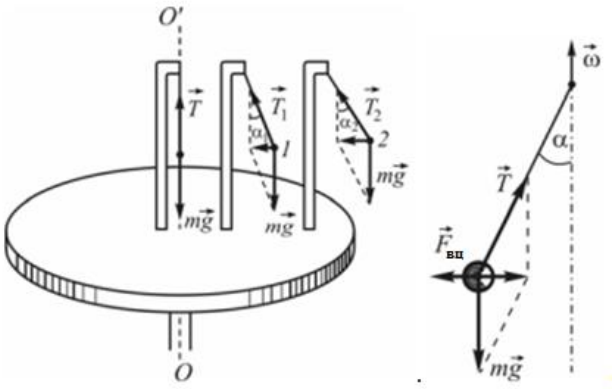


Рис.5.7

відхиляються від вертикалі на деякий кут α (рис.5.7).

У інерціальній системі відліку, пов'язаній, наприклад, з приміщенням, де встановлений диск, кулька рівномірно обертається по колу радіусом R (відстань від точки кріплення маятника на диску до осі обертання). Отже, на нього діє сила, яка дорівнює

$$F = ma_{\text{дц}} = m\frac{\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R$$

і спрямована перпендикулярно до осі обертання диска. Вона є рівнодіючою сили тяжіння $m\vec{g}$ і сили натягу нитки $\vec{T}$: $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{T}$. Коли рух кульки встановиться, то

$$F = mg \cdot tg\alpha = m\omega^2 R$$

звідси

$$tg\alpha = \frac{\omega^2 R}{g}$$

тобто кути відхилення ниток маятників будуть тим більше, чим більше відстань R від кульки до осі обертання диска і чим більше кутова швидкість обертання ω.

Відносно системи відліку, пов'язаної з диском, що обертається, кулька покоїться, що можливо, якщо сила $\vec{F}$ урівноважується рівною і протилежно спрямованою їй силою $\vec{F}_{\text{вц}}$, яка є нічим іншим, як силою інерції, оскільки на кульку ніякі інші сили не діють. Сила $\vec{F}_{\text{вц}}$, що називається *відцентровою силою інерції*, спрямована по горизонталі від осі обертання диска і дорівнює

$$F_{\text{вц}} = -m\omega^2 R \qquad (5.19)$$

Дії відцентрових сил інерції піддаються пасажири в транспорті, що рухається на поворотах.

3. Сили інерції, діючі на тіло, що рухається в системі відліку, що обертається.

Нехай кулька масою m рухається з постійною швидкістю υ' уздовж радіусу диска (υ'=const, ω=const, $\upsilon' \perp \omega$), що рівномірно обертається. Якщо

диск не обертається, то кулька, спрямована уздовж радіусу, рухається по радіальній прямій і попадає в точку A, якщо ж диск привести в обертання в напрямі, вказаному стрілкою, то кулька котиться по кривій OB (рис. 5.8), причому його швидкість υ' відносно диска змінює свій напрям. Це можливо лише тоді, якщо на кульку діє сила, перпендикулярна швидкості υ'.

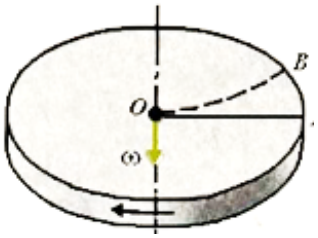


Рис.5.8

Ця сила називається коріолісовою силою інерції. Сила Коріоліса знаходиться по формулі

$$\vec{F}_{\text{К}} = 2m[\vec{v}'\vec{\omega}] \qquad (5.20)$$

Вектор $\vec{F}_{\text{К}}$ перпендикулярний векторам швидкості v' тіла і кутової швидкості обертання ω. Напрям сили Коріоліса визначається за допомогою правила лівої руки (рис.5.9).

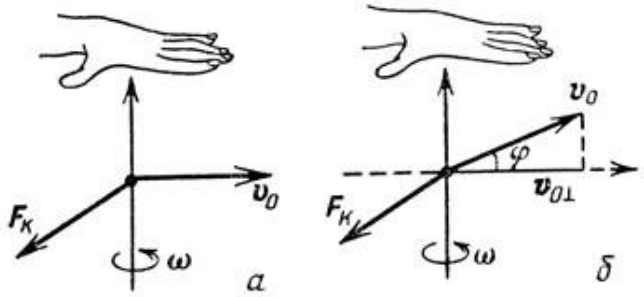


Рис.5.9

Сила Коріоліса діє тільки на тіла, що рухаються відносно системи відліку, яка обертається, наприклад, відносно Землі. Тому дією цих сил пояснюється ряд спостережуваних на Землі явищ. Так, якщо тіло рухається в північній півкулі на північ (рис.5.10), то діюча на нього сила Коріоліса буде спрямована вправо по відношенню до напряму руху, тобто тіло трохи відхилиться на схід. Якщо тіло рухається на північ у південній півкулі, то сила Коріоліса діє вліво, якщо дивитися по напряму руху, тобто тіло

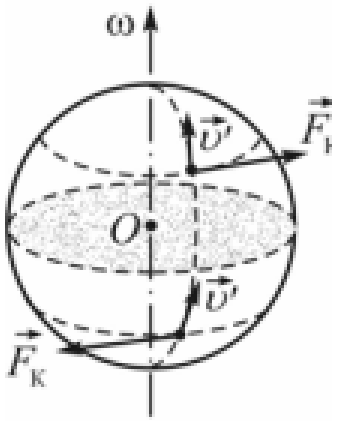


Рис.5.10

відхилиться на захід. Тому в північній півкулі спостерігається сильніше підмивання правих берегів річок; праві рейки залізничних колій по руху зношуються швидше, ніж ліві, і т. д. Аналогічно в південній півкулі сила Коріоліса, діюча на тіла, що рухаються, буде спрямована вліво по відношенню до напряму руху.

Завдяки силі Коріоліса тіла, що падають на поверхню Землі, відхиляються на схід (на широті 60° це відхилення повинне складати 1 см при падінні з висоти 100 м). З силою Коріоліса пов'язана поведінка маятника Фуко, що явилася свого часу одним з доказів обертання Землі. Якби цієї сили не було, то площина коливань маятника, що коливається поблизу поверхні Землі, залишалася б незмінною (відносно Землі). Дія ж сил Коріоліса призводить до обертання площини коливань навколо вертикального напряму.

Розкриваючи зміст $\vec{F}_{\text{ін}}$ у формулі (5.17), отримаємо основний закон динаміки для неінерціальних систем відліку :

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ін}} + \vec{F}_{\text{вц}} + \vec{F}_{\text{К}} \qquad (5.21)$$

де сили інерції задаються формулами (5.18) – (5.20).

Для будь-якого з тіл, що знаходяться в неінерціальній системі відліку, сили інерції є зовнішніми; отже, тут немає замкнутих систем. Це означає, що в неінерціальних системах відліку не виконуються закони збереження імпульсу, енергії і моменту імпульсу. Таким чином, сили інерції діють тільки в неінерціальних системах. У інерціальних системах відліку таких сил не існує.

§Лекція 6. Елементи механіка рідини

6.1. Тиск в рідині і газі

Оскільки у ряді механічних явищ поведінка рідин та газів визначається однаковими параметрами та ідентичними рівняннями, використовується єдиний підхід до їх вивчення. Тому користуються єдиним терміном «нестискувана рідина».

Нестискувана рідина – рідина або газ, залежністю густини яких від тиску в даній задачі можна знехтувати.

Тиск рідини – фізична величина, яка визначається нормальною силою, яка діє з боку рідини на одиницю площі:

$$p = \Delta F_{\perp} / \Delta S \qquad (6.1)$$

$[p]$ = Па

Закон Паскаля :

Тиск у будь-якому місці рідини або газу, що покоїться, однаковий по усіх напрямах, причому тиск однаково передається по всьому об'єму рідини або газу (рис.6.1)**.**

Рис. 6.1

Розглянемо, як впливає вага рідини на розподіл тиску усередині нестискуваної рідини, що покоїться. Якщо рідина нестискувана, то її густина

не залежить від тиску. Тоді при поперечному перерізі S стовпа рідини

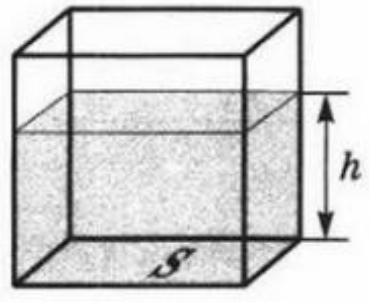


Рис. 6.2

(рис.6.2), його висоті h і густині ρ вага буде дорівнювати

$$P = mg = \rho Vg = \rho Shg$$

а тиск на нижню основу

$$p = P/S = \rho Shg/S = \rho gh \qquad (6.2)$$

тобто тиск змінюється лінійно з висотою і не залежить ні від форми посудини, ні від площі дна.

Це явище називається ***гідростатичним парадоксом*** (рис.6.3). Тиск ρgh називається ***гідростатичним тиском***.

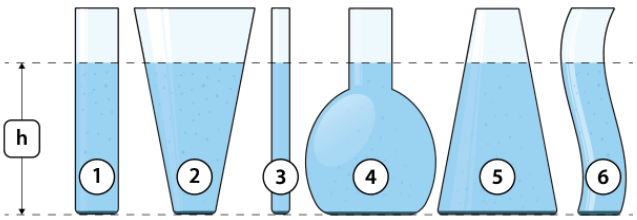


Рис.6.3

Сполученими називають ***посудини***, сполучені між собою і в яких рідина може вільно перетікати з однієї посудини в іншу. Форма сполучених посудин може бути різною (рис. 6.4). У сполучених посудинах рідина однієї густини встановлюється на одному рівні, якщо тиски над вільними поверхнями рідини однакові.

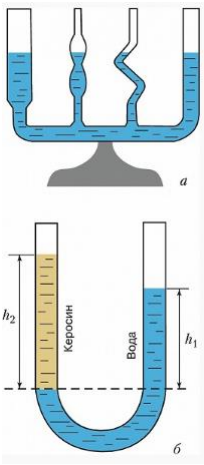


Рис.6.4

Закон Архімеда :

На тіло, занурене в рідину або газ, діє з боку цієї рідини або газу спрямована вгору виштовхуюча сила, яка дорівнює вазі витісненої тілом рідини або газу :

$$F_A = \rho_{\text{р}} g V_{\text{т}} \qquad (6.3)$$

де $\rho_{\text{р}}$ – густина рідини, V – об'єм зануреної в рідину частини тіла.

6.2 Рівняння нерозривності

Течія – рух рідини.

Потік – сукупність часток в рідині, яка рухається

Лінія течії – лінія, в кожній точці якої дотична до неї співпадає по

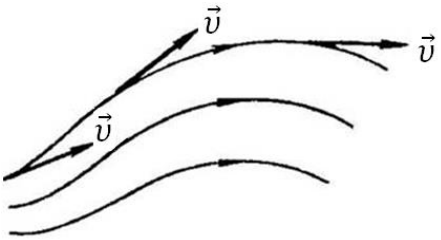


Рис. 6.5

напряму з вектором швидкості в даний момент часу (рис. 6.5).

Лінії течії проводяться так, щоб їх щільність була більше там, де більше швидкість течії рідини, і менше там, де рідина тече повільніше.

Трубка течії – частина рідини, обмежена лініями течії.

Течія, що встановилася (стаціонарна), – течія рідини, при якій форма і розташування ліній течії, а також значення швидкостей в кожній її точці з часом не змінюються.

Розглянемо трубку течії, вибравши два перетини S_1 і S_2, перпендикулярні напряму швидкості (рис. 6.6).

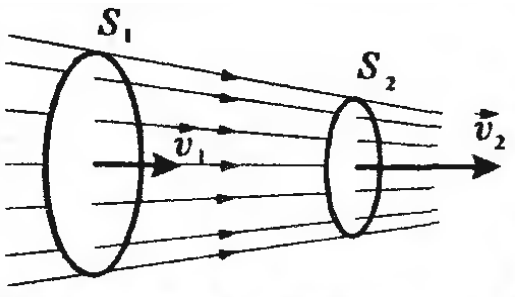


Рис. 6.6

За час Δt через переріз S проходить об'єм рідини

$$V = S \cdot \ell = S\upsilon\Delta t.$$

Якщо рідина нестискувана, то через S_2 за 1 с пройде такий же об'єм рідини, як і через S_1. Отримаємо

$$V_1 = V_2 \Longrightarrow S_1\upsilon_1\Delta t = S_2\upsilon_2\Delta t$$

або

$$S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2 = const \qquad (6.4)$$

Таким чином добуток швидкості течії нестискуваної рідини на поперечний переріз трубки течії є величина постійна для цієї трубки течії. Співвідношення (6.4) називається ***рівняння нерозривності*** для нестискуваної рідини.

6.3 Рівняння Бернуллі

У стаціонарно ***ідеальній рідині*** (у ній відсутні сили внутрішнього тертя - фізична абстракція), яка тече, обираємо трубку течії, обмежену перерізами S_1 і S_2 (рис. 6.7)

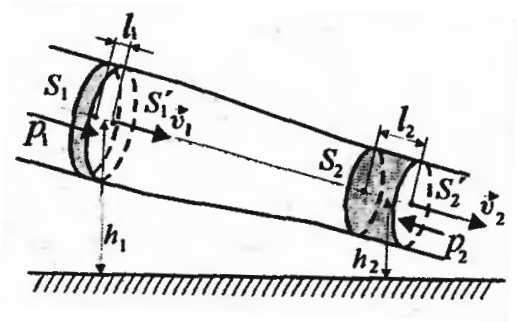


Рис. 6.7

Згідно із законом збереження енергії зміна повної енергії рідини масою m в місцях перетинів S_1 і S_2 дорівнює роботі зовнішніх сил по переміщенню цієї маси рідини :

$$W_2 - W_1 = A \tag{6.5}$$

де

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1, \qquad W_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 \tag{6.6}$$

З формул (6.5) і (6.6) отримаємо

$$A = \left(\frac{mv_2^2}{2} + mgh_2\right) - \left(\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1\right) \tag{6.7}$$

З іншого боку, A – це робота, що здійснюється при переміщенні усієї рідини, яка знаходиться між перерізами S_1 і S_2, за даний малий проміжок часу Δt. При цьому усі його молекули зрушилися, але оскільки течія стаціонарна, то в кожній точці з часом енергія не змінюється. Тому енергія середньої частини між перерізами S_1' і S_2 не змінилася. Тому робота сил дорівнює сумі робот, яка виконується над правим і лівим елементами трубки. Для перенесення маси m від S_1 до S_1' рідина повинна перемістится на відстань $\ell_1 = \upsilon_1 \cdot \Delta t$ і від S_2 до S_2' – на відстань $\ell_2 = \upsilon_2 \cdot \Delta t$.

Зазначимо, що ℓ_1 і ℓ_2 настільки малі, що усім точкам об'ємів, зафарбованих на рис. 6.7, приписують постійні значення швидкості υ, тиску p і висоти h. Отже

$$A = F_1\ell_1 + F_2\ell_2$$

$$\ell_1 = \upsilon_1 \cdot \Delta t, \qquad \ell_2 = \upsilon_2 \cdot \Delta t$$

$$F_1 = p_1 S_1, \qquad F_2 = -p_2 S_2$$

Знак мінус з'являється, оскільки сила F_2 спрямована убік, протилежний течії рідини (рис. 6.7).

Таким чином робота по переміщенню усієї рідини

$$A = p_1 S_1 \upsilon_1 \Delta t - p_2 S_2 \upsilon_2 \Delta t \tag{6.7}$$

Прирівнявши (6.6) і (6.7) отримаємо

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 \upsilon_1 \Delta t = \frac{m\upsilon_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 \upsilon_2 \Delta t \tag{6.8}$$

Згідно з рівнянням нерозривності для нестискуваної рідини, об'єм, який займає рідина

$$V = S_1 \upsilon_1 \Delta t = S_2 \upsilon_2 \Delta t \tag{6.9}$$

Підставимо формулу (6.9) в (6.8) і $m = \rho V$. Далі розділивши на V, отримаємо

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho\upsilon_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 \tag{6.10}$$

де ρ – густина рідини.

У зв’язку з тим що перерізи обрані довільно, можемо записати

$$\frac{\rho\upsilon^2}{2} + \rho g h + p = \text{const} \tag{6.11}$$

де p – ***статичний тиск***, $\rho g h$ – ***гідростатичний тиск***; $\frac{\rho\upsilon^2}{2}$ – ***динамічний тиск.***

Вираз (6.11) називається ***рівнянням Бернуллі.***

6.4 Деякі застосування рівняння Бернуллі

Швидкість і тиск рідини в горизонтальній трубці

Для горизонтальної труби з рівняння Бернуллі (6.11) і рівняння нерозривності (6.4) слідує, що при течії рідини по горизонтальній трубі, яка має різні перерізи, швидкість рідини більше в місцях звуження, а статичний тиск більше в ширших місцях, тобто там, де швидкість менша.

Це можна продемонструвати, встановивши уздовж труби ряд манометрів (рис. 6.8). Згідно з рівнянням Бернуллі дослід показує, що в

манометричній трубці *B*, яка прикріплена до вузької частини труби, рівень рідини нижчий, ніж в манометричних трубках *A* і *C*, прикріплених до

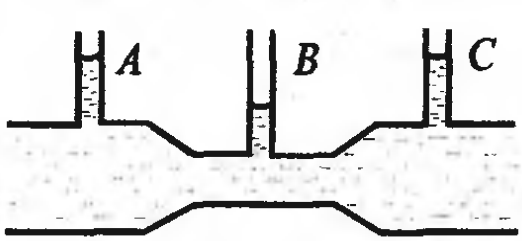


Рис. 6.8

широкої частини труби.

Визначення швидкості руху рідини або газу

Оскільки динамічний тиск пов'язаний із швидкістю руху рідини або газу, то рівняння Бернуллі дозволяє вимірювати швидкість потоку рідини. Для цього застосовується трубка Піто (рис.6.9).

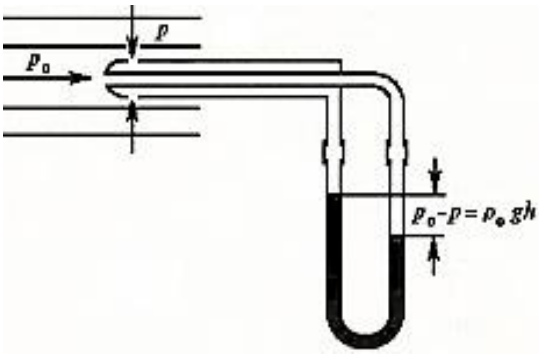


Рис. 6.9

Прилад складається з двох зігнутих під прямим кутом трубок, протилежні кінці яких приєднані до манометра. За допомогою однієї з трубок вимірюється повний тиск (p_0), за допомогою іншої – статичний (p).

Манометром вимірюється різниця тисків:

$$p_0 - p = \rho_0 g h \tag{6.12}$$

де ρ_0 – густина рідини в манометрі.

З іншого боку, згідно з рівняння Бернуллі, різниця повного і статичного тисків дорівнює динамічному тиску:

$$p_0 - p = \frac{\rho v^2}{2} \tag{6.13}$$

де ρ – густина рідини (газу), швидкість якої визначаємо.

З формул (6.12) і (6.13) отримуємо швидкість потоку рідини:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2\rho_0 gh}{\rho}} \tag{6.14}$$

Швидкість витікання рідини через малий отвір в стінці посудини

Рівняння Бернуллі для двох перерізів (на рівні h_1 вільної поверхні

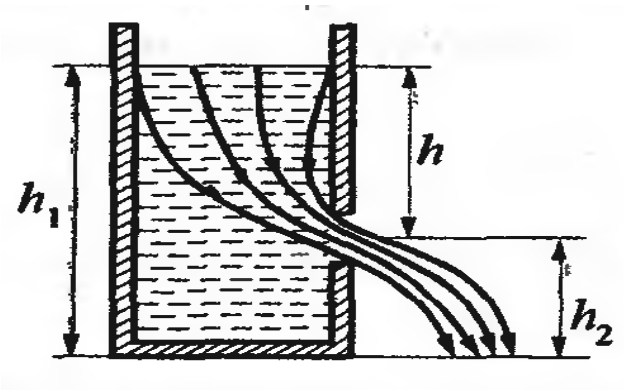


Рис. 6.10

рідини в посудині і на рівні h_2 виходу з отвору) (рис.6.10):

$$\frac{\rho\upsilon_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho\upsilon_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2$$

де $p_1 = p_2$ (атмосферний тиск), тоді

$$\frac{\upsilon_1^2}{2} + g h_1 = \frac{\upsilon_2^2}{2} + g h_2 \tag{6.15}$$

Якщо $S_1 >> S_2$, то згідно з рівнянням нерозривності $S_1\upsilon_1 = S_2\upsilon_2 = const$ (6.4) $\upsilon_1 << \upsilon_2$. Тоді доданком можна знехтувати. Таким чином

$$\upsilon_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh \tag{6.16}$$

звідси

$$\upsilon_2 = \sqrt{2gh} \tag{6.17}$$

Цей вираз дістав назву ***формула Торрічеллі***.

6.5 В'язкість (внутрішнє тертя). Режими течії рідин

В'язкість (внутрішнє тертя) - властивість реальних рідин чинити опір переміщенню однієї частини рідини відносно іншої.

На рис. 6.11 представлені два шари рідини на відстані Δx один від одного, що рухаються зі швидкостями $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ ($\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \Delta\vec{v}$). Напрям, в якому відлічується відстань між шарами перпендикулярно швидкості течії шарів.

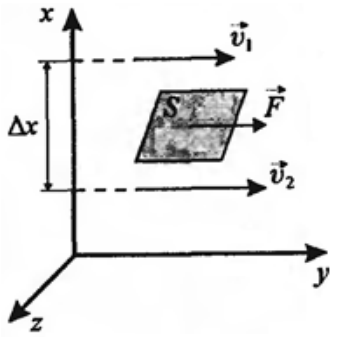


Рис. 6.11

Градієнт швидкості $\Delta v/\Delta x$ показує, як швидко змінюється швидкість при переході від шару до шару у напрямі x, перпендикулярному напряму руху шарів.

Сила внутрішнього тертя визначається формулою

$$F = \eta \left|\frac{\Delta v}{\Delta x}\right| S \qquad (6.18)$$

де η – динамічна в'язкість; [η]=Па·с.

Існує два режими течії рідин. Течія називається ***ламінарною***, якщо уздовж потоку кожен виділений тонкий шар ковзає по сусідніх, не змішуючись з ними, і ***турбулентною***, якщо уздовж потоку відбувається інтенсивне вихроутворення і перемішування рідини (газу).

Характер течії залежить від безрозмірної величини, що називається ***числом Рейнольдса*** :

$$Re = \frac{\rho\langle v\rangle d}{\eta} = \frac{\langle v\rangle d}{\nu} \qquad (6.19)$$

де $\nu = \eta/\rho$ - ***кінематична в'язкість***; ρ - густина рідини; <v> - середня по перерізу труби швидкість рідини; d - характерний лінійний розмір, наприклад діаметр труби.

При малих значеннях числа Рейнольдса (Re≤1000) спостерігається ламінарна течія, перехід від ламінарної течії до турбулентної відбувається в

області 1000≤Re≤2000, а при Re=2300 (для гладких труб) течія – турбулентна. Якщо число Рейнольдса однакове, то режим течії різних рідин (газів) в трубах різних перерізів однаковий.

6.6 Методи визначення в'язкості

1. Метод Стоксу. Цей метод визначення в'язкості заснований на вимірі швидкості невеликих тіл сферичної форми, що рухаються повільно в рідині.

На кульку, що падає в рідині вертикально вниз, діють три сили: сила тяжіння $F_т = mg = \rho Vg = {}^4/_3 \pi r^3 \rho g$ (ρ – густина кульки), $F_A = \rho' Vg = {}^4/_3 \pi r^3 \rho' g$ сила Архімеда (ρ' – густина рідини) і сила опору, емпірично встановлена Стоксом: $F_o = 6\pi\eta r\upsilon$, де r – радіус кульки, υ – його швидкість, η – в'язкість рідини. При рівномірному русі кульки

$$F_т = F_A + F_o \qquad \text{або} \qquad {}^4/_3 \pi r^3 \rho g = {}^4/_3 \pi r^3 \rho' g + 6\pi\eta r\upsilon$$

звідки

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\upsilon} \tag{6.20}$$

Вимірявши швидкість рівномірного руху кульки, можна визначити в'язкість рідини (газу).

2. Метод Пуазейля. Цей метод заснований на ламінарній течії рідини в тонкому капілярі. Розглянемо капіляр радіусом R і довжиною ℓ. У рідині

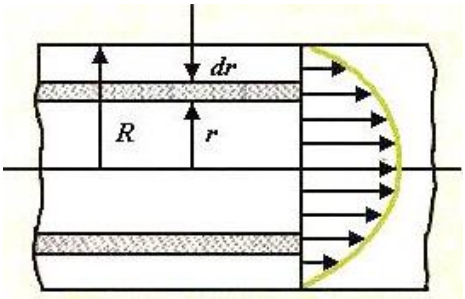


Рис. 6.12

подумки виділимо циліндричний шар радіусом r і товщиною dr (рис. 6.12). Сила внутрішнього тертя, яка діє на бічну поверхню цього шару

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} S = -\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r \ell$$

де S – бічна поверхня циліндричного шару, ℓ – довжина цього шару; знак мінус означає, що при зростанні радіусу швидкість зменшується.

Для течії рідини, що встановилася, сила внутрішнього тертя, яка діє на бічну поверхню циліндра, урівноважується силою тиску, яка діє на його основу:

$$-\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r \ell = \Delta p \pi r^2$$

звідси

$$dv = -\frac{\Delta p}{2\eta \ell} r dr$$

Після інтегрування, вважаючи, що біля стінок має місце прилипання рідини, тобто швидкість на відстані R від осі дорівнює нулю, отримаємо

$$v = -\frac{\Delta p}{2\eta \ell} \int_R^r r dr = \frac{\Delta p}{4\eta \ell} (R^2 - r^2) \qquad (6.21)$$

Звідси видно, що швидкості часток рідини розподіляються за параболічним законом, причому вершина параболи лежить на осі труби (рис.6.12).

За час t з труби витече рідина, об'єм якої

$$V = \int \ell dS_0 = \int_0^R v t 2\pi r dr = \frac{2\pi \Delta p t}{4\eta \ell} \int_0^R r(R^2 - r^2) = \frac{\pi \Delta p t}{2\eta \ell} \left[\frac{r^2 R^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R =$$

$$= \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta \ell}$$

де S_0 - площа основи циліндра. Таким чином, в'язкість

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8 V \ell} == \frac{\pi R^4 \Delta p}{8 Q \ell} \qquad (6.22)$$

де $Q = V/t$ – витрати рідини (газу).

РОЗДІЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА ТА ТЕРМОДИНАМІКА

§Лекція 7. Основи молекулярно-кінетичної теорії

Молекулярна фізика – розділ фізики, який вивчає властивості тіл в різних агрегатних станах на основі розгляду їх молекулярної будови. Завдання молекулярної фізики вирішуються методами статистичної фізики і фізичної кінетики.

Основні положення МКТ

1. Всі речовини – рідкі, тверді і газоподібні утворені з частинок: молекул (атомів), які самі складаються з більш дрібних елементарних частинок (електронів, протонів, нейтронів).

2. Атоми і молекули перебувають у безперервному хаотичному русі.

3. Частинки взаємодіють одна з одною силами, що мають електричну природу**.**

7.1 Статистичний і термодинамічний методи дослідження

Поведінка окремого атома (молекули) не може бути вивчено методами класичної механіки, оскільки число атомів (молекул) у будь-якому тілі величезна.

Матеріальний об'єкт (тіло), що складається з великої кількості частинок, називається ***макроскопічної системою*** або просто ***макросистемою***. У термодинаміці макросистему називають термодинамічною системою, в статистичній фізиці – статистичної системою. Для опису процесів, що відбуваються в макросистемах, використовують два методи статистичний і термодинамічний.

При застосуванні статистичного методу враховується внутрішня будова системи. В системі, що складається з великої кількості частинок, існують деякі середні значення фізичних величин, що характеризують всю

сукупність часток в цілому. Знаходження середніх і найбільш ймовірних величин, що характеризують рух частинок системи, є важливим завданням, тому що між цими величинами і макроскопічними властивостями системи є прямий зв'язок.

За допомогою термодинамічного методу вивчаються властивості системи, без урахування її внутрішньої будови. Розділ фізики, що вивчає фізичні властивості макросистем за допомогою термодинамічного методу, називається термодинамікою.

7.2 Характеристики атомів і молекул

Відносна атомна маса (A_r) хімічного елемента – відношення маси атома цього елемента до 1/12 маси атома $^{12}_{6}C$ (ізотопу вуглецю з масовим числом 12).

Відносна молекулярна маса (M_r) речовини – відношення маси молекули цієї речовини до 1/12 маси атома $^{12}_{6}C$

$$M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_0(^{12}_{6}C)}$$

Відносні атомна та молекулярна маси є величинами безрозмірними. Маса, що дорівнює 1/12 масі $^{12}_{6}C$, називається атомною одиницею маси (а.о.м.). 1 а.о.м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг.

$$\frac{1}{12} m_0(^{12}_{6}C) = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\text{кг} = 1\ \text{а.о.м.}$$

Моль – кількість речовини, в якій міститься число часток (атомів, молекул, іонів, електронів або інших структурних одиниць), яка дорівнює кількості атомів в 0,012 кг ізотопу вуглецю $^{12}_{6}C$.

Число частинок, що містяться в 1 молі речовини, називається сталою Авогадро N_A. Чисельне значення сталої Авогадро – $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Молярна маса (M) – маса одного моля. Молярна маса і відносна молекулярна маса пов'язані співвідношенням:

$$M = m_0 N_A = \frac{1}{12} m_0 ({}^{12}_{6}C) \cdot N_A M_r = M_r \cdot 10^{-3} \qquad (7.1)$$

[M] = кг / моль

Кількість речовини (ν) – число молей, що містяться в масі m речовини:

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{m_0 N}{m_0 N_A} = \frac{N}{N_A} \qquad (7.2)$$

[ν] = моль.

Якщо речовина являє собою суміш, то молярна маса суміші розраховується як відношення маси суміші до кількості речовини всіх компонентів, що входять до складу цієї суміші:

$$M_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{\nu_{\text{см}}} = \frac{m_1 + m_2 + \cdots + m_N}{\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_N} \qquad (7.3)$$

де N – число компонентів.

7.3 Параметри стану

Для опису поведінки макросистем вводять фізичні величини, які називають параметрами стану системи. Основними параметрами є тиск (p), об'єм (V), температура (T).

Об`єм – область простору, яку займає система.

[V] = м^3

Тиск – скалярна фізична величина, що дорівнює відношенню нормальної складової сили тиску $F_\perp$ до площі поверхні S.

$$p = \frac{F_\perp}{S} \qquad (7.4)$$

[p] = Н/м^2 = Па (паскаль).

Для практичних цілей (вимірювання атмосферного тиску, в медицині) використовують міліметри ртутного стовпа (мм. рт. ст.):

1 мм рт. ст. = 133,322 Па,

а також фізичну атмосферу (атм.):

1 атм. = 760 мм рт. ст. = 1,01325 · 10^5 Па.

Вимірюють тиск манометрами, барометрами, вакуумметрами, а також різними датчиками тиску.

Поняття температури має сенс для рівноважних станів системи. ***Рівноважним станом*** або ***станом термодинамічної рівноваги*** називається стан системи, що не змінюється з плином часу.

Температура рівноважного стану – це міра інтенсивності теплового руху її молекул (атомів, іонів). У термодинаміці температура – це фізична величина, що характеризує стан термодинамічної рівноваги макроскопічної системи.

У термодинамічній шкалі температур температура вимірюється в кельвінах (К) і позначається T.

Абсолютна температура T і температура t по стоградусній шкалі пов'язані співвідношенням:

$$T = (t\ ^\circ\mathrm{C} + 273{,}15)\ \mathrm{K}.$$

Температура T=0К (t=–273,15 °С) називається ***абсолютним нулем температури***. За абсолютний нуль температури приймається температура, при якій припиняється тепловий рух молекул.

В Англії і в США використовується шкала Фаренгейта. Температура за шкалою Фаренгейта пов'язана з температурою за шкалою Цельсія (t °С) співвідношенням

$$t\ ^\circ\mathrm{C} = 5/9\ (t^\circ\mathrm{F} - 32) \quad \text{або} \quad t\ ^\circ\mathrm{F} = 9/5\ t^\circ\mathrm{C} + 32,$$

тобто зміна температури на 1 °F відповідає зміні на 5/9 °С.

Параметри стану рівноважної системи залежать один від одного.

7.4 Дослідні закони ідеального газу

Найпростішою макроскопічної системою є ідеальний газ. Ідеальний газ – це фізична модель. Чим більш розріджений газ, тим він ближче за своїми властивостями до ідеального.

Ідеальний газ – це система молекул, які можна вважати матеріальними точками, що взаємодіють одна з одною тільки в процесі зіткнень.

Розглянемо закони, які описують поведінку ідеальних газів.

Закон Бойля-Маріотта: для даної маси газу при постійній температурі добуток тиску газу на його об'єм є величина постійна:

$$pV = \text{const} \tag{7.5}$$

при T = const, m = const.

Для двох довільних станів, які лежать на одній ізотермі

$$p_1V_1 = p_2V_2 \qquad \text{або} \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$$

Крива, що зображає залежність між величинами p та V, що характеризують властивості речовини при постійній температурі, називається ***ізотермою***. Ізотерми є гіперболи, розташовані на графіку тим

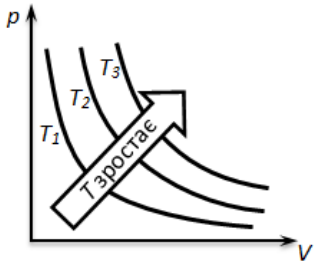


Рис. 7.1

вище, чим вище температура, при якій відбувається процес (рис. 7.1)

Закон Гей-Люссака: об'єм даної маси газу при постійному тиску змінюється лінійно з температурою:

$$\frac{V}{T} = \text{const} \tag{7.6}$$

при p = const, m = const

Процес, який протікає при постійному тиску, називається ***ізобарним.*** На діаграмі в координатах V, T (рис. 7.2) цей процес зображується прямою, яка зветься ізобарою.

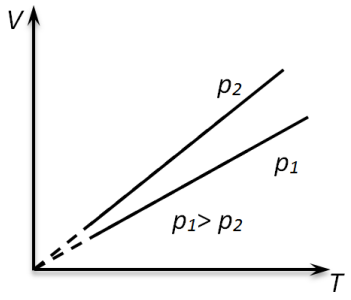


Рис. 7.2

Для двох довільних станів, які лежать на одній ізобарі

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad \text{або} \qquad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Закон Шарля або другий закон Гей-Люссака: тиск даної маси газу при постійному об'ємі змінюється лінійно з температурою:

$$\frac{p}{T} = const \tag{4.7}$$

при V = const, m = const

Процес, який протікає при постійному об'ємі, називається ***ізохорним***. На діаграмі в координатах p, T (рис. 7.3) він зображується прямою, яка зветься ізохорою.

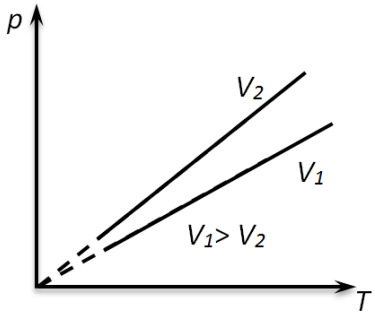


Рис. 7.3

Для двох довільних станів, які лежать на одній ізохорі

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \qquad \text{або} \qquad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Закон Авогадро: 1 моль будь-якого газу при однакових температурі і тиску займають однакові об'єми. При нормальних умовах цей об'ємі дорівнює $22{,}41 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль (рис. 7.4).

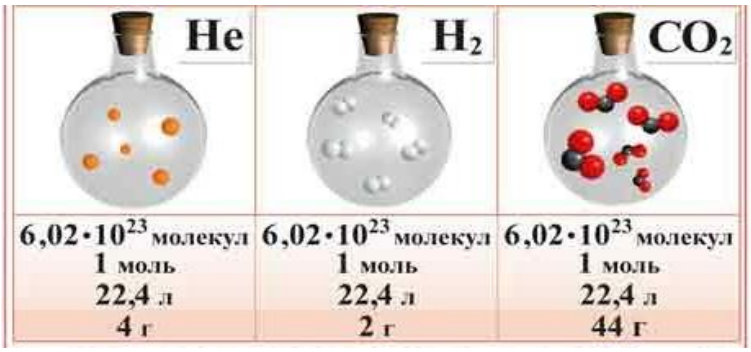


Рис. 7.4

За визначенням, в одному молі різних речовин міститься одне і те ж число молекул, яке зветься сталою Авогадро: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$моль$^{-1}$.

Закон Дальтона: тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, які входять до неї (рис. 7.5), тобто

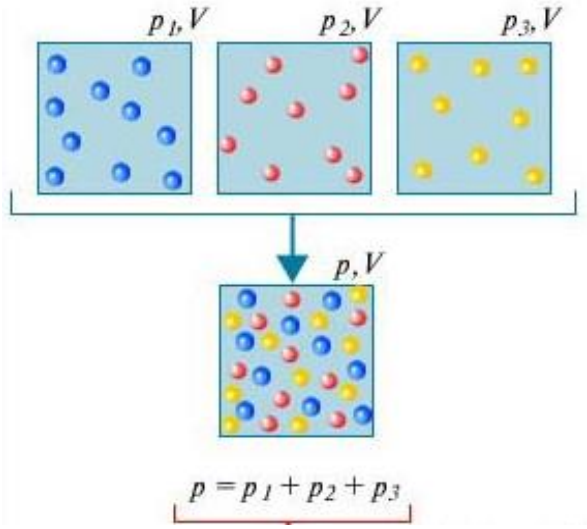


Рис. 7.5

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i \qquad (7.8)$$

де p_1 – тиск, який був би в посудині, якби в ньому знаходилися тільки молекули першого газу; p_2 – тиск, який був би при наявності в посудині тільки молекул другого газу і т.д. Тиск, який чинив би газ, за умови, що він один присутній в посудині в тій кількості, в якій він міститься в суміші, називається ***парціальним***.

7.5 Рівняння стану ідеального газу

Французький фізик і інженер Б. Клапейрон вивів рівняння стану ідеального газу, об'єднавши закони Бойля–Маріотта, Шарля і Гей-Люссака.

Для деякої незмінної маси газу дійсне співвідношення

$$\frac{pV}{T} = B = \text{const} \tag{7.9}$$

Вираз (7.9) є ***рівнянням Клапейрона***, в якому B – газова стала, різна для різних газів.

Менделєєв Д. І. об'єднав рівняння Клапейрона з законом Авогадро, віднісши рівняння (7.9) $\frac{pV}{T} = B = const$ до одного молю, використавши молярний об'єм:

$$V_m = \frac{V}{\nu} \tag{7.10}$$

Відповідно до закону Авогадро, при однакових p і T молі всіх газів займають однаковий молярний об'єм V_m, тому стала B буде однаковою для всіх газів. Ця загальна для всіх газів стала позначається R = 8,31 Дж/(моль·К) і називається ***універсальною газовою сталою***. Рівнянню задовольняє лише ідеальний газ, і воно є ***рівнянням стану ідеального газу***, званим також ***рівнянням Менделєєва Клапейрона***.

$$pV_m = RT \tag{7.11}$$

Рівняння Менделєєва-Клапейрона для маси m газу згідно (7.10), (7.2) і (7.11)

$$pV = \nu RT = \frac{m}{M} RT \tag{7.12}$$

де p – тиск, який чиниться газом; V – об'єм газу; m – маса газу; M – молярна маса; ν – кількість речовини; T – термодинамічна температура; R – універсальна газова стала.

Часто користуються дещо іншою формою рівняння стану ідеального газу, вводячи ***сталу Больцмана***:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\text{Дж/К}.$$

Рівняння (7.12) можна звести до вигляду:

$$p = \frac{m}{MV}RT = \frac{m_0 N}{m_0 N_A V}kN_A T = nkT \qquad (7.13)$$

де $n = {}^{N}/_{V}$ ([n] = м $^{-3}$) дає число молекул в одиниці об'єму і називається ***концентрацією молекул***.

7.6 Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів пов'язує макроскопічний параметр системи – тиск, з характеристиками частинок. При виведенні цього рівняння передбачається, що маси всіх молекул однакові, швидкості всіх молекул однакові по модулю, а всі напрямки руху молекул рівновірогідні. В результаті тиск газу, який чиниться їм на стінку посудини має вигляд:

$$p = \frac{1}{3}m_0 n\langle \upsilon_{\text{кв}}^2 \rangle \qquad (7.14)$$

де m_0 - масса однієї молекули (атому); n – концентрація молекул; $\langle \upsilon_{\text{кв}}^2 \rangle$ - середній квадрат швидкості молекул

Рівняння (7.14) називається ***основним рівнянням молекулярно-кінетичної теорії газів***.

Поняття середнього квадрата швидкості вводиться в зв'язку з тим, що реально всі частинки мають різні швидкості. Середній квадрат швидкості визначається наступним чином:

$$\langle \upsilon_{\text{кв}}^2 \rangle = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \cdots + \upsilon_N^2}{N} \qquad (7.15)$$

де N – число молекул.

Величина

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{m_0 \langle \upsilon_{\text{кв}}^2 \rangle}{2} \qquad (7.16)$$

є середньою кінетичною енергією теплового руху однієї молекули. З урахуванням цього рівняння (7.14) можна переписати у вигляді:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_0 \rangle \qquad (7.17)$$

Тиск, який чинить ідеальний газ, дорівнює двом третім середньої кінетичної енергії поступального теплового руху всіх молекул, що містяться в одиниці об'єму.

7.7 Молекулярно-кінетичне трактування термодинамічної температури

Прирівняємо праві частини рівнянь (7.13) і (7.17)

$$\frac{2}{3} n \langle \varepsilon_0 \rangle = nkT$$

і виразимо середню енергію теплового руху молекули:

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT \qquad (7.18)$$

Звідси випливає, що термодинамічна температура – це величина, яка пропорційна середній кінетичний енергії поступального руху молекули ідеального газу.

Середня енергія молекули $\langle \varepsilon_0 \rangle$ залежить тільки від температури і не залежить від маси молекули. Якщо $\langle \varepsilon_0 \rangle = 0$, то $T = 0$.

Прирівняємо праві частини рівняння (7.16) $\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}{2}$ і (7.18) $\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT$

$$\frac{m_0 \langle v_{\text{кв}}^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT$$

звідси, з огляду на те, що $k = {R}/{N_A}$, а $M = m_0 N_A$, отримаємо

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad (7.19)$$

7.8 Розподіл Максвелла молекул ідеального газу за швидкостями

При зіткненні молекули газу змінюють свої швидкості. Зміна швидкості молекул відбувається випадковим чином. Не можна заздалегідь передбачити, яку чисельно швидкість буде мати дана молекула, оскільки ця швидкість випадкова.

Розподіл молекул за модулями швидкостей описують за допомогою функції розподілу $f(\upsilon)$:

$$\frac{dN_\upsilon}{Nd\upsilon} = f(\upsilon) \tag{7.20}$$

де відношення $\frac{dN_\upsilon}{N}$ дорівнює частині молекул, швидкості яких лежать в інтервалі від υ до $\upsilon + d\upsilon$; $d\upsilon$ – ширина інтервалу.

Знаючи вид $f(\upsilon)$, можна знайти число молекул dN_υ з числа даних молекул N, швидкості яких потрапляють всередину інтервалу швидкостей від υ до $\upsilon + d\upsilon$. Вираз

$$\frac{dN_\upsilon}{N} = f(\upsilon)d\upsilon \tag{4.21}$$

дає ймовірність того, що швидкість молекули матиме значення в межах даного інтервалу швидкостей $d\upsilon$ (рис. 7.6).

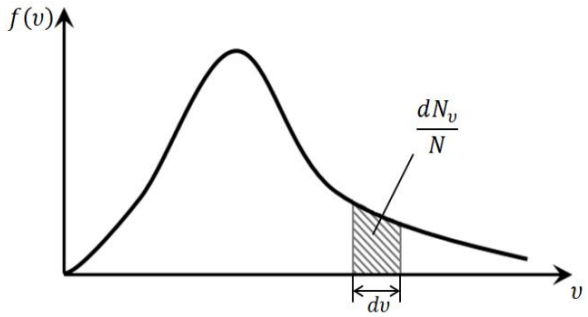


Рис. 7.6

Функція розподілу була знайдена теоретично Максвеллом. Вона має такий вигляд:

$$f(\upsilon) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\upsilon^2 e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}} \tag{7.22}$$

де m_0 – маса молекули.

Вираз (7.22) називається ***функцією розподілу Максвелла***.

Середні швидкості

Користуючись функцією розподілу Максвелла $f(\upsilon)$, можна знайти ряд середніх величин, що характеризують стан молекул.

Швидкість $\upsilon_{\text{й}}$, що відповідає максимуму функції розподілу, буде найбільш ймовірною. Це означає, що основна частина молекул має швидкості близькі до ймовірної.

Формула для розрахунку ***найбільш ймовірної швидкості***:

$$\upsilon_{\text{й}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} \tag{7.23}$$

де k – стала Больцмана; m_0 – маса молекули.

Середня арифметична швидкість – сума швидкостей всіх молекул, яка поділена на число молекул:

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2 + \cdots + \upsilon_N}{N} \tag{7.24}$$

Розрахунок з використанням розподілу Максвелла дає наступну формулу:

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \tag{7.25}$$

Середня квадратична швидкість, яка визначає середню кінетичну енергію молекул, за визначенням дорівнює

$$\langle \upsilon_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \cdots + \upsilon_N^2}{N}} \tag{7.26}$$

$$\langle \upsilon_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \tag{7.27}$$

Якщо врахувати, що маса однієї молекули дорівнює $m_0 = \frac{M}{N_A}$, де M – молярна маса; N_{A} – число Авогадро, а також те, що $kN_A = R$ – універсальна

газова стала, то вирази для найбільш ймовірної, середньої арифметичної і середньої квадратичної швидкостей можна переписати таким чином:

$$\upsilon_{\text{й}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \tag{7.28}$$

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \tag{7.29}$$

$$\langle \upsilon_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \tag{7.30}$$

Зіставляючи (7.28), (7.29) і (7.30), можна помітити, що $\upsilon_{\text{й}}$, $\langle \upsilon \rangle$, $\langle \upsilon_{\text{кв}} \rangle$ однаково залежать від температури газу і молярної маси, відрізняючись тільки множником. Їхнє відношення виглядає наступним чином:

$$\upsilon_{\text{й}} : \langle \upsilon \rangle : \langle \upsilon_{\text{кв}} \rangle = 1 : 1{,}13 : 1{,}22.$$

На рис.7.7 схематично зображено знаходження швидкостей молекул на вісі υ.

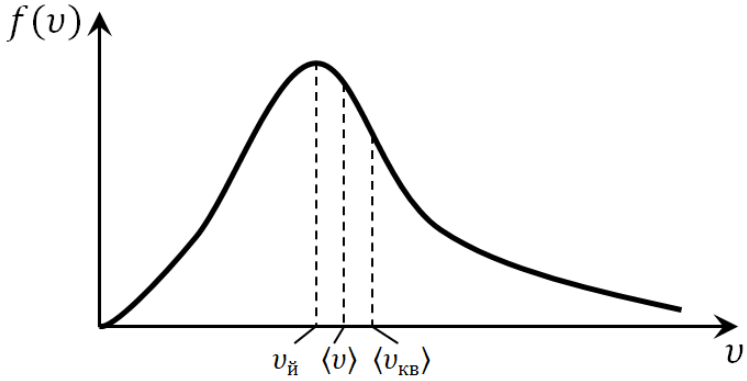


Рис 7.7

7.9 Барометрична формула

Молекули будь-якого газу завжди знаходяться в полі тяжіння Землі. На розподіл молекул атмосферного повітря впливають два фактори: тепловий рух молекул і земне тяжіння. Якби не було теплового руху, то всі молекули впали б на Землю; якби не було тяжіння, то молекули розсіялися б по всьому Всесвіті.

Спільні дії теплового руху і земного тяжіння призводять до такого стану атмосфери, при якому концентрація молекул і тиск газу зменшуються зі зростанням висоти над Землею.

Вираз, який дозволяє знайти атмосферний тиск в залежності від висоти або, вимірявши тиск, знайти висоту виглядає наступним чином

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \tag{7.31}$$

де p_0 – атмосферний тиск на висоті h_0=0, тобто висоті, прийнятої за початок відліку; де p – атмосферний тиск на висоті h; M – молярна маса газу.

Вираз (7.31) називається ***барометричною формулою***. Прилад для визначення висоти над земною поверхнею називається висотоміром (або альтиметром).

Перетворимо (7.31), зробивши для цього наступні заміни:

$$M = m_0 N_A \qquad \text{та} \qquad R = kN_A,$$

де m_0 – маса молекули; N_A – число Авогадро; k – стала Больцмана. Отримаємо наступний показник експоненти:

$$\frac{Mgh}{RT} = \frac{m_0 N_A gh}{kN_A T} = \frac{m_0 gh}{kT}$$

Барометрична формула після цього набуде вигляду:

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \tag{7.32}$$

де m_0gh – потенційна енергія молекули на висоті h.

7.10 Розподіл Больцмана

Згідно з барометричною формулою (7.32) , зробимо заміну відповідно до формули (7.13):

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} \tag{7.33}$$

де n_0 – концентрація молекул при h_0=0; n – концентрація молекул на висоті h.

З урахуванням того, що на різній висоті молекули мають різний запас потенційної енергії $\varepsilon_{\text{п}} = m_0 gh$, формулу (7.33) можна записати в такий спосіб:

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_п}{kT}} \qquad (7.34)$$

де n_0 – концентрація молекул, відповідна тим точкам простору, в яких потенційна енергія дорівнює нулю: $\varepsilon_{п0}=0$; n – концентрація молекул, відповідна тим точкам простору, де потенційна енергія дорівнює $\varepsilon_п$.

Розподіл (7.34) називають ***розподілом Больцмана***.

7.11 Середнє число зіткнень молекул в одиницю часу. Середня довжина вільного пробігу молекул

Мінімальна відстань d, на яку зближуються при зіткненні центри молекул, називають ***ефективним діаметром молекули*** (рис.7.8).

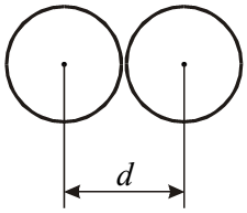


Рис 7.8

Площа круга радіусом d називається ***ефективним перерізом молекули***:

$$\sigma = \pi \cdot d^2.$$

При русі молекула стикається з іншими молекулами газу. ***Середнє число зіткнень за 1 с*** дорівнює числу молекул N в об'ємі V «ламаного» циліндра (рис. 7.9):

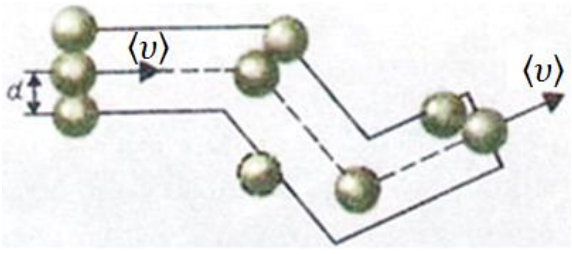


Рис 7.9

$$\langle z \rangle = \frac{N}{t}$$

$$\langle z \rangle = \frac{N}{t} = \frac{NV}{tV} = n\frac{l\sigma}{t} = n\langle \upsilon \rangle \pi d^2$$

де $n = \frac{N}{V}$ – концентрація молекул, тобто число молекул в одиниці об'єму, $\langle v \rangle = \frac{l}{t}$ – середня арифметична швидкість молекули, $\sigma = \pi \cdot d^2$ – площа основи «ламаного» циліндра.

При врахуванні руху інших молекул з'явиться додатковий множник $\sqrt{2}$. Таким чином

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} n \langle v \rangle \pi d^2, \tag{7.35}$$

Відстань, яку молекула пролітає за час вільного пробігу від одного зіткнення до наступного, називається ***довжиною вільного пробігу***. Довжина вільного пробігу є випадковою величиною, тому вводиться ***середня довжина вільного пробігу*** $\langle \lambda \rangle$ – середня відстань, яку проходить молекула між двома послідовними зіткненнями:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} \tag{7.36}$$

Стан газоподібного середовища, в якому середня довжина вільного пробігу молекул порівнянна з розмірами посудини ($d_{\text{п}}$), називається ***вакуумом***.

Низький вакуум ($\langle \lambda \rangle \ll d_{\text{п}}$) – тиск змінюється від атмосферного (760 мм рт. ст.) до 25 мм рт. ст.

Середній вакуум ($\langle \lambda \rangle > d_{\text{п}}$) – тиск змінюється від 25 мм рт. ст. до 10^{-3}мм рт. ст.

Високий вакуум ($\langle \lambda \rangle \gg d_{\text{п}}$) – тиск змінюється від 10^{-3} мм рт. ст. до 10^{-9} мм рт. ст.

§Лекція 8. Основи термодинаміки

Термодинаміка спирається на основні закони, встановлені експериментально.

Перший закон термодинаміки є законом збереження енергії, який застосовується до теплових процесів, тобто він встановлює кількісні співвідношення між перетвореннями енергії з одних видів в інші.

Другий закон визначає умови, при яких ці перетворення можливі, тобто визначає можливі напрямки цього процесу.

Термодинамічна система – це сукупність макроскопічних тіл, які можуть обмінюватися енергією між собою і з іншими тілами. Прикладом системи є рідина і пар, які торкають один одного.

Стан системи характеризують параметрами стану (тиском p, об'ємом V, температурою T). Стан, в якому всі параметри стану мають певні значення, які не змінюються з плином часу, називається ***рівноважним***.

Стан системи називається ***нерівноважним***, якщо він без будь-якого впливу ззовні мимовільно змінюється з часом. Система, що знаходиться в нерівноважному стані і надана сама собі, поступово переходить в рівноважний стан.

Термодинамічний процес – це перехід системи з одного стану в інший. Процес, що складається з послідовності рівноважних станів, називають рівноважним. ***Рівноважний процес*** – це фізична модель. Процеси будуть рівноважними, якщо вони протікають нескінченно повільно і при цьому зовнішні впливи змінюються безперервно, без стрибків.

8.1 Робота, що здійснюється системою при зміні об’єму

Розглянемо газ, який знаходиться в циліндричній посудині, яка закрита щільно поршнем. Припустимо, що газ почав повільно розширюватися і перемістив поршень на відстань dh (рис. 8.1). Елементарна робота, що здійснюються газом при переміщенні поршня на величину dh дорівнює

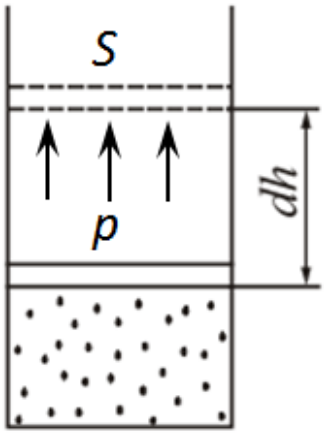


Рис 8.1

$$\delta A = Fdh,$$

де F – сила, з якою газ тисне на поршень, δA – елементарна робота (символ «δ» означає, що зміна роботи в замкненому процесі не завжди дорівнює нулю). Замінивши силу добутком тиску p на площу S поршня ($F = pS$), отримаємо:

$$\delta A = pSdh = pdV \qquad (8.1)$$

Якщо газ розширюється, то $dV > 0$, робота буде позитивною. Якщо газ стискається, то $dV < 0$, робота буде негативною.

Якщо тиск газу при зміні об'єму не залишається постійним, то робота, що здійснюються при зміні об'єму від V_1 до V_2, обчислюється інтегруванням:

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_1^2 pdV \qquad (8.2)$$

Процес зміни об'єму можна представити на діаграмі (pV). Елементарній роботі відповідає площа вузької заштрихованої смужки (рис. 8.2). Площа фігури, обмеженої віссю V, кривої $p = f(V)$ і координатами V_1 і V_2,

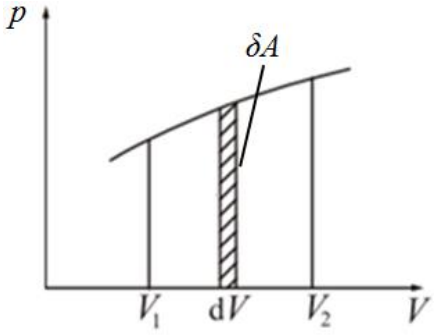


Рис 8.2

чисельно дорівнює роботі, яку здійснює газ при зміні об’єму від V_1 до V_2.

8.2 Внутрішня енергія термодинамічної системи

Внутрішня енергія (U) тіла визначається як енергія цього тіла за вирахуванням кінетичної енергії тіла як цілого і потенційної енергії цього тіла в різних силових полях. Отже, внутрішня енергія складається з:

1) кінетичної енергії хаотичного руху молекул;

2) потенційної енергії взаємодії між молекулами.

Внутрішня енергія є функцією стану системи. Це означає, що енергія в даному стані має притаманну цьому стану значення. Приріст внутрішньої енергії при переході системи з одного стану в інший завжди дорівнює різниці значень внутрішньої енергії в кінцевому і початковому станах і не залежить від процесу, яким здійснюється перехід.

8.3 Кількість ступенів свободи

Числом ступенів свободи (i) механічної системи називається кількість незалежних величин, за допомогою яких може бути задано положення системи в просторі.

Експериментально встановлено, що при визначенні числа ступенів свободи молекул, атоми потрібно розглядати як матеріальні точки.

1. Одноатомна молекула (He, Ne, Ar і т.д.). $i = 3$ (рис.8.3а). Положення одноатомної молекули задається трьома просторовими координатами (x, y, z). Ступені свободи одноатомної молекули називають ***поступальними ступенями свободи.***

2. Двоатомна молекула з жорсткою зв'язкою (H_2, O_2, N_2 і т.д.). $i = 5$ (рис. 8.3б). Така молекула крім трьох ступенів свободи поступального руху має ще два ступені свободи обертального руху навколо взаємно перпендикулярних осей. Таким чином, для двоатомних молекули $i = 3 + 2 = 5$ (3 – поступальні ступені свободи; 2 – обертальні ступені свободи).

3. Якщо число атомів в молекулі з жорсткою зв'язкою три і більше трьох (NH_3, CH_4), то число ступенів свободи i = 6. i=3 + 3 = 6 (3 – поступальні ступені свободи; 3 – обертальні ступені свободи) (рис. 8.3в).

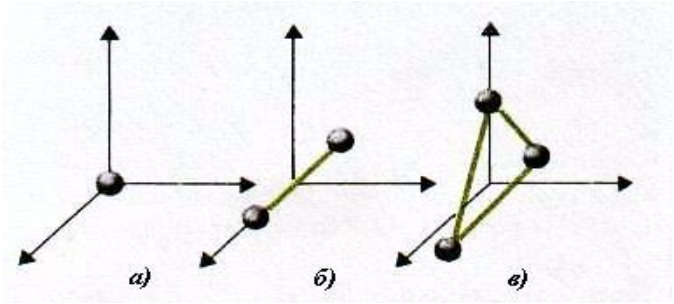


Рис 8.3

Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Оскільки поступальних ступенів свободи три, то на одну ступінь свободи доводиться енергія

$$\varepsilon = \frac{1}{2} kT \qquad (8.3)$$

На кожну ступінь свободи (поступальну, обертальну) в середньому припадає однакова кінетична енергія, яка дорівнює $\frac{1}{2} kT$

Звідси випливає, що середня кінетична енергія молекули визначається формулою:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT \qquad (8.4)$$

8.4 Внутрішня енергія ідеального газу

Молекули ідеального газу не взаємодіють одна з одною, тому його внутрішня енергія складається з кінетичних енергій окремих молекул:

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} \nu RT \qquad (8.5)$$

З (8.5) випливає, що внутрішня енергія ідеального газу не залежить від тиску і об’єму, а визначається природою газу і його температурою. На практиці важливо знати зміну внутрішньої енергії:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R(T_2 - T_1) \tag{8.6}$$

Внутрішня енергія 1 моля газу з (8.5)

$$U_m = \frac{U}{\nu} = \frac{i}{2}RT \tag{8.7}$$

8.5 Перший закон термодинаміки

Змінити внутрішню енергію системи можна за рахунок здійснення над тілом роботи A і передавши йому тепло Q.

Тепло(Q) – кількість енергії, передане від одного тіла до іншого за допомогою теплопередачі. Кількість тепла вимірюється в джоулях.

Із закону збереження енергії випливає, що

$$Q = \Delta U + A \tag{8.8}$$

де A – робота, яку здійснює система над зовнішніми тілами. Цей закон в термодинаміці називається ***першим законом термодинаміки в інтегральному виді***. Формулюється він у такий спосіб:

Кількість тепла, повідомлене системі, йде на приріст внутрішньої енергії системи і на здійснення системою роботи над зовнішніми тілами.

Якщо система періодично повертається в первісний стан, то зміна її внутрішньої енергії $\Delta U = 0$. Тоді, згідно першому закону термодинаміки,

$$A = Q$$

Перший закон можна також формулювати наступним чином: ***неможливий вічний двигун першого роду, тобто такий періодично діючий двигун, який здійснював би роботу в більшій кількості, ніж отримана ним ззовні енергія.***

Для елементарного процесу перший закон термодинаміки записується в диференціальному вигляді:

$$\delta Q = dU + \delta A, \tag{8.9}$$

де dU – елементарно малий приріст внутрішньої енергії, δQ – елементарно малий приріст кількості теплоти.

8.6 Теплоємність

1. ***Теплоємність тіла*** – скалярна фізична величина, що дорівнює кількості тепла, яку потрібно повідомити тілу, щоб нагріти його на один кельвін:

$$C = \frac{\delta Q}{dT} \tag{8.10}$$

$$\left[C = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}\right]$$

2. ***Питома теплоємність*** – скалярна фізична величина, що дорівнює кількості тепла, яку потрібно повідомити 1 кг речовини, щоб нагріти його на один кельвін:

$$c = \frac{\delta Q}{mdT} \tag{8.11}$$

$$[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

3. ***Молярна теплоємність*** – скалярна фізична величина, що дорівнює кількості тепла, яку потрібно повідомити одному молю речовини, щоб нагріти його на один кельвін:

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu dT} \tag{8.12}$$

$$[C_m] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Питома і молярна теплоємності пов'язані співвідношенням:

$$C_m = cM \tag{8.13}$$

де M – молярна маса.

Теплоємність газів залежить від умов, при яких проводилося нагрівання. Якщо нагрівання проводилося при постійному об'ємі, то теплоємність називається теплоємністю при постійному об'ємі. Якщо нагрівання проводилося при постійному тиску, то теплоємність називається теплоємністю при постійному тиску.

Молярна теплоємність газу при постійному об’ємі C_V дорівнює

$$C_V = \frac{i}{2}R \tag{8.14}$$

Молярна теплоємність газу при постійному тиску C_p дорівнює

$$C_p = \frac{i+2}{2}R \tag{8.15}$$

Вираз, який звязу'є C_p і C_V називається ***рівнянням Майєра***

$$C_p = C_V + R \tag{8.16}$$

При розгляді термодинамічних процесів важливо знати характерне для кожного газу відношення C_p до C_V:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} \tag{8.17}$$

8.7 Застосування першого закону термодинаміки до ізопроцесів

Серед рівноважних процесів, що відбуваються з термодинамічними системами, виділяються ізопроцеси, при яких один з основних параметрів стану залишається постійним.

Ізохорний процес (V = const). Діаграма цього процесу (ізохора) в координатах pV зображується прямою, яка перпендикулярна осі V (рис. 8.4), де процес 1-2 є ізохорою нагрівання, а 3-4 – ізохорою охолодження. При ізохорному процесі газ не виконує роботи над зовнішніми тілами, тобто

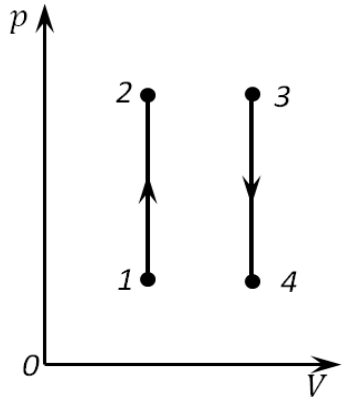


Рис 8.4

$$\delta A = pdV = 0$$

З першого початку термодинаміки (8.9) для ізохорного процесу випливає, що вся теплота, що повідомляється газу, йде на збільшення його внутрішньої енергії:

$$\delta Q = dU$$

Відповідно з формулами (8.5) і (8.14) для газу довільної маси для ізохорного процесу отримаємо

$$\delta Q = dU = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RdT = \frac{m}{M}C_V dT \qquad (8.18)$$

Ізобарний процес (p=const). Діаграма цього процесу (ізобара) в координатах pV зображується прямою, яка перпендикулярна осі p. При ізобарному процесі робота газу з (8.2) при розширенні об'єму від V_1 до V_2 дорівнює

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1) \qquad (8.19)$$

і визначається площею прямокутника на рис.8.5. Якщо використати рівняння

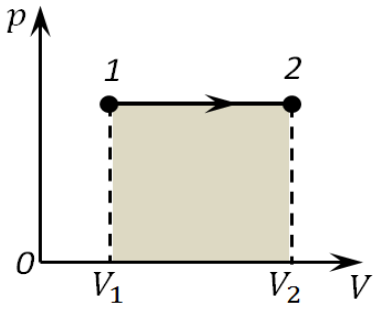


Рис 8.5

Клапейрона-Менделєєва для обраних нами двох станів, отримаємо

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1, \qquad pV_2 = \frac{m}{M}RT_2$$

звідки

$$V_2 - V_1 = \frac{m}{M}\frac{R}{p}(T_2 - T_1)$$

Тоді вираз (8.19), з урахуванням останнього рівняння, для роботи ізобарного розширення набуде вигляду

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1) \qquad (8.20)$$

Внутрішня енергія зростає на величину *dU*. З (8.5) і (8.14) отримаємо

$$dU = \nu C_V dT$$

Таким чином перший початок термодинаміки для ізобарного процесу набуде вигляду

$$Q = \Delta U + A = \nu C_V (T_2 - T_1) + \frac{m}{M} R(T_2 - T_1)$$

Ізотермічний процес (*T* = const). Діаграма цього процесу (ізотерма) в координатах *pV* являє собою гіперболу, яка розташована на діаграмі тим вище, чим вище температура, при якій відбувався процес (рис.8.6).

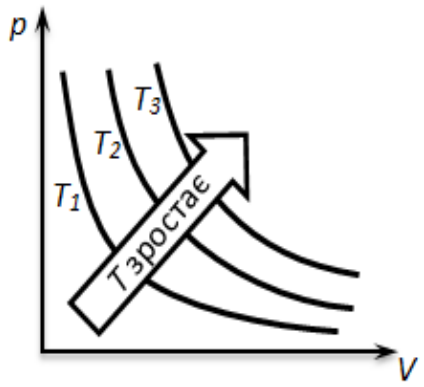


Рис 8.6

Виходячи з (8.2) і рівняння Клапейрона-Менделєєва ($pV = \nu RT$) і закону Бойля-Маріотта ($\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_1}{V_2}$) знайдемо роботу ізотермічного розширення газу:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \nu RT \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Оскільки при *T*=const внутрішня енергія ідеального газу не змінюється:

$$dU = \nu C_V dT = 0$$

то з першого початку термодинаміки ($\delta Q = dU + \delta A$) випливає, що для ізотермічного процесу

$$\delta Q = \delta A$$

тобто вся кількість теплоти, що повідомляється газу, витрачається на виконання ним роботи проти зовнішніх сил:

$$Q = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2} \qquad (8.21)$$

Отже, для того щоб при роботі розширення температура не зменшувалася, до газу протягом ізотермічного процесу необхідно підводити кількість теплоти, яка еквівалентна зовнішній роботі розширення.

8.8 Адіабатичний процес

Адіабатичним називається процес, при якому відсутній теплообмін ($\delta Q = 0$) між системою і навколишнім середовищем. Адіабатичні процеси застосовуються в двигунах внутрішнього згоряння (розширення і стискання горючої суміші в циліндрах), в холодильних установках і т. д.

З першого початку термодинаміки ($\delta Q = dU + \delta A$) Для адіабатичного процесу випливає, що

$$\delta A = -dU \qquad (8.22)$$

тобто зовнішня робота здійснюється за рахунок зміни внутрішньої енергії системи.

Рівняння адіабатичного процесу, який називається також ***рівнянням Пуассона***.

$$pV^\gamma = const \qquad (8.23)$$

Для переходу до змінних TV або pT виключимо з (8.23) $pV^\gamma = const$ за допомогою рівняння Клапейрона-Менделєєва ($pV = \nu RT$) відповідно тиск або об'єм (кількість речовини ν і універсальна газова стала R однакові для всіх станів, тому їх можна скоротити):

$$\frac{T}{V}V^\gamma = const \quad \text{або} \quad TV^{\gamma-1} = const \qquad (8.24)$$

$$p\left(\frac{T}{p}\right)^\gamma = const \quad \text{або} \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = const \qquad (8.25)$$

Вирази (8.23) – (8.25) являють собою рівняння адіабатичного процесу. У цих рівняннях безрозмірна величина

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i} \tag{8.26}$$

називається ***показником адіабати***.

Діаграма адіабатичного процесу (***адіабата***) в координатах pV зображується гіперболою (рис. 8.7). На рисунку видно, що адіабата ($pV^\gamma = const$) більш крута, ніж ізотерма (pV=const). Це пояснюється тим, що при адіабатичному стисненні збільшення тиску газу обумовлено не тільки зменшенням його об'єму, як при ізотермічному стисканні, але і підвищенням температури.

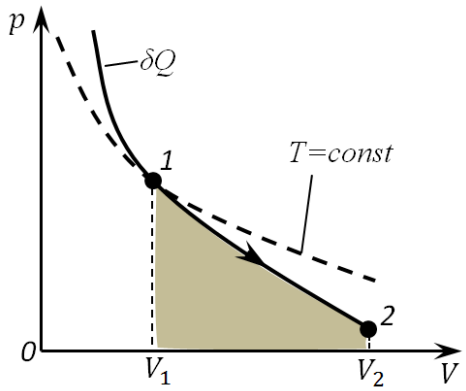


Рис 8.7

Обчислимо роботу, що здійснюються газом в адіабатичному процесі.

$$\delta A = -dU = -\frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} R dT = -\nu C_V dT$$

Якщо газ адіабатично розширюється від об'єму V_1 до V_2, то його температура зменшується від T_1 до T_2 і робота розширення ідеального газу

$$A = -\nu C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \nu C_V (T_1 - T_2) \tag{8.27}$$

Перетворимо вираз для роботи при адіабатичному розширенні (8.27) . Винесемо T_1 за дужки і замінимо на $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$ згідно з рівнянням Клапейрона-Менделєєва

$$A = \nu C_V T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = p_1 V_1 \frac{C_V}{R} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

Використовуючи (8.24) запишемо, що $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$, а також використовуючи (8.26) і рівняння Майера (8.16) запишемо

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V} \quad \Rightarrow \quad \frac{C_V}{R} = \frac{1}{\gamma - 1}$$

Таким чином, отримаємо

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right)$$

Робота, що здійснюється газом при адіабатичному розширенні 1-2 (визначається площею, зображеною сірим кольором на рис. 8.6), менше, ніж при ізотермічному. Це пояснюється тим, що при адіабатичному розширенні відбувається охолодження газу, тоді як при ізотермічному температура підтримується постійною за рахунок припливу ззовні еквівалентної кількості теплоти.

8.9 Оборотні і необоротні процеси. Кругові процеси (цикли)

Рівноважний процес, який допускає можливість повернення системи в початковий стан через ту ж послідовність проміжних станів, що і в прямому процесі, називається ***оборотним***. При цьому в оточуючих тілах не повинно залишатися ніяких змін (не змінюється взаємне розташування тіл, що оточують систему, їх термодинамічний стан і т.д.).

Процес називається ***необоротним***, якщо по його завершенні систему не можна повернути в початковий стан так, щоб в оточуючих тілах не залишилося будь-яких змін.

Всі реальні процеси необоротні. Незворотні змішання рідин, газів; передача тепла від нагрітого тіла до холодного; дифузія і т. д.

Круговим процесом (або ***циклом***) називається такий процес, при якому система після ряду змін повертається в початковий стан. На графіку (рис. 8.8) цикл зображується замкнутої кривої. На ділянці 1-2 (розширення від об’єму

V_1 до об'єму V_2) робота позитивна і дорівнює площі, зазначеної нахиленою вправо штрихуванням. На ділянці 2-1 (стиснення від V_2 до V_1) робота негативна і дорівнює площі, зазначеної нахиленою вліво штрихуванням. Отже, робота за цикл чисельно дорівнює площі фігури, яка охоплена кривою (в нашому випадку це еліпс).

Після виконання циклу система повертається в початковий стан, тому зміна внутрішньої енергії системи дорівнює нулю.

Якщо за цикл відбувається позитивна робота ($A = \oint pdV > 0$ (цикл протікає за годинниковою стрілкою), то він називається ***прямим*** (рис. 8.8), якщо за цикл відбувається негативна робота $A = \oint pdV < 0$ (цикл протікає проти годинникової стрілки), то він називається ***зворотним***.

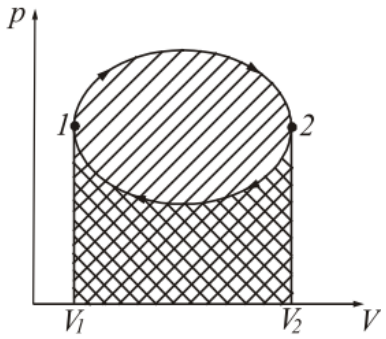


Рис 8.8

8.10 Другий закон термодинаміки

Другий закон термодинаміки визначає можливі напрямки процесів перетворення енергії з одного виду в інший. Також як і перший закон, він має кілька формулювань.

Формулювання по Клаузіусу:

Неможливий процес, єдиним кінцевим результатом якого була б передача тепла від менш нагрітого тіла до більш нагрітого.

Це не означає, що другий закон взагалі забороняє перехід тепла від тіла, менш нагрітого, до тіла, більш нагрітого. Такий перехід можливий, але він не буде єдиним результатом процесу. Це означає, що одночасно

відбудуться зміни в навколишніх тілах, так як для здійснення цього переходу над системою повинна здійсниться робота.

Формулювання за Кельвіном:

Неможливий такий процес, єдиним кінцевим результатом якого стало б перетворення теплоти, отриманої від нагрівача в еквівалентну їй роботу.

Розглянемо, наприклад, розширення газу при постійній температурі. По першому закону термодинаміки $Q = \Delta U + A$. Температура газу не змінюється, значить $\Delta T = 0$. Звідси випливає, що зміна внутрішньої енергії $\Delta U = 0$. Виходить, що все отримане тепло перейшло в роботу: $Q = A$. Але отримання тепла і перетворення його в роботу не єдиний кінцевий результат процесу. Крім того, в результаті ізотермічного процесу відбувається зміна об'єму газу.

Періодично діючий двигун, який заснований на другому закону термодинаміки і робить роботу за рахунок охолодження одного джерела тепла (наприклад, внутрішньої енергії великих водойм), називається ***вічним двигуном другого роду***. Наступне формулювання другого закону термодинаміки стверджує неможливість створення такого двигуна:

Неможливий вічний двигун другого роду, тобто періодично діючого двигуна, який отримував би теплоту від одного резервуара і перетворював би її повністю в роботу.

8.11 Теплова машина. ККД теплової машини

Теплова машина – періодично діючий двигун, що здійснює роботу за рахунок отримуваного ззовні тепла.

Принципова схема теплового двигуна дана на рис. 8.9. ***Робочим тілом*** називається термодинамічна система, яка здійснює круговий процес і обмінюється енергією з іншими тілами. Зазвичай таким робочим тілом є газ.

Спочатку газ приводять у контакт з нагрівачем, тобто тілом, температура якого T_1 вище температури газу. Газ отримає від нагрівача тепло

Q_1 і розшириться від об’єму V_1 до об'єму V_2. Потім газ треба стиснути до об’єму V_1, тобто повернути його в початковий стан. Для цього його приводять в контакт з холодильником, тобто тілом, температура якого T_2 нижче температури газу. При цьому газ віддає холодильнику тепло Q_2.

Рис 8.9

Виконана за цикл робота дорівнює

$$A = Q_1 - Q_2 \tag{8.28}$$

оскільки зміна внутрішньої енергії в круговому процесі дорівнює нулю.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) теплової машини дорівнює відношенню роботи A, яка здійснюється за один цикл до одержуваної від нагрівача за цикл кількості тепла Q_1:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \tag{8.29}$$

З урахуванням формули (8.28) $A = Q_1 - Q_2$ вираз для ККД можна записати у вигляді:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \tag{8.30}$$

З визначення ККД випливає, що він не може бути більшим за одиницю.

8.12 Цикл Карно

Цикл Карно **–** це ідеальний цикл, що складається з двох ізотерм і двох адіабат. Цей цикл вперше введений в розгляд французьким інженером Саді Карно. Якщо робочим тілом є ідеальний газ, то цикл Карно має вигляд, зображений на рис. 8.9.

У процесі 1-2 газ знаходиться в тепловому контакті і рівновазі з нагрівачем (тепловіддавач). Температура нагрівача T_1. Від нагрівача газ отримає тепло Q_1 ($Q_1 > 0$). Температура нагрівача при цьому не зміниться. У процесі 2-3 газ теплоізолюється, і робота по його розширенню відбувається за рахунок зміни внутрішньої енергії.

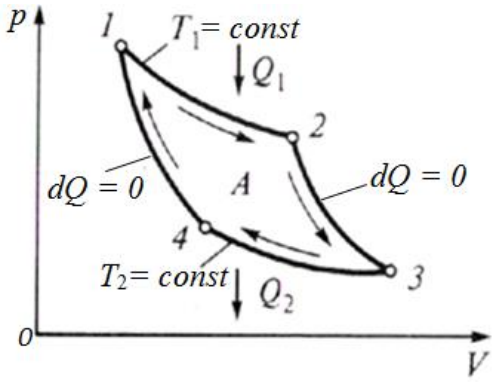


Рис 8.10

У процесі 3-4 газ приводиться в контакт з холодильником (теплоприймачем), температура якого T_2 не змінюється ($T_2<T_1$). При цьому газ стискається і передає холодильнику тепло Q_2. У процесі 4-1 газ знову теплоізолюється і стискається до початкового стану 1.

Таким чином робота, що здійснюється в результаті кругового процесу, визначається площею фігури обмеженою двома ізотермами і двома адіабатами.

Теорема Карно: *ККД всіх ідеальних машин, що працюють при одних і тих же температурах нагрівача і холодильника, однаковий і визначається тільки температурами нагрівача і холодильника і не залежить від природи робочого тіла*.

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (8.31)$$

Для збільшення ККД теплової машини необхідно збільшувати температуру нагрівача і зменшувати температуру холодильника. ККД реальної машини завжди менше, ніж ККД ідеальної машини, що працює з тим же нагрівачем і холодильником.

РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРИКА ТА ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

§Лекція 9. Основи електростатики

Електростатика – розділ електрики, в якому розглядаються властивості і взаємодія нерухомих електрично заряджених тіл або частинок.

9.1 Електричний заряд

Електричний заряд (q) – невід'ємна властивість деяких елементарних частинок (протонів, електронів і т.д.), яка визначає їх взаємодію з зовнішнім електромагнітним полем.

[q] = Кл (кулон); 1 Кл = 1 А·с.

Властивості електричного заряду

1. Електричний заряд існує в двох видах: позитивний і негативний. Однойменні заряди відштовхуються, різнойменні – притягуються.

2. Існує мінімальний електричний заряд, який називають ***елементарним зарядом***. Носій елементарного негативного заряду – електрон, позитивного – протон. Заряд елементарних частинок однаковий за величиною.

$$q_e = e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

3. Електричний заряд дискретний, тобто заряд будь-якого тіла утворюється сукупністю елементарних зарядів і є величиною, яка кратна e.

$$q = eN, \qquad N = 1, 2, 3 \ldots \tag{9.1}$$

4. Електричний заряд підкоряється ***закону збереження заряду***: Алгебраїчна сума зарядів електрично ізольованої системи заряджених тіл залишається величиною постійною:

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_N = const \tag{9.2}$$

5. Електричний заряд інваріантний, тобто його величина не залежить від того, рухається заряд чи ні.

9.2 Закон Кулона

Точковий заряд – це заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати в порівнянні з відстанню від цього тіла до інших заряджених тіл.

Сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів пропорційна величині цих зарядів, обернено пропорційна квадрату відстані між ними і залежить від середовища, в якому знаходяться заряди:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{\varepsilon r^2} \tag{9.3}$$

де $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н·м}^2}{\text{Кл}^2}$ – коефіцієнт пропорційності; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\Ф}{\text{м}}$ – електрична стала; ε – діелектрична проникність середовища (для вакууму ε=1).

Сила *F* направлена по прямій, що з'єднує заряди (рис.9.1).

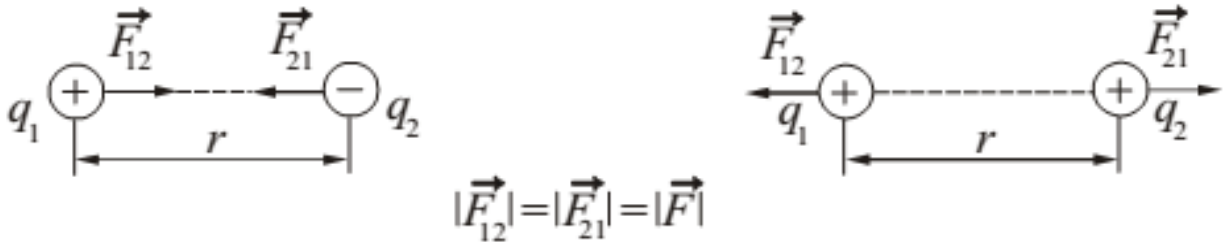


Рис 9.1

9.3 Напруженість електричного поля

Електричне поле – це матеріальне середовище, що існує навколо заряджених тіл і проявляє себе силовою дією на заряди.

Для того, щоб виявити і досліджувати електричне поле, використовують точковий позитивний заряд, який називають ***пробним*** – $q_{\text{пр}}$.

Напруженість електричного поля ($\vec{E}$) – векторна фізична величина, силова характеристика електричного поля, що чисельно дорівнює силі, яка діє на одиничний позитивний заряд (пробний), поміщений в дану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}} \tag{9.4}$$

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

Напрямок вектора напруженості збігається з напрямком сили, що діє на позитивний заряд (рис. 9.2).

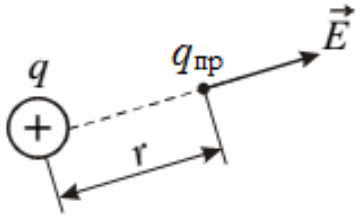


Рис 9.2

Якщо величина і напрямок вектора напруженості поля в кожній точці однакові, то поле називається ***однорідним***.

Виходячи із закону Кулона (9.2), можна розрахувати напруженість електричного поля, яке створюється точковим зарядом.

$$E = \frac{F}{q_{\text{пр}}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r^2} \tag{9.5}$$

Якщо поле створюється декількома зарядами, то напруженість результуючого поля дорівнює векторній сумі напруженостей полів, які

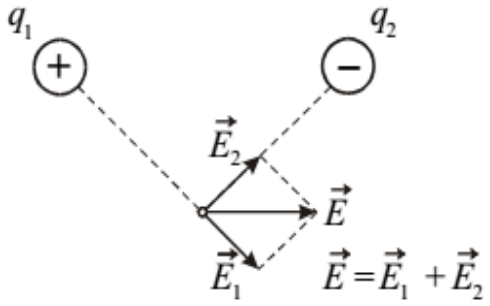


Рис 9.3

створював би кожен із зарядів системи окремо (рис. 9.3)

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \tag{9.6}$$

Дане твердження називається ***принципом суперпозиції*** (накладання) ***полів***.

9.4 Потік вектора напруженості електричного поля

Потоком вектора напруженості електричного поля (Φ_E) через елементарну ділянку поверхні dS називається величина

$$d\Phi_E = \vec{E}d\vec{S} = EdS\cos\alpha \tag{9.7}$$

де $d\vec{S} = \vec{n}dS$, $\vec{n}$ – одиничний вектор, перпендикулярний площині dS; α – кут

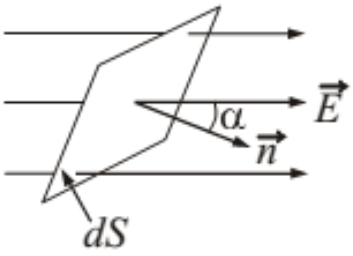


Рис 9.4

між напрямком $\vec{n}$ і $\vec{E}$ (рис. 9.4).

Потік вектора напруженості Φ_E через будь-яку поверхню S дорівнює алгебраїчній сумі потоків напруженості крізь всі малі ділянки цієї поверхні:

$$\Phi_E = \int \vec{E}d\vec{S} \tag{9.8}$$

$$[\Phi_E] = \frac{\text{В}}{\text{м}}\text{м}^2 = \text{В}\cdot\text{м}$$

9.5 Теорема Гауса

Теорема Гауса для електростатичного поля:

Потік вектора напруженості електростатичного поля крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, охоплених цією поверхнею, яка поділена на добуток $\varepsilon\varepsilon_0$ (рис. 9.5).

$$\Phi_E = \oint \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\sum q \tag{9.9}$$

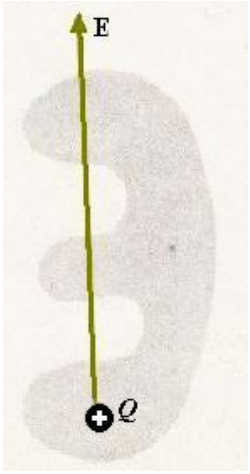


Рис 9.5

9.5.1 Приклади розрахунку електростатичних полів

Поле рівномірно зарядженої нескінченно довгої нитки

Нехай нескінченно довга нитка заряджена рівномірно з лінійною густиною заряду τ.

Лінійною густиною заряду (τ) називається величина, що чисельно дорівнює заряду, який припадає на одиницю довжини. При рівномірному розподілі заряду

$$\tau = \frac{q}{\ell} \qquad (9.10)$$

$$[\tau] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}$$

Як замкнуту поверхню оберемо циліндр радіусом r і висотою ℓ (рис. 9.6). З міркувань симетрії випливає, що напруженість поля в будь-якій точці повинна бути спрямована по радіальній прямій, яка перпендикулярна осі нитки (заряд вважається позитивним). Потік Φ_E через торці циліндра

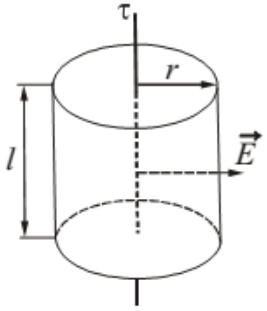


Рис 9.6

дорівнює нулю, оскільки лінії напруженості перпендикулярні осі. Потік через бічну поверхню

$$\Phi_E = \int \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 2\pi r\ell$$

По теоремі Гауса (9.9) і формулі лінійної густини заряду (9.10) отримаємо:

$$\Phi_E = E \cdot 2\pi r\ell = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\tau\ell}{\varepsilon_0} \qquad \Rightarrow E = \frac{\tau}{2\pi r\varepsilon_0} \qquad (9.11)$$

Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини

Нехай площина заряджена рівномірно з поверхневою густиною заряду σ.

Поверхневою густиною заряду (σ) називається величина, що чисельно дорівнює заряду, який припадає на одиницю площі. При рівномірному розподілі заряду

$$\sigma = \frac{q}{S} \qquad (9.12)$$

$$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

Як замкнуту поверхню подумки побудуємо циліндр, основи якого паралельні зарядженій площині, а вісь перпендикулярна їй (рис. 9.7).

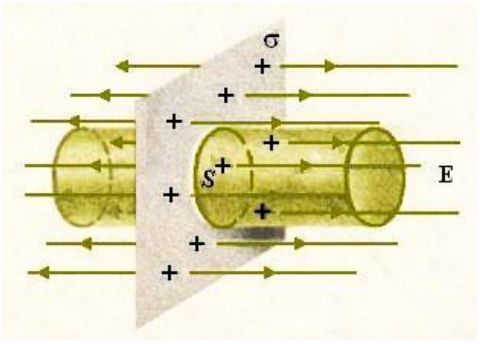


Рис 9.7

Оскільки бокова поверхня циліндра паралельна лініям напруженості (cosα = 0), то потік вектора напруженості крізь неї дорівнює нулю, а повний потік крізь циліндр дорівнює сумі потоків крізь його основи.

Згідно з теоремою Гауса (9.9) і (9.12)

$$\Phi_E = 2ES = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

звідки напруженість поля рівномірно зарядженої нескінченної площини

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{9.13}$$

Це означає, що на будь-яких відстанях від нескінченної площини напруженість поля однакова за величиною (рис.9.7).

Поле двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин

Нехай площини заряджені рівномірно різнойменними зарядами з поверхневими густинами +σ і –σ. Поле таких площин знайдемо як суперпозицію полів, створюваних кожною з площиною окремо (рис. 9.8).

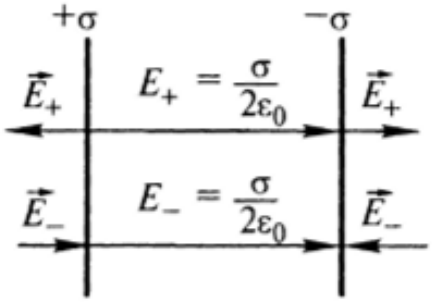


Рис 9.8

Напруженість поля ліворуч і праворуч від пластин $E = 0$. В області між площинами $E = E_+ + E_-$ (E_+ і E_- визначаються за формулою (9.13)), тому результуюча напруженість

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{9.14}$$

Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні

Поле, створюване сферичною поверхнею радіуса R, яка заряджена з постійною поверхневою густиною заряду σ, буде центральносиметричним (рис. 9.9).

Якщо $r > R$, то всередину поверхні потрапляє весь заряд q, що створює поле, яке розглядається. Згідно теореми Гауса (9.9),

$$\Phi_E = 4\pi r^2 E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

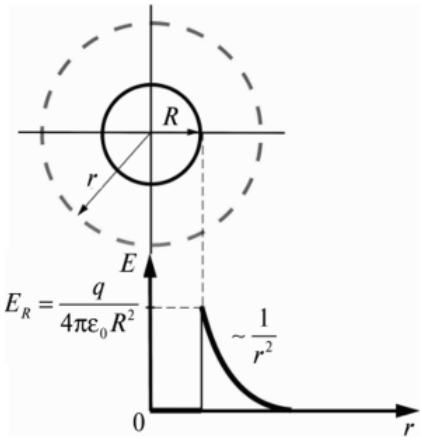


Рис 9.9

звідки напруженість поля рівномірно зарядженої сферичної поверхні:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \tag{9.15}$$

Сферична поверхня радіуса $r < R$ не буде містити зарядів, тому всередині сфери, яка заряджена з постійною поверхневою густиною, поле відсутнє, тобто $E = 0$.

9.6 Потенціал електростатичного поля

Нехай пробний заряд q_0 під дією сил поля переміщається відносно заряду q вздовж деякої лінії (рис.9.10). При переміщенні з точки 1 в точку 2 виконується робота. Відповідно до формули механічної роботи і закону кулона отримаємо.

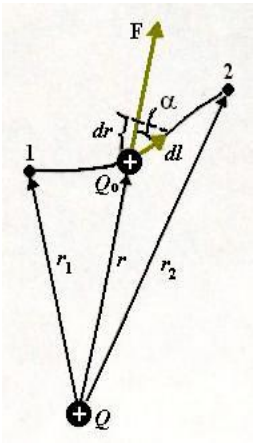


Рис 9.10

$$A = \int F d\ell \cos\alpha = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{q q_0}{\varepsilon r^2} dr = -k \frac{q q_0}{\varepsilon} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) \tag{9.16}$$

З формули (9.16) випливає, що робота по переміщенню заряду в електростатичному полі визначається тільки початковим і кінцевим положенням заряду. Отже, кулонівські сили є консервативними, а електростатичне поле – потенційним. Робота консервативних сил дорівнює зменшенню потенційної енергії.

Величину $k\frac{qq_0}{\varepsilon r}$ в формулі (9.16) називають ***потенційною енергією заряду*** q_0 у полі заряду q

$$W_{\text{п}} = k\frac{qq_0}{\varepsilon r} \tag{9.17}$$

Потенціал (φ) – скалярна фізична величина, енергетична характеристика електростатичного поля, чисельно дорівнює потенційній енергії, яку мав би в даній точці поля одиничний позитивний заряд:

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_0} \tag{9.18}$$

$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В}$ (вольт).

Потенціал може бути позитивним або негативним.

Підставимо (9.17) в (9.18) і отримаємо:

$$\varphi = k\frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{\varepsilon r} \tag{9.19}$$

де $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ – коефіцієнт пропорційності; q – заряд, що створює поле; r – відстань від заряду до точки, в якій визначається потенціал.

Якщо r прямує до нескінченності ($r \to \infty$), то потенціал φ прямує до нуля. Це означає, що потенціал поля точкового заряду обертається в нуль в нескінченно віддаленій точці.

Роботу A, що здійснюється силами електростатичного поля при переміщенні заряду q_0 з точки 1 з потенціалом φ_1 в точку 2 з потенціалом φ_2 з (9.16) та (9.19) запишемо у наступному вигляді

$$A = -(q_0\varphi_2 - q_0\varphi_1) = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) \tag{9.20}$$

Величину $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ називають ***різницею потенціалів***. Таким чином

$$A = q_0\Delta\varphi \tag{9.21}$$

Якщо поле створюється системою зарядів, то, відповідно до принципу суперпозиції, потенціал результуючого поля дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створюваних кожним зарядом окремо:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \ldots + \varphi_N = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \tag{9.22}$$

9.7 Графічне зображення електростатичних полів

Графічно електростатичне поле зображують за допомогою силових ліній і еквіпотенціальних поверхонь.

Еквіпотенціальна поверхня – це геометричне місце точок електростатичного поля, потенціали яких однакові. Робота, що здійснюється силами електростатичного поля при переміщенні електричного заряду по одній і тій же еквіпотенційної поверхні, дорівнює нулю.

Силова лінія (***лінія напруженості***) – це лінія, дотична до якої в кожній точці збігаються з напрямом вектора напруженості $\vec{E}$ (рис. 9.11)

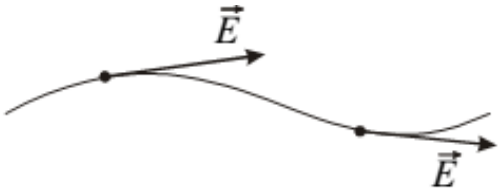


Рис 9.11

Властивості силових ліній:

1. Силові лінії починаються на позитивних зарядах, закінчуються на негативних або йдуть в нескінченність.

2. Силові лінії не перетинаються.

3. По щільності силових ліній судять про величину напруженості електростатичного поля.

4. Силові лінії перпендикулярні еквіпотенціальній поверхні.

Еквіпотенціальні поверхні зазвичай креслять так, що при переході від однієї еквіпотенційної поверхні до сусідньої потенціал змінюється на одну і ту ж величину $\Delta\varphi$.

1. ***Поле точкового заряду*** (рис. 9.12)**.**

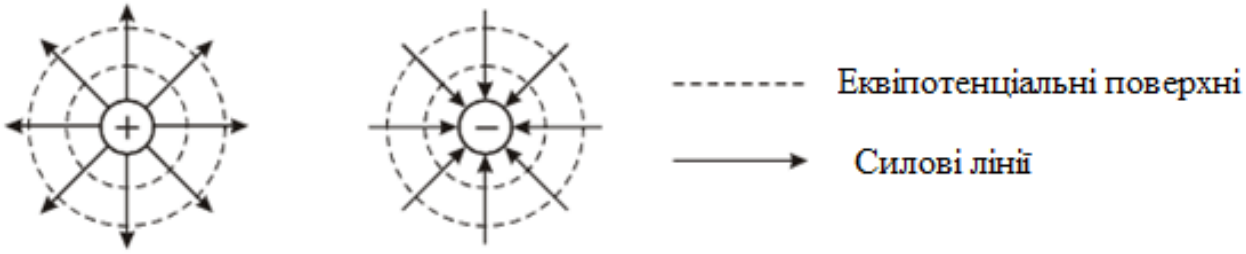


Рис 9.12

2. ***Система точкових зарядів*** (рис. 9.13)**.**

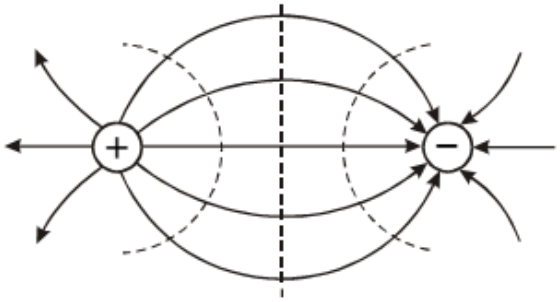


Рис 9.13

3. ***Поле рівномірно зарядженої площини*** (рис. 9.14).

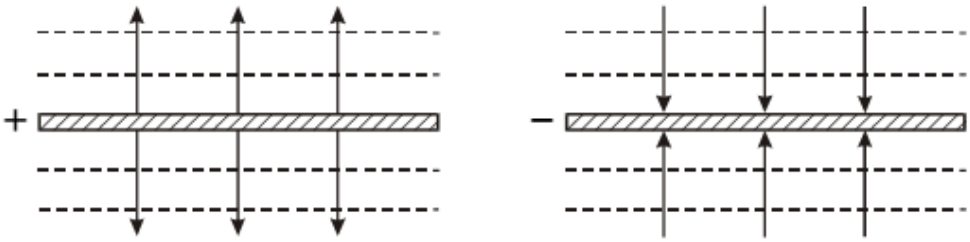


Рис 9.14

9.8 Зв'язок між напруженістю електричного поля і потенціалом

Градієнт потенціалу (позначається gradφ) – це вектор, спрямований в бік зростання потенціалу і чисельно дорівнює відношенню зміни потенціалу на одиницю довжини в цьому напрямку.

$$grad\varphi = \frac{d\varphi}{dr}$$

Помістимо в точку B зазначеного електричного поля пробний позитивний заряд $q_{\text{пр}}$ (рис. 9.15). Нехай під дією поля він зміщується з точки з

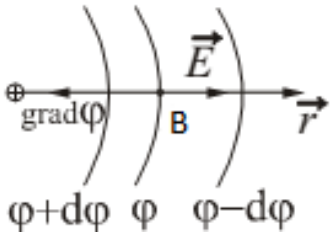


Рис 9.15

потенціалом φ в точку з потенціалом φ–dφ. При цьому виконується робота

$$dA = Fdr = q_{\text{пр}}Edr \tag{9.23}$$

де dr – відстань між еквіпотенціальними поверхнями φ і φ–dφ.

З іншого боку згідно (9.20) $A = -q_0(\varphi_2 - \varphi_1)$

$$dA = -q_{\text{пр}}d\varphi \tag{9.24}$$

Прирівнюючи (9.23) і (9.24) і скорочуючи на $q_{\text{пр}}$, отримаємо

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \tag{9.25}$$

Це означає, що напруженість електричного поля чисельно дорівнює відношенню зміни потенціалу на одиницю довжини. Формулу (9.25) можна записати у векторному вигляді

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi \tag{9.26}$$

Знак «–» говорить про те, що вектор напруженості направлений в сторону зменшення потенціалу. Формула (9.26) справедлива для будь-якого електростатичного поля.

9.8.1 Обчислення різниці потенціалів по напруженості поля

Встановлений зв'язок між напруженістю поля і потенціалом дозволяє за відомою напруженістю поля знайти різницю потенціалів між двома довільними точками цього поля. Згідно (9.25)

$$-d\varphi = Edr \qquad \text{або} \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \int Edr \qquad (9.27)$$

1. Поле рівномірно зарядженої нескінченної площини визначається формулою (9.13): $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, де σ – поверхнева густина заряду. Різниця потенціалів між точками, що лежать на відстанях x_1 і x_2 від площини, дорівнює

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} Edx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_{x_1}^{x_2} dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1) \qquad (9.28)$$

2. Поле двох нескінченних паралельних різнойменно заряджених площин визначається формулою (9.14): $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, де σ – поверхнева густина заряду. Різниця потенціалів між площинами, відстань між якими дорівнює ℓ, дорівнює

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^{\ell} Edx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\int_0^{\ell} dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\ell \qquad (9.29)$$

3. Поле рівномірно зарядженої сферичної поверхні радіуса R із загальним зарядом q поза сферою ($r > R$) обчислюється по (9.15): $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$. Різниця потенціалів між двома точками, що лежать на відстанях r_1 і r_2 від центру сфери ($r_1 > R$, $r_2 > R$), дорівнює

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} Edr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r1} - \frac{1}{r2}\right) \qquad (9.30)$$

Якщо прийняти $r_1 = r$ і $r_2 = \infty$, то потенціал поля поза сферичною поверхнею, згідно з формулою (6.30), задається виразом

$$\varphi = \frac{q}{4\pi r\varepsilon_0}$$

Усередині сферичної поверхні потенціал усюди однаковий і дорівнює

$$\varphi = \frac{q}{4\pi R\varepsilon_0}$$

де R – радіус сфери.

Якщо поле однорідне, то вектор $\vec{E}$ зберігає своє чисельне значення і напрямок. У разі однорідного поля

$$E = \frac{U}{d} \tag{9.31}$$

де d – відстань між еквіпотенціальними площинами з потенціалами φ_1 і φ_2, $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – різниця потенціалів (***напруга***).

§Лекція 10. Діелектрики і провідники в електричному полі

10.1 Електричний диполь

Електричним диполем називається система двох однакових за величиною різнойменних точкових зарядів $+q$ і $-q$, відстань ℓ між якими значно менше відстані до тих точок, в яких визначається поле системи.

Пряма, що проходить через обидва заряду, називається ***віссю диполя***.

Вектор $\vec{\ell}$, спрямований від негативного заряду до позитивного і чисельно дорівнює відстані між ними, називається ***плечем диполя*** (рис. 10.1).

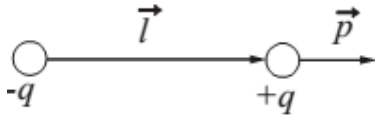


Рис 10.1

Вектор, що співпадає по напряму з плечем диполя і чисельно дорівнює добутку модуля заряду $|q|$ на плече $\vec{\ell}$, називається ***електричним моментом диполя*** або ***дипольним моментом***.

$$\vec{p} = |q|\vec{\ell} \tag{10.1}$$

$[p] = \text{Кл} \cdot \text{м}$

Якщо диполь помістити в зовнішнє електричне поле напруженістю $\vec{E}$ (рис. 10.2), то заряди $+q$ і $-q$ опиняться під дією рівних за величиною, але протилежних за напрямком сил $\vec{F}_1$ і .$\vec{F}_2$. Модуль кожної сили $|F| = |qE|$

Плече цієї пари сил дорівнює $\ell \sin\alpha$. Обертальний момент сил $\vec{F}_1$ і $\vec{F}_2$ прагне розвернути диполь вздовж поля. Величина моменту дорівнює:

$$M = F\ell \sin\alpha = qE\ell \sin\alpha$$

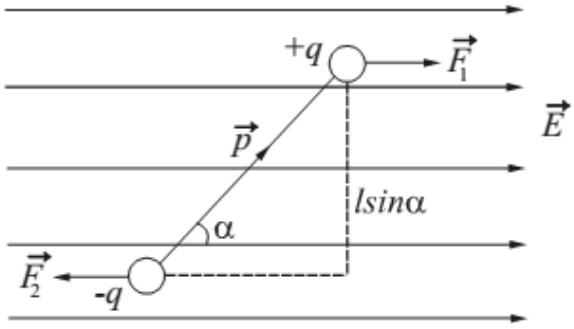


Рис. 10.2

Так як, $q\ell = p$ то

$$M = pE \sin\alpha \qquad (10.2)$$

Цей вираз можна представити у векторному вигляді

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E} \qquad (10.3)$$

Таким чином, поведінка диполя в електричному полі визначається його дипольним моментом.

10.2 Діелектрики в електричному полі

Діелектрики (ізолятори) – це речовини, які не здатні проводити електричний струм.

Ідеальних ізоляторів в природі не існує. Всі речовини хоча б в незначній мірі проводять електричний струм. Однак, речовини, які називаються діелектриками, проводять струм в 10^{15} – 10^{20} разів гірше, ніж речовини, які називаються провідниками.

Згідно молекулярно–кінетичній теорії всі речовини складаються з атомів або молекул. У свою чергу, атоми складаються з позитивно заряджених ядер і негативно заряджених електронів, відстань між якими дуже мала (~10^{-10} м), тому атоми і молекули, що знаходяться в електричному полі, можна розглядати як диполі.

Якщо діелектрик внести в електричне поле, то це поле і сам діелектрик зазнають суттєвих змін.

10.2.1 Класифікація діелектриків

За своєю структурою діелектрики можна поділити на три групи.

1. Речовини, молекули яких мають симетричну будову (N_2, H_2, O_2, CH_4, CO_2).

Якщо зовнішнє поле відсутнє ($\vec{E} = 0$), то центр тяжіння позитивних і негативних зарядів збігається (рис. 10.3а). Дипольний момент молекули $\vec{p} = 0$. Такі молекули називаються ***неполярними***. Якщо напруженість зовнішнього поля не дорівнює нулю ($\vec{E} \neq 0$), то заряди неполярних молекул зміщуються (рис. 10.3б). Молекула здобуває дипольний момент $\vec{p}$, величина якого пропорційна напруженості електричного поля $\vec{E}$.

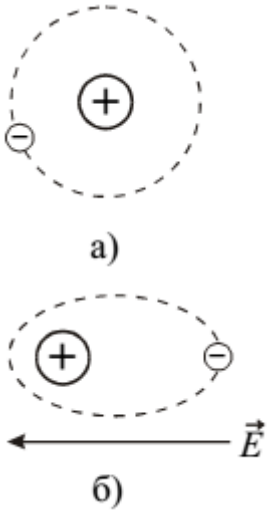


Рис. 10.3

2. Речовини, молекули яких мають асиметричну будову (NH_3, H_2O, SO_2, CO).

Центри тяжіння позитивних і негативних зарядів не збігаються (рис. 10.4). Такі молекули називають ***полярними***. Якщо напруженість зовнішнього

Рис. 10.4

електричного поля дорівнює нулю ($\vec{E} = 0$), то молекули все одно мають дипольний момент. Дія зовнішнього поля на полярну молекулу зводиться в основному до прагнення повернути молекулу так, щоб її дипольний момент встановився у напрямку поля.

3. Речовини, молекули яких мають іонну будову (NaCl, KCl, KBr та ін.).

При накладенні на кристал електричного поля відбувається деяка деформація решітки. При цьому виникає дипольний момент.

10.2.2 Поляризація діелектриків

Заряди, що входять до складу діелектрика, називаються пов'язаними. Покинути межі молекули пов'язані заряди не можуть. Під дією електричного поля пов'язані заряди можуть лише зміщуватися щодо положень рівноваги.

Якщо зовнішнє електричне поле відсутнє, то дипольні моменти молекул діелектрика або дорівнюють нулю (неполярні молекули), або розподілені за напрямками в просторі хаотичним чином (полярні молекули). В обох випадках сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю.

Якщо помістити діелектрик в зовнішнє електричне поле, його молекули набувають дипольні моменти або повертаються так, що їх дипольні моменти встановлюються у напрямку поля. В результаті діелектрик набуває дипольний момент

$$\vec{p}_V = \sum_{i=1}^{N} p_i \qquad (10.4)$$

де $\vec{p}_i$ – дипольний момент однієї молекули.

Це означає, що в діелектрику під дією електричного поля виникають ***поляризаційні заряди***.

Виникнення в діелектрику поляризаційного заряду під дією електричного поля називається ***поляризацією діелектрика***.

Для кількісного опису поляризації діелектрика вводять векторну величину, яку називають поляризованістю.

Поляризованість ($\vec{P}$) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює дипольному моменту одиниці об'єму діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i \qquad (10.5)$$

$[P] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

У слабких полях поляризованість ізотропних діелектриків пропорційна напруженості електричного поля:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E} \qquad (10.6)$$

де χ – ***діелектрична сприйнятливість середовища*** – величина, що характеризує електричні властивості діелектрика.

Діелектрична сприйнятливість χ величина безрозмірна, завжди позитивна, для більшості діелектриків чисельне значення становить кілька одиниць.

10.2.3 Поле всередині діелектрика

Розглянемо дві нескінченні паралельні площини з рівними по величині, але різними за знаком зарядами. Між пластинами виникає однорідне електричне поле напруженістю $\vec{E}_0$. Напруженість поля в вакуумі визначатиметься зарядами на пластинах

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

де σ – поверхнева густина заряду на пластинах.

Внесемо в це поле пластинку з діелектрика (рис. 10.5). В результаті поляризації на лівій грані діелектрика утворюється надлишок негативних поляризаційних (пов'язаних) зарядів з поверхневою густиною –σ'. На правій грані – надлишок позитивних з поверхневою густиною + σ'. Пов'язані заряди створюють додаткове електричне поле напруженістю $\vec{E}_i$.

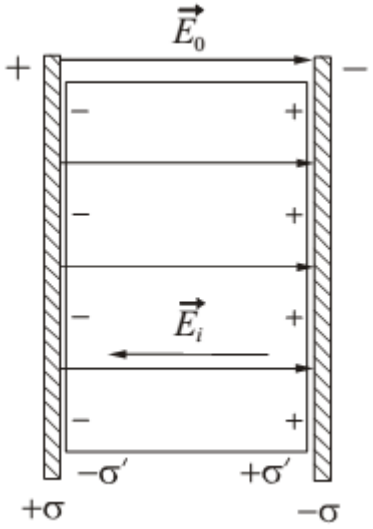


Рис. 10.5

Напруженість $\vec{E}_i$ (поля зв'язаних зарядів спрямована проти зовнішнього поля $\vec{E}_0$. Результуюче поле всередині діелектрика

$$E = E_0 - E_i \tag{10.7}$$

Поле, створене двома нескінченними зарядженими площинами (гранями діелектрика) – $E_i = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$, тому

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \tag{10.8}$$

Визначимо поверхневу густину зв'язаних зарядів σ'. По (10.5), повний дипольний момент пластинки діелектрика

$$p_V = PV = PSd \tag{10.9}$$

де S – площа грані пластинки, d – її товщина. З іншого боку, повний дипольний момент, згідно з (10.1), дорівнює добутку пов'язаного заряду кожної грані $q' = \sigma' S$ на відстань d між ними:

$$p_V = \sigma' Sd \tag{10.10}$$

Таким чином, прирівнявши (10.9) і (10.10) отримаємо

$$PSd = \sigma' Sd$$

$$P = \sigma' \tag{10.11}$$

тобто поверхнева щільність зв'язаних зарядів σ' дорівнює поляризованості P.

Підставивши в (10.8) вирази (10.11) і (10.6), отримаємо

$$E = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E$$

звідки результуюча напруженість дорівнює

$$E = \frac{E_0}{1+\chi} = \frac{E_0}{\varepsilon} \tag{10.12}$$

де ε безрозмірна величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \tag{10.13}$$

називається діелектричною проникністю середовища.

Діелектрична проникність середовища – це характеристика речовини, яка показує, у скільки разів поле всередині однорідного діелектрика менше, ніж у вакуумі.

10.3 Провідники в електричному полі

Провідники – речовини, в яких є носії заряду, здатні переміщатися під дією як завгодно малої сили.

Внесемо провідник в електричне поле. Під дією поля носії заряду в провіднику починають переміщатися. В результаті їх переміщення кінці провідника набувають заряди протилежного знака (рис. 10.6). Їх називають

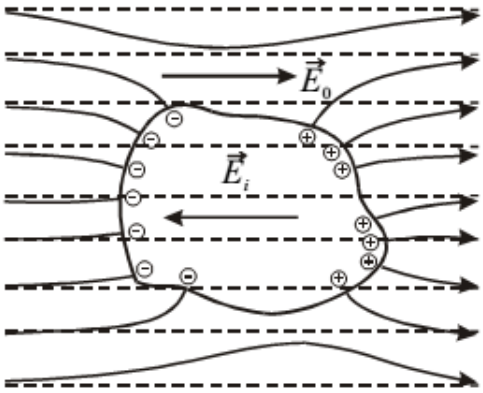


Рис. 10.6

індукованими зарядами. Поле індукованих зарядів $\vec{E}_i$ протилежне напрямку зовнішнього поля $\vec{E}_0$. Перерозподіл зарядів відбувається до тих пір, поки напруженість поля всередині провідника не стане рівною нулю

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$$

$$E = E_0 - E_i = 0$$

Індуковані заряди розподіляються по зовнішній поверхні провідника. Якщо всередині провідника зробити порожнину, то напруженість поля в цій порожнині буде дорівнювати нулю, незалежно від того, яке поле є зовні.

10.4 Електроємність

10.4.1 Електроємність відокремленого провідника

Якщо відокремленому провіднику надати заряд dq, то потенціал цього провідника зміниться. Зміна потенціалу $d\varphi$ пропорційно повідомлену заряду:

$$d\varphi = \frac{dq}{C} \tag{10.14}$$

де C – коефіцієнт пропорційності, який називається електричною ємністю.

Електрична ємність (електроємність) – це скалярна фізична величина, що характеризує здатність провідника накопичувати електричний заряд і чисельно дорівнює заряду, якщо потенціал провідника змінюється на один вольт:

$$C = \frac{q}{\varphi} \tag{10.15}$$

$[C] = \Phi$ (фарад)

Потенціал відокремленої кулі радіуса R (рис. 10.7), що знаходиться в однорідному середовищі з діелектричної проникністю ε, дорівнює

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon R}$$

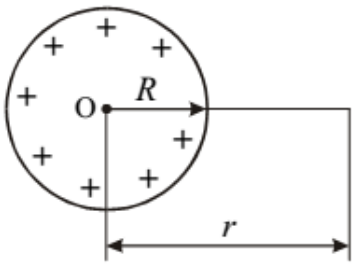


Рис 10.7

Використовуючи останню формулу та (10.15), отримаємо, що ємність кулі

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

Звідси випливає, що ємність в 1 Ф мала би відокремлена куля, яка знаходиться у вакуумі і має радіус $R = \frac{C}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9 \cdot 10^6$ км, що приблизно в 1400 разів більше радіуса Землі (електроємність Землі C≈0,7мФ). Отже один фарад – це дуже велика величина.

На практиці ємність вимірюють в міліфарад (мФ), мікрофарадах (мкФ), нанофарадах (нФ) і пікофарад (пФ).

Електроємність залежить від геометрії провідника і діелектричної проникності середовища, що оточує провідник.

10.4.2 Конденсатори

Відокремлені провідники мають невелику ємність. На практиці необхідні пристрої, здатні накопичувати на собі («конденсувати») великі заряди. Їх називають конденсаторами.

Конденсатор – це система з двох провідників, заряджених різнойменно, рівними за абсолютним значенням зарядами. Провідники розташовані близько один до одного і розділені діелектриком.

Умовне позначення на схемах: ⊣⊢

Провідники, які утворюють конденсатор називають обкладинками. Щоб зовнішні тіла не чинили впливу на ємність конденсатора, обкладинкам надають таку форму і так їх розташовують, щоб поле було зосереджено всередині конденсатора. Цій умові відповідають:

– дві пластини, розташовані близько одна до одної;

– два коаксіальних циліндра;

– дві концентричні сфери.

Відповідно, за формою конденсатори бувають:

– плоскі;

– циліндричні;

– сферичні.

Основною характеристикою конденсатора є електроємність C. За визначенням, електроємність дорівнює відношенню заряду на конденсаторі до різниці потенціалів між обкладинками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U} \tag{10.16}$$

де $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – напруга між обкладинками; q – заряд позитивної обкладинки.

Величина електроємності конденсатора визначається формою і розмірами обкладинок і величиною зазору між ними, а також діелектричними властивостями середовища, що заповнює простір між обкладинками.

Крім ємності кожен конденсатор характеризується граничною напругою U_{max}, яку можна прикладати до обкладинок конденсатора, не побоюючись пробою. При перевищенні цієї напруги між обкладинками проскакує іскра, в результаті чого руйнується діелектрик і конденсатор виходить з ладу.

Плоский конденсатор (рис. 10.8).

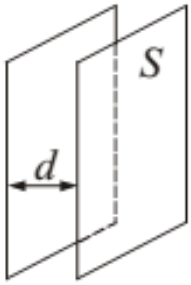


Рис 10.8

При наявності діелектрика між обкладинками різниця потенціалів між ними

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} d \tag{10.17}$$

де ε – діелектрична проникність середовища, σ – поверхнева густина заряду.

Тоді з (10.16), замінюючи $q = \sigma S$, з урахуванням (10.17), отримаємо вираз для ємності плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \qquad (10.18)$$

де S – площа обкладки; d – відстань між обкладинками; ε – діелектрична проникність середовища (діелектрика), яка знаходиться між обкладинками.

При ***послідовному з'єднанні конденсаторів*** (рис. 10.9) вони з'єднуються різнойменно зарядженими обкладинками. При цьому виконуються наступні співвідношення:

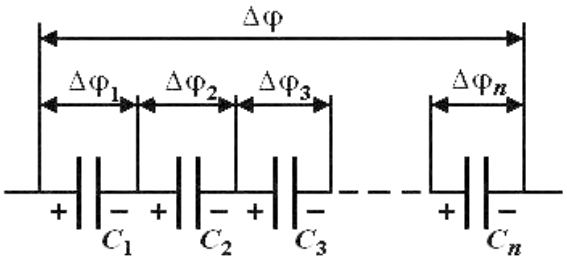


Рис 10.9

$$\begin{gathered} q_{\text{заг}} = q_1 = q_2 = \ldots = q_N \\ U = U_1 + U_2 + \ldots + U_N \\ \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_N} \end{gathered} \qquad (10.19)$$

Результуюча ємність завжди менша за мінімальну електроємності, що входить в батарею. При послідовному з'єднанні зменшується можливість пробою конденсаторів, тому що на кожному конденсаторі є лише частина загальної різниці потенціалів, яка подається на всю батарею.

При ***паралельному з'єднанні конденсаторів*** з'єднуються однойменні обкладинки (рис. 10.10). При цьому виконуються співвідношення:

$$\begin{gathered} q_{\text{заг}} = q_1 + q_2 + \ldots + q_N \\ U = U_1 = U_2 = \ldots = U_N \\ C = C_1 + C_2 + \ldots + C_N \end{gathered} \qquad (10.20)$$

Паралельне з'єднання конденсаторів використовують для отримання великих електроємностей.

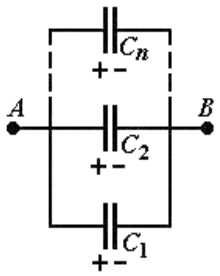


Рис 10.10

10.5 Енергія електричного поля

1. ***Енергія зарядженого відокремленого провідника.***

Нехай є відокремлений провідник, заряд, ємність і потенціал якого відповідно дорівнюють q, C, φ. Збільшимо заряд цього провідника на dq. Для цього необхідно перенести заряд dq з нескінченності на відокремлений провідник, витративши на це роботу, яка дорівнює

$$dA = \varphi dq$$

З урахуванням (10.15) $C = \frac{q}{\varphi}$ отримаємо

$$dA = \varphi C d\varphi$$

Щоб зарядити тіло від нульового потенціалу до φ, необхідно виконати роботу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} \qquad (10.21)$$

Енергія зарядженого провідника дорівнює тій роботі, яку необхідно зробити, щоб зарядити цей провідник. З урахуванням (10.1) $C = \frac{q}{\varphi}$ отримаємо

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} \qquad (10.22)$$

2. ***Енергія зарядженого конденсатора***.

Як всякий заряджений провідник, конденсатор має енергію. Енергія зарядженого конденсатора згідно з (10.22) $W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}$ визначається співвідношеннями:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} \qquad (10.23)$$

Формулу для енергії поля плоского конденсатора можна перетворити, використовуючи величини, що характеризують електричне поле (10.18) та (10.11)

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V \qquad (10.24)$$

де $V = Sd$ – об'єм конденсатора.

Якщо поле є однорідним (що має місце в плоскому конденсаторі), то енергія, яка міститься в ньому, розподіляється в просторі з постійною густиною.

Величина, що дорівнює відношенню енергії поля (10.24) до об'єму, який воно займає, називається ***об'ємною густиною енергії***.

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \qquad (10.25)$$

§Лекція 11. Постійний струм

11.1 Електричний струм. Характеристики струму

Електричним струмом називається впорядкований рух електричних зарядів.

Для протікання струму необхідна наявність в провіднику ***носіїв заряду*** – заряджених частинок, які можуть переміщатися в межах всього провника. Ними можуть бути електрони, іони або макроскопічні частинки, що несуть на собі заряд. Струм виникає за умови, що всередині провідника існує електричне поле.

Струм, що виникає в провідних середовищах, називається ***струмом провідності***. Прикладом струму провідності є струм в металах.

Для існування постійного електричного струму провідності необхідно виконання наступних умов:

1. Наявність вільних носіїв заряду.

2. Наявність зовнішнього електричного поля, енергія якого повинна витрачатися на впорядковане переміщення електричних зарядів.

3. Ланцюг постійного струму провідності повинен бути замкнутим.

Кількісною характеристикою електричного струму є сила струму.

Сила струму (I) – скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює заряду, який переноситься через поперечний переріз провідника за одиницю часу.

$$I = \frac{dq}{dt} \tag{11.1}$$

[I] = А (ампер).

За напрямок струму приймається напрямок переміщення позитивних зарядів. Якщо сила струму і його напрям не змінюються, то ***струм*** називається ***постійним***. Для постійного струму

$$I = \frac{q}{t} \tag{11.2}$$

Іншою характеристикою струму є густина струму.

Густина струму ($\vec{j}$) – векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює електричному струму, що проходить через одиничну площадку, яка розташована перпендикулярно до напрямку струму.

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} \tag{11.3}$$

$$[j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}$$

Для постійного струму

$$j = \frac{I}{S} \tag{11.4}$$

де S – площа поперечного перерізу провідника.

11.2 Електрорушійна сила. Напруга

Якщо в ланцюзі на носії заряду діють тільки сили електростатичного поля, то потенціал всіх точок поля вирівнюється, і електростатичне поле

усередині провідника зникає. Щоб підтримувати струм тривалий час, в ланцюзі має працювати пристрій, який здатний створювати і підтримувати різницю потенціалів за рахунок роботи сил неелектричного походження. Цей пристрій називають ***джерелом струму***. Робота відбувається за рахунок деякого запасу механічної, теплової або хімічної енергії.

Сили неелектричного походження, що діють на заряди з боку джерел струму, називаються ***сторонніми***.

Повна робота по переміщенню заряду

$$A = A_{\text{кул}} + A_{\text{стор}} \tag{11.5}$$

Розділимо обидві частини (11.5) $A = A_{\text{кул}} + A_{\text{стор}}$ на величину заряду q, який переноситься :

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{кул}}}{q} + \frac{A_{\text{стор}}}{q} \tag{11.6}$$

Величина, що дорівнює відношенню повної роботи, яка виконується електростатичними і сторонніми силами при переміщенні заряду, до величини заряду називається ***напругою*** на даній ділянці.

$$U = \frac{A}{q} \tag{11.7}$$

Величина, що дорівнює відношенню роботи, яка здійснюється сторонніми силами при переміщенні заряду, до величини цього заряду називається ***електрорушійної силою*** (***ЕРС***)

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q} \tag{11.8}$$

Величина, що дорівнює відношенню роботи, яка здійснюється кулонівськими силами при переміщенні заряду, до величини цього заряду є різниця потенціалів

$$\frac{A_{\text{кул}}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2 \tag{11.9}$$

Підставивши (11.7), (11.8) і (11.9) в (11.6), отримаємо:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon \tag{11.10}$$

Напруга на ділянці кола (рис. 11.1) дорівнює сумі різниці потенціалів і

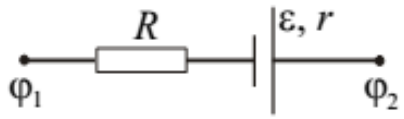


Рис 11.1

електрорушійної сили.

Ділянка, на якій на носії заряду діють сторонні сили, називають ***неоднорідною***. Ділянка ланцюга, на якій не діють сторонні сили, називають ***однорідною***.

Для однорідної ділянки (ε = 0):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 \qquad (11.11)$$

тобто напруга на однорідній ділянці збігається з різницею потенціалів на кінцях ділянки.

11.3 Закон Ома для однорідної ділянки кола. Опір

Німецький фізик Георг Ом експериментально встановив закон, згідно з яким ***сила струму, яка тече по однорідному металевому провіднику, пропорційна напрузі на кінцях цього провідника***:

$$I = \frac{U}{R} \qquad (11.12)$$

де R – електричний опір. [R] = Ом.

Електричний опір (R) – скалярна фізична величина, що характеризує властивість провідника протидіяти пропусканню електричного струму і дорівнює відношенню напруги U на кінцях провідника до сили струму I, що протікає по ньому:

$$R = \frac{U}{I} \qquad (11.13)$$

Опір провідника залежить від матеріалу провідника і його геометричних розмірів. Для однорідного циліндричного провідника він може бути розрахований за формулою:

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \qquad (11.14)$$

де ℓ – довжина провідника, S – площа поперечного перерізу провідника; ρ – питомий електричний опір.

Питомий електричний опір провідника (ρ) – величина, що характеризує матеріал провідника і чисельно дорівнює опору однорідного циліндричного провідника одиничної довжини і одиничної площі поперечного перерізу.

$[\rho]$ = Ом·м.

Опір металів лінійно зростає з ростом температури.

$$R = R_0(1 + \alpha t) \qquad (11.15)$$

де R – опір при температурі t°C, R_0 – опір при 0°C, α – температурний коефіцієнт опору.

Температурний коефіцієнт (α) чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при зміні температури на 1 К. Для чистих металів температурний коефіцієнт представляє величину $\alpha \approx 0{,}004\ \text{К}^{-1}$

Було виявлено, що опір багатьох металів (наприклад, Al, Pb, Zn і ін.) і їх сплавів при дуже низьких ***температурах*** $T_к$ (0,14 – 20 К), які називають ***критичними*** і які характерні для кожної речовини, стрибкоподібно зменшується до нуля, тобто метал стає абсолютним провідником. Вперше це явище, яке називають ***надпровідність***, виявлено в 1911 р. для ртуті.

Величина G, яка обернена опору, називається ***електропровідністю***.

$$G = \frac{1}{R} \qquad (11.16)$$

$$[G] = \frac{1}{\text{Ом}} = \text{См (сименс)}$$

Питома електрична провідність γ пов'язана з питомим електричним опором ρ співвідношенням:

$$\gamma = \frac{1}{\rho} \qquad (11.17)$$

Залежність сили струму від напруги називається ***вольт–амперної характеристикою*** (***ВАХ***). Для металів ця залежність має лінійний характер (рис.11.2).

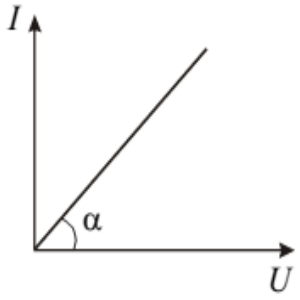


Рис 11.2

11.4 З’єднання провідників

11.4.1 Послідовне з'єднання провідників

При послідовному з'єднанні провідників кінець попереднього провідника з'єднується з початком наступного і між провідниками струм не

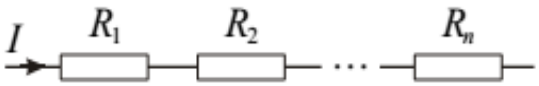


Рис 11.3

розгалужується (рис. 11.3).

Якщо *n* провідників опором R_1, R_2, ..., R_n з'єднані між собою послідовно, то через провідники тече однаковий струм і напруга на кінцях з'єднання дорівнює сумі напруг на окремих провідниках:

$$\begin{aligned} I &= I_1 = I_2 = \ldots = I_n \\ U &= U_1 + U_2 + \ldots + U_n \\ R &= R_1 + R_2 + \ldots + R_n \end{aligned} \qquad (11.18)$$

11.4.2 Паралельне з'єднання провідників

Якщо провідники з’єднані одним кінцем в одній точці (вузлі), а іншим кінцем в інший, то з'єднання називають паралельним (рис. 11.4).

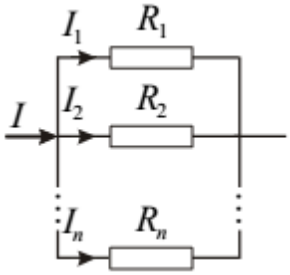


Рис 11.4

При паралельному з'єднанні провідників сила струму в нерозгалуженій частині ланцюга дорівнює сумі сил струмів, які течуть в розгалужених ділянках ланцюга; напруга на паралельно з'єднаних ділянках ланцюга однакова:

$$\begin{gathered} I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n \\ U = U_1 = U_2 = \ldots = U_n \\ \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} \end{gathered} \tag{11.19}$$

11.5 Закон Ома для неоднорідної ділянки

Напруга між двома точками електричного кола дорівнює сумі різниці потенціалів і електрорушійної сили (11.10) $U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon$. Тоді відповідно до закону Ома (11.12) $I = \frac{U}{R}$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R} \tag{11.20}$$

або

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon \tag{11.21}$$

Вираз (11.21) називається ***законом Ома для неоднорідної ділянки ланцюга в інтегральній формі***.

При відсутності сторонніх сил величини U і φ_1–φ_2 збігаються. Тому в задачах електростатики і завданнях на струм, де розглядаються ділянки ланцюга, що не містять ЕРС, поняття напруги і різниці потенціалів часто ототожнюють.

Якщо ланцюг містить джерело струму, ЕРС якого ε, і при цьому замкнутий, то $\varphi_1 = \varphi_2$. Для замкненого кола (рис. 11.5) закон Ома згідно (11.21) $IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon$ набуде вигляду:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \tag{11.22}$$

де r – опір джерела струму; R – опір навантаження; (R+r) – повний опір ланцюга.

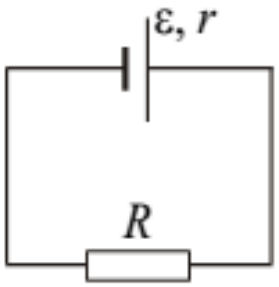


Рис 11.5

11.6 Робота і потужність струму. Закон Джоуля-Ленца

При впорядкованому русі заряджених частинок в провіднику електричне поле здійснює роботу. Її прийнято називати ***роботою струму***.

Розглянемо довільну ділянку ланцюга постійного струму, до кінців якого прикладена напруга U. За час t через переріз провідника проходить заряд $q = It$. Це рівнозначно тому, що заряд q переноситься за час t з одного кінця провідника в інший. При цьому сили електростатичного поля і сторонні сили, що діють на даній ділянці, виконують роботу:

$$A = Uq = UIt \tag{11.23}$$

Розділивши роботу A на час t, за який вона відбувається, отримаємо ***потужність, що розвивається струмом*** на даній ділянці ланцюга:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{UIt}{t} = UI \tag{11.24}$$

Ця потужність може витрачатися на виконання роботи ділянкою ланцюга, яка розглядаються, над зовнішніми тілами, на протікання хімічних реакцій, на нагрівання даної ділянки ланцюга і т.д.

На практиці застосовуються позасистемні одиниці роботи струму: ват–година (Вт·год) і кіловат–година (кВт·год). 1 Вт·год – робота струму потужністю в 1 Вт протягом 1 год: 1 Вт·год = 3600 Вт·с = $3{,}6 \cdot 10^3$ Дж; 1 кВт·год = 10^3Вт·год = $3{,}6 \cdot 10^6$ Дж.

Якщо провідник нерухомий і в ньому не відбувається хімічних перетворень, то робота поля по переміщенню зарядів йде на зміну внутрішньої енергії провідника, тобто провідник нагрівається. При цьому виділяється кількість тепла:

$$Q = A = UIt$$

Згідно із законом Ома $U = IR$, зробивши заміну, отримуємо

$$Q = I^2Rt \qquad (11.25)$$

Цей вираз називається ***законом Джоуля–Ленца***.

11.7 ККД джерела струму

Розглянемо елементарний електричний ланцюг, що містить джерело з внутрішнім опором *r*, і зовнішнім опором *R* (рис. 11.6).

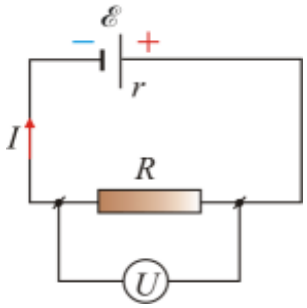


Рис 11.6

ККД завжди визначаємо як відношення корисної роботи до повної:

$$\eta = \frac{A_к}{A_п} = \frac{N_к}{N_п} = \frac{UI}{\varepsilon I} = \frac{U}{\varepsilon} \qquad (11.26)$$

Корисна робота – потужність, що виділяється на зовнішньому опорі R в одиницю часу. Згідно із законом Ома маємо: $U = IR$, а $\varepsilon = I(R + r)$ тоді

$$\eta = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{IR}{I(R + r)} = \frac{R}{R + r} \qquad (11.27)$$

§Лекція 12 Магнітне поле

Магнетизм – особлива форма взаємодії між електричними струмами, між електричними струмами і магнітами і між магнітами.

Магнітні властивості притаманні в тій чи іншій мірі всім без винятку тілам, тому при розгляді магнітних властивостей речовин введений загальний термін – ***магнетики***.

12.1 Характеристики магнітного поля

У 1820 році датський фізик Ерстед виявив, що магнітна стрілка, яка розташована паралельно прямолінійному провіднику, при пропусканні через нього постійного струму I прагне розташуватися перпендикулярно провіднику (рис. 12.1). При зміні напрямку струму стрілка поверталася на 180°. Те ж саме відбувалося, коли стрілку переносили вгору і розташовували над проводом.

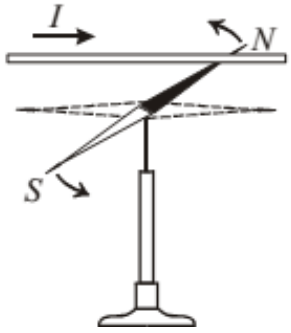


Рис 12.1

Якщо провідник зі струмом помістити між полюсами підковоподібного магніту, то він буде або втягуватися, або виштовхуватися з нього в залежності від напрямку струму (рис. 12.2). Сила дії з боку магнітного поля

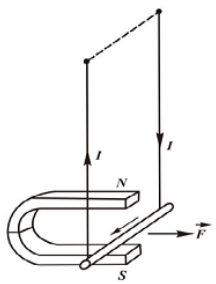


Рис 12.2

пропорційна силі струму і довжині провідника:

$$F \sim I \cdot \ell$$

Таким чином, експерименти показали, що навколо провідників зі струмом і постійних магнітів існує ***магнітне поле***, яке виявляється по його силовій дії на інші провідники зі струмом, постійні магніти, рухомі електричні заряди.

На відміну від електричного поля магнітне поле не діє на нерухомі заряд.

Для характеристики здатності магнітного поля чинити силову дію на провідники зі струмом вводиться фізична величина, яка називається ***вектором магнітної індукції***.

Магнітна індукція ($\vec{B}$) – векторна фізична величина, силова характеристика магнітного поля, яка чисельно дорівнює відношенню максимального значення сили, що діє на провідник зі струмом, до добутку сили струму I в ньому на довжину провідника ℓ:

$$B = \frac{F_{max}}{I \cdot \ell} \qquad (12.1)$$

[B] = Тл (тесла)

Крім вектора магнітної індукції для характеристики магнітного поля використовують допоміжну величину $\vec{H}$, яка називається напруженість магнітного поля. Магнітна індукція і напруженість пов'язані між собою співвідношенням:

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} \qquad (12.2)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала; μ – відносна магнітна проникність середовища; $\vec{H}$ – напруженість магнітного поля.

Магнітна проникність середовища μ – це фізична величина, що показує, у скільки разів магнітна індукція поля в даному середовищі відрізняється від магнітної індукції поля в вакуумі (для вакууму $\mu = 1$).

Напруженість магнітного поля ($\vec{H}$) – векторна величина, що є кількісною характеристикою магнітного поля.

[H] = А/м.

12.2 Графічне зображення магнітних полів

Лінії індукції прямого провідника зі струмом, кругового струму та поля, яке створюється постійним магнітом, представлені на рис. 12.3, 12.4, 12.5.

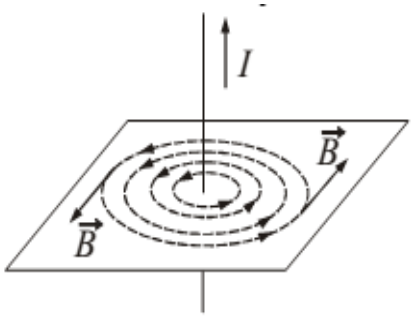


Рис 12.3

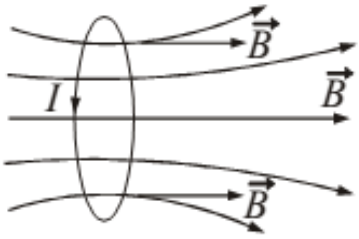


Рис 12.4

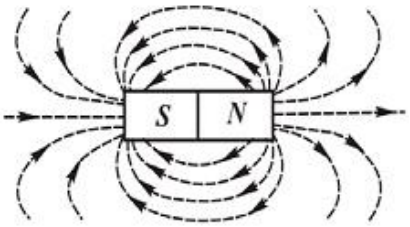


Рис 12.5

Якщо у всіх точках деякої частини простору вектор магнітної індукції $\vec{B}$ не змінює свого напрямку і чисельного значення, то магнітне поле в цій частині простору називається однорідним. В іншому випадку магнітне поле є неоднорідним.

12.3 Закон Біо-Савара-Лапласа

У 1820 році французькими вченими Біо, Саваром і Лапласом був встановлений закон, який дозволяє визначити магнітну індукцію $d\vec{B}$ поля, яка створюється елементом струму. Під елементом струму розуміють добуток струму I на елемент довжини провідника $d\vec{l}$.

Згідно із ***законом Біо-Савара-Лапласа*** індукція $d\vec{B}$ магнітного поля, що створюється елементом струму $Id\vec{\ell}$ в довільній точці A (рис. 12.6), визначається виразом:

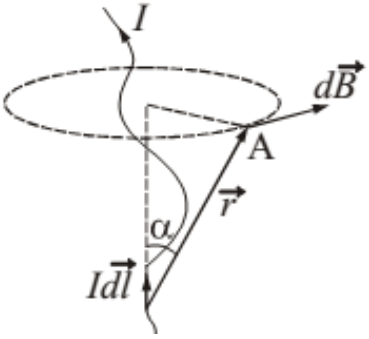


Рис 12.6

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} \tag{12.3}$$

У скалярному вигляді:

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I \cdot d\ell \sin\alpha}{r^2} \tag{12.4}$$

де α – кут між напрямками елемента струму і радіус-вектора $\vec{r}$, що йде від елемента струму до точки, в якій визначається індукція.

Аналогічні формули згідно (12.2) можна записати для напруженості магнітного поля:

$$d\vec{H} = \frac{I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{r}}{4\pi r^3} \tag{12.5}$$

$$dH = \frac{I \cdot d\ell \sin\alpha}{4\pi r^2} \tag{12.6}$$

Магнітне поле будь-якого струму може бути обчислено як векторна сума полів, які створюються елементарними ділянками струмів:

$$\vec{B} = \int d\vec{B} \tag{12.7}$$

Якщо магнітне поле створюється системою провідників зі струмом, то індукція результуючого поля в будь-якій його точці дорівнює векторній сумі індукції магнітних полів, які створюються кожним струмом окремо:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \ldots + \vec{B}_n$$

Дане твердження носить назву ***принципу суперпозиції полів***.

Закон Біо-Савара-Лапласа застосовують для розрахунку полів, які створюються провідниками правильної геометричної форми в вакуумі.

12.4 Приклади розрахунку магнітних полів

1. ***Магнітне поле, яке створюється відрізком провідника зі струмом***

У довільній точці *A*, яка віддалена від осі провідника на відстань *R*, вектори індукції магнітного поля $d\vec{B}$ від всіх елементів струму мають однаковий напрямок, який перпендикулярний площині креслення («до нас»). Тому складання векторів $d\vec{B}$ можна замінити складанням їх модулів. В якості постійної інтегрування оберемо кут α (кут між векторами $d\vec{\ell}$ і $\vec{r}$), виразивши через нього всі інші величини. З рис.12.7 випливає, що

$$r = \frac{R}{\sin\alpha}, \qquad d\ell = \frac{CD}{\sin\alpha} = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha} \tag{12.8}$$

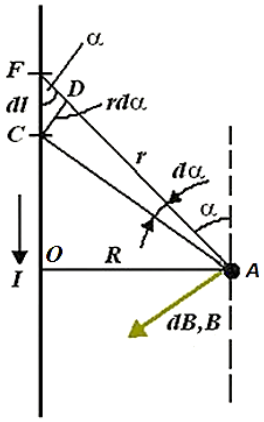


Рис 12.7

Радіус дуги *CD* (*AC* і *AD*) внаслідок того, що *dl* дуже мале, дорівнює *r*, і кут *FDC* з цієї ж причини можна вважати прямим.

Підставивши (12.8) в (12.4), отримаємо, що магнітна індукція, яка створюється одним елементом провідника, дорівнює

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\cdot\sin\alpha}{r^2}\cdot\frac{r d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r}d\alpha = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R}\sin\alpha\, d\alpha \tag{12.9}$$

Згідно з (12.7) і (12.9),

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R}(-\cos\alpha)\Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} \tag{12.10}$$

Отже, магнітна індукція поля прямого струму

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) \tag{12.11}$$

Кути α_1 та α_2 в (12.11) позначені на рис. 12.8; R – найкоротша відстань від провідника до точки. Вектор індукції $\vec{B}$ перпендикулярний площині креслення, спрямований до нас і, тому, зображений точкою.

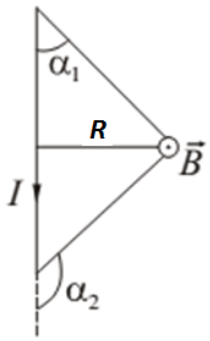


Рис 12.8

Для нескінченно довгого провідника ($R<<\ell$, ℓ – довжина провідника) можна вважати, що $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$. тоді:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R} \qquad (12.12)$$

Аналогічну формулу згідно (12.2) можна записати для напруженості магнітного поля:

$$H = \frac{I}{2\pi R} \qquad (12.13)$$

2. ***Магнітне поле в центрі кругового провідника із струмом***.

Магнітна індукція поля в центрі кругового провідника із струмом (рис. 12.9)

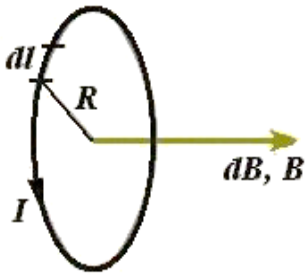


Рис 12.9

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R} \qquad (12.14)$$

Напруженість магнітного поля в центрі кругового струму згідно (12.11):

$$H = \frac{I}{2R} \qquad (12.15)$$

3. ***Магнітне поле, створюване круговим струмом на його осі***

Магнітна індукція поля на осі кругового провідника із струмом (рис.12.10) знаходиться по формулі

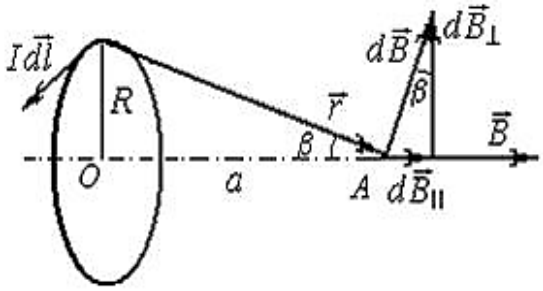


Рис 12.10

$$B = \frac{\mu\mu_0 I R^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}} \qquad (12.16)$$

R – радіус витка, a – відстань від центру витка до точки A, яка розташована на осі кругового струму.

При a = 0 отримаємо вираз для розрахунку індукції в центрі кругового струму:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R} \qquad (12.17)$$

4. ***Магнітне поле соленоїда***.

Індукцію магнітного поля в довільній точці A, що лежить на осі соленоїда кінцевої довжини можна знайти по формулі:

$$B = \frac{\mu\mu_0 In}{2}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) \qquad (12.18)$$

де $n = \frac{N}{l}$ – число витків на одиницю довжини соленоїда (щільність намотування); α_1 і α_2 – кути, під якими з точки A видно кінці соленоїда (рис. 12.11).

Якщо $l >> R$, то соленоїд вважається нескінченно довгим. Для нескінченно довгого соленоїда $\alpha_1=0$, $\alpha_2=\pi$. Тоді згідно (12.18):

$$B = \mu\mu_0 In \qquad (12.19)$$

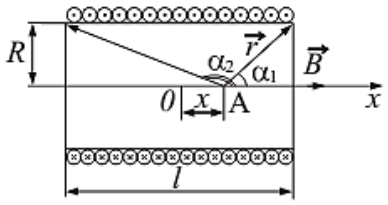


Рис 12.11

12.5 Магнітний потік

Потоком вектора магнітної індукції або ***магнітним потоком*** ($d\Phi$) крізь площадку dS називається скалярна фізична величина, яка дорівнює скалярному добутку вектора індукції магнітного поля $\vec{B}$ на вектор $d\vec{S} = dS\vec{n}$ ($\vec{n}$– одиничний вектор нормалі до площадки):

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = BdS\cos\alpha \qquad (12.20)$$

α – кут між напрямком нормалі $\vec{n}$ і вектором магнітної індукції $\vec{B}$ (рис. 12.12). [Ф] = Вб (вебер).

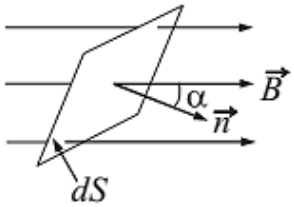


Рис 12.12

Магнітний потік крізь довільну поверхню S:

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} \qquad (12.21)$$

Якщо поле є однорідним ($\vec{B} = const$), а поверхня плоска, то

$$\Phi = BS\cos\alpha \qquad (12.22)$$

Розрахуємо потік вектора $\vec{B}$ через соленоїд. Магнітна індукція однорідного поля всередині соленоїда з сердечником з магнітною проникністю μ, згідно (12.19), дорівнює

$$B = \mu\mu_0 In = \mu\mu_0 I\frac{N}{\ell}$$

Магнітний потік через один виток соленоїда площею S дорівнює

$$\Phi_1 = BS$$

а повний магнітний потік, зчеплений з усіма витками соленоїда, який називається ***потокозчепленням***, дорівнює

$$\psi = \Phi_1 N = NBS = \mu\mu_0 \frac{N^2 I}{l} S \qquad (12.23)$$

12.6 Циркуляція вектора магнітної індукції. Закон повного струму

Циркуляцією вектора магнітної індукції $\vec{B}$ по замкненому контуру називається інтеграл виду:

$$\oint_{\ell} \vec{B} d\vec{\ell} = \oint_{\ell} B d\ell \cos\alpha \qquad (12.24)$$

де $d\vec{\ell}$ – вектор елементарної довжини контуру, спрямований по обходу контуру; α – кут між векторами $\vec{B}$ і $d\vec{\ell}$.

Закону повного струму:

Циркуляція вектора магнітної індукції $\vec{B}$ у вакуумі по довільному замкнутому контуру ℓ дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на алгебраїчну суму струмів, які охоплюються цим контуром.

$$\oint_{l} \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 \sum_{k=1}^{N} I_k \qquad (12.25)$$

де N – число провідників зі струмом, охоплених контуром l довільної форми (рис. 12.13).

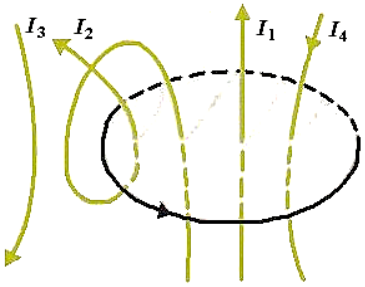


Рис. 12.13

Закон справедливий для провідників зі струмом будь-якої форми і будь-яких розмірів. При обчисленні алгебраїчної суми струмів струм вважається позитивним, якщо його напрямок пов'язаний з напрямком обходу по контуру правилом правого гвинта. Струм протилежного напрямку вважається негативним (рис.12.13).

Важливе значення для практичних цілей має магнітне поле ***тороїда*** – кільцевої котушки, витки якої намотані на сердечник, який має форму тора (рис.12.14). Магнітне поле, як показує дослід, зосереджено всередині тороїда, поза ним поле відсутнє.

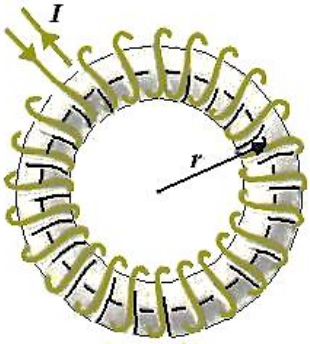


Рис 12.14

Лінії магнітної індукції у випадку з тороїдом (рис. 12.14), як випливає з міркувань симетрії, є кола, центри яких розташовані по осі тороїда. У якості контуру оберемо одне таке коло радіуса r. Тоді, по закону повного струму (12.25) отримаємо,

$$B2\pi r = \mu_0 NI$$

звідки випливає, що магнітна індукція всередині тороїда (в вакуумі)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \qquad (12.26)$$

де N – число витків тороїда.

Якщо контур проходить поза тороїдом, то струмів він або не охоплює або вони взаємно знищуються і $B2\pi r = 0$. Це означає, що поле поза тороїдом відсутнє (що показує і дослід).

§Лекція 13. Дія магнітних полів. Магнітне поле в речовині. Електромагнітна індукція

13.1 Закон Ампера

Узагальнивши експериментальні дані по дослідженню дії магнітного поля на різні провідники зі струмом, Ампер встановив, **що сила $d\vec{F}$, з якою магнітне поле діє на елемент струму $Id\vec{\ell}$, дорівнює векторному добутку елемента струму на магнітну індукцію $\vec{B}$.**

$$d\vec{F} = Id\vec{\ell} \times \vec{B} \tag{13.1}$$

$$dF = IBd\ell \sin\alpha \tag{13.2}$$

де α – кут між напрямком струму і вектором магнітної індукції $\vec{B}$ (рис. 13.1).

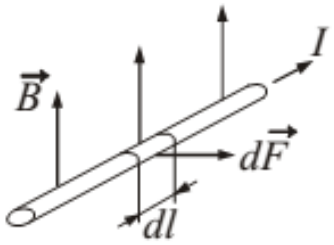


Рис 13.1

Напрямок сили $d\vec{F}$ визначають за правилом лівої руки: якщо розташувати долоню лівої руки так, щоб вектор магнітної індукції входив в долонь, а чотири витягнутих пальці розташувати у напрямку струму, то відставлений на 90° великий палець покаже напрямок сили, що діє на провідник зі струмом в магнітному полі (рис. 13.1).

Сила, яка діє на прямолінійний провідник зі струмом в однорідному

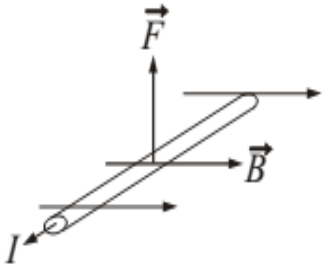


Рис 13.2

магнітному полі (рис. 13.2) для однорідного поля ($\vec{B} = const$)

$$F = IB\ell \sin\alpha \qquad (13.3)$$

де ℓ – довжина провідника; α – кут між напрямком струму і вектором магнітної індукції.

13.2 Робота при переміщенні провідника зі струмом в магнітному полі

Розглянемо ланцюг зі струмом, який утворено нерухомими проводами і рухомим провідником довжиною ℓ, який ковзає по ним (рис.13.3).

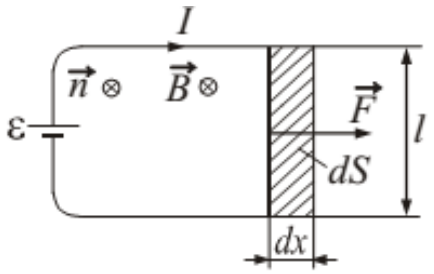


Рис 13.3

Ланцюг знаходиться в однорідному магнітному полі ($\vec{B} = const$), яке направлено перпендикулярно до площини креслення. Згідно із законом Ампера на провідник діє сила, яка виконує роботу по переміщенню провідника.

Для визначення цієї роботи розглянемо провідник довжиною ℓ зі струмом I (він може вільно переміщатися), поміщений в однорідне зовнішнє магнітне поле, яке перпендикулярне площині контуру.

При зазначених на рис. 13.3 напрямках струму і поля, сила, напрям якої визначається за правилом лівої руки, а значення визначається силою Ампера, дорівнює

$$F = IB\ell$$

Під дією цієї сили провідник переміститься паралельно самому собі на відрізок dx. Робота, що здійснюється магнітним полем, дорівнює

$$dA = Fdx = IB\ell dx = IBdS = Id\Phi$$

оскільки $\ell dx = dS$ – площа, яка перетинається провідником при його переміщенні в магнітному полі, а $BdS = d\Phi$ – потік вектора магнітної індукції, що пронизує цю площу. Таким чином,

$$dA = Id\Phi \tag{13.4}$$

Таким чином, робота по переміщенню провідника зі струмом в магнітному полі згідно (13.4) дорівнює добутку сили струму на магнітний потік, який рухомий провідник пересікає. Отримана формула справедлива і для довільного напрямку вектора $\vec{B}$.

Якщо струм в провіднику постійний (*I = const*), то

$$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1) \tag{13.5}$$

де $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – зміна магнітного потоку.

13.3 Обертальний момент, який створюється силами, прикладеними до контуру

Магнітним моментом ($\vec{p}_m$) плоского замкнутого контуру зі струмом *I* називається векторна фізична величина, яка чисельно дорівнює добутку струму *I* на площу контуру *S*:

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS \tag{13.6}$$

[p_m]=А·м^2

де $\vec{n}$ – одиничний вектор позитивної нормалі до поверхні, яка обмежена цим контуром. Позитивною називається нормаль, напрямок якої пов'язано з напрямком струму в контурі правилом правого гвинта (рис. 13.4).

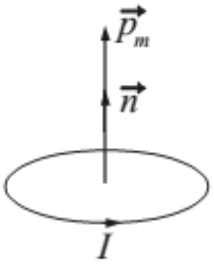


Рис 13.4

Розглянемо плоский контур, що знаходиться в однорідному магнітному полі ($\vec{B} = const$). Нехай контур орієнтований так, що лінії магнітної індукції паралельні площині контуру і спрямовані зліва направо (рис. 13.5). На сторони 1–2 і 3–4 контуру за законом Ампера діють рівні за величиною сили $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{34}$

Сили, прикладені до протилежних сторін, утворюють пару сил. В результаті контур повертається відносно осі OO'.

Вектор обертального моменту $\vec{M}$ дорівнює

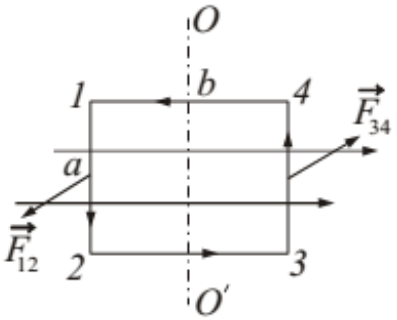


Рис 13.5

$$M = 2F\frac{b}{2}\sin\varphi = IBa\sin\varphi\, b = IBS\sin\varphi \qquad (13.7)$$

де φ – кут між напрямком вектора $\vec{B}$ і нормаллю $\vec{n}$ до контуру, S – площа контуру.

Вираз (13.7) можна перетворити, скориставшись поняттям магнітного моменту. Замінивши добуток *IS* через магнітний момент, отримаємо

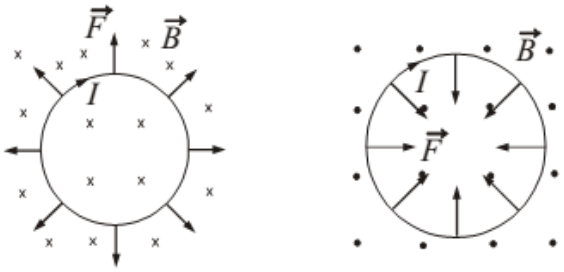
$$M = p_m B\sin\varphi \qquad (13.8)$$

Формулу (13.8) можна записати у векторному вигляді:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \qquad (13.9)$$

Якщо магнітне поле направлено перпендикулярно до площини контуру, то вектори $\vec{p}_m$ і $\vec{B}$ будуть мати однаковий напрямок. В цьому випадку обертальний момент $\vec{M}$ дорівнює нулю.

Сили, що діють на різні елементи контуру, будуть або розтягувати його (рис. 13.6 а), або стискати (рис. 13.6 б) в залежності від напрямку поля і струму.



а) б)

Рис 13.6

13.4 Сила Лоренца

Магнітне поле діє на окремі заряджені частинки, які рухаються в магнітному полі. Сила $\vec{F}_л$, що діє на електричний заряд, який рухається в магнітному полі, називається ***силою Лоренца***. Сила Лоренца розраховується за формулою:

$$\vec{F}_л = q\vec{\upsilon} \times \vec{B} \tag{13.10}$$

Модуль сили Лоренца дорівнює:

$$F_л = qB\upsilon \sin \alpha \tag{13.11}$$

де q – заряд частинки; B – індукція магнітного поля, в якому рухається заряд; υ – швидкість заряду; α – кут між векторами $\vec{\upsilon}$ і $\vec{B}$.

Напрямок сили Лоренца визначається за правилом лівої руки, при цьому треба враховувати знак заряду. Для негативних частинок напрямок сили змінюється на протилежне.

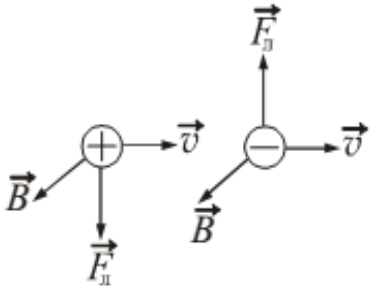


Рис 13.7

Взаємні розташування векторів $\vec{v}$, $\vec{B}$ і $\vec{F}_л$. Для позитивного (q> 0) і негативного (q <0) зарядів показані на рис. 13.7.

Сила Лоренца спрямована завжди перпендикулярно швидкості руху зарядженої частинки і повідомляє їй доцентрове прискорення. Не змінюючи модуля швидкості, а лише змінюючи її напрямок, сила Лоренца не виконує роботи і кінетична енергія зарядженої частинки при русі в магнітному полі не змінюється.

Для виведення загальних закономірностей будемо вважати, що магнітне поле є однорідним і на частинки електричні поля не діють. Якщо заряджена частинка рухається в магнітному полі зі швидкістю υ уздовж ліній магнітної індукції, то кут α між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$ дорівнює 0 або π. Тоді за формулою (13.11) $F_л = qBv\sin\alpha$ сила Лоренца дорівнює нулю, тобто магнітне поле на частинку не діє і вона рухається рівномірно і прямолінійно.

Якщо заряджена частинка рухається в магнітному полі зі швидкістю $\vec{v}$, яка перпендикулярна вектору $\vec{B}$ (рис.13.8), То згідно з другим законом Ньютона, ця сила створює доцентрове прискорення. Звідси випливає, що частинка буде рухатися по колу, радіус r якого визначається з умови

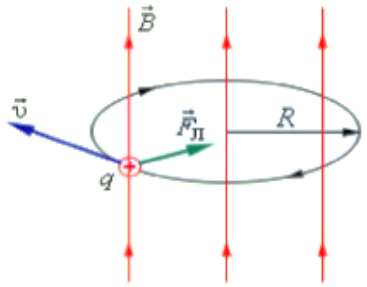


Рис 13.8

$$F_л = qBv\sin\alpha = qBv = ma_{доц} = \frac{mv^2}{r}$$

звідки

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad (13.12)$$

Період обертання частинки, тобто час T, що витрачається нею на один повний оборот,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{\upsilon}$$

Підставивши в останній формулу вираз (13.12), отримаємо

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \qquad (13.13)$$

тобто період обертання частинки в однорідному магнітному полі визначається тільки величиною, яка обернена питомому заряду (q/m) частинки, і магнітній індукції поля, але не залежить від її швидкості (при $\upsilon << c$). На цьому заснована дія циклічних прискорювачів заряджених частинок.

Якщо швидкість $\vec{v}$ зарядженої частинки спрямована під кутом α до вектора $\vec{B}$ (рис. 13.9), то її рух можна представити у вигляді суперпозиції: 1) рівномірного прямолінійного руху вздовж поля зі швидкістю $\upsilon_{\parallel} = \upsilon \cos\alpha$; 2) рівномірного руху зі швидкістю $\upsilon_{\perp} = \upsilon \sin\alpha$ по колу в площині, яка перпендикулярна полю. Радіус кола визначається формулою (13.12) (в даному випадку треба замінити υ на $\upsilon_{\perp} = \upsilon \sin\alpha$).

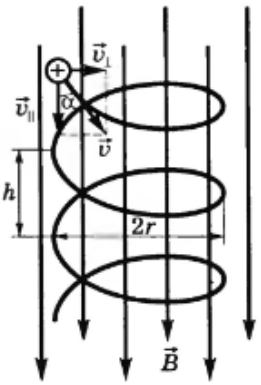


Рис 13.9

В результаті складання обох рухів виникає рух по спіралі, вісь якої паралельна магнітному полю (рис. 13.9). Крок гвинтової лінії

$$h = \upsilon_{\parallel} T = \upsilon \cos\alpha \cdot T$$

Підставивши в останній вираз (13.13), отримаємо

$$h = \frac{2\pi m}{qB} \upsilon \cos\alpha$$

Напрямок, в якому закручується спіраль, залежить від знака заряду частинки.

Якщо швидкість $\vec{v}$ зарядженої частинки становить кут α з напрямком вектора $\vec{B}$ неоднорідного магнітного поля, індукція якого зростає в напрямку руху частинки, то r і h зменшуються з ростом B. На цьому заснована фокусування заряджених частинок в магнітному полі.

13.5 Магнітне поле в речовині. Намагнічення магнетика

Експерименти показують, що всі речовини є магнетиками, тобто здатні під дією магнітного поля намагнічуватися. Для пояснення намагнічування тіл А. Ампер висунув гіпотезу, згідно з якою в молекулах речовини циркулюють кругові (молекулярні) струми. Кожен такий струм має магнітний момент $\vec{p}_m$ і створює в навколишньому просторі магнітне поле. Магнітне поле намагніченого тіла складається з магнітних полів цих кругових струмів.

У ненамагніченому тілі всі елементарні струми розташовані хаотично (рис. 13.10 а), тому в зовнішньому просторі не спостерігається ніякого магнітного поля. Процес намагнічування тіла полягає в тому, що під впливом зовнішнього магнітного поля його елементарні струми в більшій чи меншій мірі встановлюються паралельно один одному (рис. 13.10 б). Сумарний магнітний момент магнетика стає відмінним від нуля.

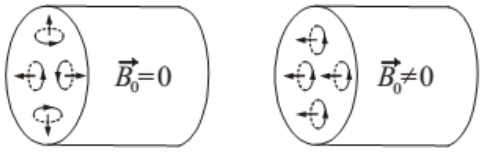


Рис 13.10

У речовині розрізняють два види струмів, що створюють магнітне поле – макроструми і мікроструми. Макрострумами називаються струми провідності. Мікрострумами (молекулярними) називаються струми, які обумовлені рухом електронів в атомах, молекулах і іонах. Магнітне поле в речовині є векторної сумою двох полів: зовнішнього магнітного поля, яке

створюється макрострумами, і внутрішнього або власного магнітного поля, яке створюється мікрострумами.

13.6 Класифікація магнетиків

За характером залежності намагніченості $\vec{J}$ від напруженості магнітного поля $\vec{H}$ магнетики діляться на три групи:

– діамагнетик

– парамагнетики

– феромагнетики

Намагніченість ізотропних парамагнетиків і діамагнетиків, що знаходяться в слабких магнітних полях, прямо пропорційна напруженості магнітного поля:

$$\vec{J} = \chi\vec{H} \tag{13.16}$$

де χ – ***магнітна сприйнятливість***. Магнітна сприйнятливість залежить від фізико–хімічних властивостей матеріалу. Для вакууму $\chi = 0$

Безрозмірна величина

$$\mu = 1 + \chi \tag{13.17}$$

називається ***магнітною проникністю речовини***. Вона є характеристикою магнітних властивостей речовини. Для вакууму $\mu = 1$

13.6.1 Діамагнетики

Діамагнетики – речовини, у яких магнітна сприйнятливість χ негативна: $\chi < 0$. Чисельне значення χ знаходиться в межах $10^{-5} \div 10^{-4}$. Вектор намагніченості $\vec{J}$ діамагнетиків спрямований протилежно напрямку напруженості поля $\vec{H}$, яке намагнічує. Якщо діамагнетик помістити в неоднорідне магнітне поле, то він виштовхується з поля.

Магнітна проникність діамагнетиків $\mu < 1$, але відміна від одиниці невелика. До діамагнетиків відносяться інертні гази, водень, кремній, вісмут, олово, мідь, цинк, вода, кварц і багато органічних сполук.

13.6.2 Парамагнетики

Парамагнетики – речовини, у яких магнітна сприйнятливість позитивна: $\chi > 0$. Чисельне значення χ знаходиться в межах $10^{-3} \div 10^{-4}$. Напрямок намагніченості $\vec{J}$ парамагнетиків збігається з напрямком напруженості поля $\vec{H}$, яке намагнічує. Парамагнетики втягуються в неоднорідне магнітне поле.

Магнітна проникність парамагнетиків $\mu > 1$, але відміна від одиниці дуже невелика. До парамагнетиків відносяться алюміній, марганець, паладій, платина, розчини залізних і нікелевих солей, кисень, повітря і ін.

Для парамагнітних і діамагнітних речовин магнітна проникність μ не залежить від напруженості зовнішнього поля, яке намагнічує, тобто являє собою постійну величину, що характеризує дану речовину.

13.6.3 Феромагнетики

Феромагнетики – речовини, які здатні мати намагніченість за відсутності зовнішнього магнітного поля. Свою назву вони отримали по найпоширенішому представнику – залізу. До феромагнетиків крім заліза, належать нікель, кобальт, гадоліній, їх сплави і сполуки, деякі сплави і сполуки марганцю і хрому з неферомагнітними елементами. Феромагнетики є сильно магнітними речовинами. Їх намагніченість набагато (до 10^{10}) перевершує намагніченість діа- і парамагнетиків, що належать до категорії слабомагнітних речовин.

§Лекція 14 Електромагнітна індукція

14.1 Явище електромагнітної індукції

Явище електромагнітної індукції відкрито в 1831 році М. Фарадеєм.

Електромагнітною індукцією називається явище виникнення електрорушійної сили в провідному контурі при будь-якій зміні магнітного потоку, що пронизує цей контур.

ЕРС, яка виникає, називається електрорушійної силою електромагнітної індукції ε_i. Якщо провідник замкнутий, то виникає струм, який називають ***індукційним струмом***.

ЕРС електромагнітної індукції пропорційна швидкості зміни магнітного потоку, що пронизує контур.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{14.1}$$

При цьому несуттєво, чим викликана зміна магнітного потоку. Це може бути деформація або переміщення контуру в зовнішньому полі, або зміна магнітного поля в часі.

Вираз (14.1) називається ***законом Фарадея*** для електромагнітної індукції. Знак «–» введений в формулу відповідно до правила Ленца.

Правило Ленца:

Індукційний струм має такий напрям, що створений ним магнітний потік протидіє зміні магнітного потоку, який викликав цей індукційний струм.

Якщо замкнутий контур складається з N послідовно з'єднаних витків (наприклад, соленоїд), то закон електромагнітної індукції записується в такий спосіб:

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt}$$

Величину $\psi = N\Phi$ називають ***повним магнітним потоком*** або ***потокозчепленням***. З урахуванням цього:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt} \qquad (14.2)$$

14.2 Принцип роботи генератора змінного струму

Одним з найважливіших застосувань явища електромагнітної індукції є перетворення механічної енергії в електричну.

Розглянемо рамку, що складається з N витків, яка обертається в магнітному полі ($\vec{B} = const$) з постійною кутовою швидкістю ω (рис. 14.1).

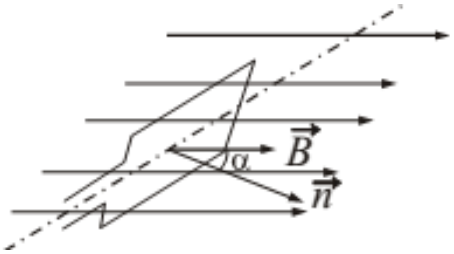


Рис 14.1

Повний магнітний потік, який пронизує рамку, в будь-який момент часу визначається співвідношенням:

$$\psi = NBS\cos\alpha$$

де S – площа рамки, α – кут між векторами нормалі до площини $\vec{n}$ і $\vec{B}$.

Знайдемо ЕРС індукції, яка виникає в рамці при її обертанні, використовуючи останнє рівняння і закон Фарадея (14.2). При рівномірному обертанні ($\alpha = \omega t$).

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d(NBS\cos\omega t)}{dt} = NBS\omega\sin\omega t$$

або

$$\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t = \varepsilon_{max}\sin\omega t \qquad (14.3)$$

де величину $\varepsilon_{max} = NBS\omega$ можна розглядати як амплітудне значення змінної ЕРС.

Виникнення ЕРС індукції в рамці, що обертається в магнітному полі, стало основою для створення генераторів змінного струму. Якщо кінці витка приєднати до двох мідних кілець, які обертаються разом з ним і стикаються з двома нерухомими вугільними щітками, а до щіток приєднати електричний

ланцюг, то по ланцюгу потече змінний струм i. Струм i, який виникає, змінюється так само, як змінюється ЕРС ε.

Згідно із законом Ома і (14.3):

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{NBS\omega}{R}\sin\omega t = i_{max}\sin\omega t \qquad (14.4)$$

де $i_{max} = \frac{NBS\omega}{R}$ – максимальне (амплітудне) значення сили струму; i – миттєве значення струму.

14.3 Індуктивність контуру

Електричний струм, який тече в контурі, створює в навколишньому просторі магнітне поле. Повний магнітний потік ψ, який пронизує контур, буде прямо пропорційний струму:

$$\psi = LI \qquad (14.5)$$

Коефіцієнт пропорційності L між повним магнітним потоком (потокозчеплення) і силою струму називається індуктивністю контуру або коефіцієнтом самоіндукції контуру.

Індуктивність (L) – це скалярна фізична величина, що характеризує магнітні властивості електричного ланцюга і дорівнює відношенню повного магнітного потоку, зчепленого з контуром, до сили струму, яка тече по контуру і створює цей потік:

$$L = \frac{\psi}{I} \qquad (14.6)$$

Лінійна залежність ψ від I спостерігається тільки в тому випадку, якщо магнітна проникність μ середовища, якою оточений контур, не залежить від напруженості поля H. Це означає, що середовище має бути неферомагнітним.

Індуктивність залежить від геометричної форми і розмірів контуру, а також магнітних властивостей середовища, в якому він знаходиться. Якщо контур жорсткий і поблизу нього немає феромагнетиків, то індуктивність є величиною постійною.

За одиницю індуктивності в СІ приймається індуктивність такого провідника (контуру), у якого при силі струму в ньому 1 А виникає зчеплений з ним повний потік ψ, який дорівнює 1 Вб. Цю одиницю називають Генрі (Гн).

[L] = Гн (генрі).

Індуктивність можна розраховувати на основі геометрії провідника. Індуктивність нескінченно довгого соленоїда (рис. 14.2) виходячи з (14.6) і формули потокозчеплення $\psi = \mu\mu_0 \frac{N^2 I}{\ell} S$ розраховується за наступною формулою:

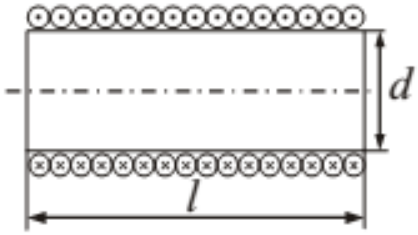


Рис 14.2

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{\ell} S = \mu\mu_0 n^2 S l = \mu\mu_0 n^2 V \qquad (14.7)$$

де $n = \frac{N}{\ell}$ – щільність намотування; N – число витків соленоїда, S – площа поперечного перерізу соленоїда, $S\ell = V$ – об'єм соленоїда.

14.4 ЕРС самоіндукції

Самоіндукція – це явище виникнення електрорушійної сили в контурі при зміні електричного струму, який тече по цьому контуру. Самоіндукція є окремим випадком явища електромагнітної індукції. Скористаємося законом Фарадея для електромагнітної індукції (14.1):

$$\varepsilon_s = -\frac{d\psi}{dt}$$

Згідно (14.5) отримаємо:

$$\varepsilon_s = -\frac{d(LI)}{dt}$$

Якщо контур жорсткий і поблизу нього немає феромагнетиків, то індуктивність L є величиною постійною і її називають статичною. В цьому випадку:

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt} \tag{14.8}$$

ЕРС самоіндукції пропорційна швидкості зміни сили струму. Знак «–» обумовлений правилом Ленца, згідно з яким індукційний струм завжди спрямований так, щоб протидіяти причині, яка його викликає.

14.5 Взаємна індукція

Взаємної індукцією називається явище виникнення електрорушійної сили в одному з контурів при зміні струму в іншому.

Розглянемо два близько розташованих контури 1 і 2 (рис.14.3). Контури характеризують коефіцієнтом взаємної індуктивності.

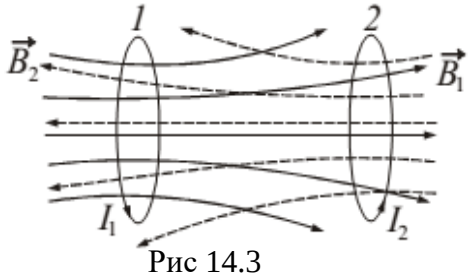


Рис 14.3

Взаємна індуктивність – це скалярна фізична величина, яка характеризує магнітний зв'язок двох або більше контурів. Взаємна індуктивність залежить від розмірів і форми контурів 1 і 2, відстані між ними, від їх взаємного розташування, а також від магнітної проникності навколишнього середовища.

Вимірюється взаємна індуктивність в Гн (генрі).

Відповідно до закону електромагнітної індукції при зміні струму I_1 в контурі 2 індукується ЕРС:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt} \tag{14.9}$$

При зміні струму I_2 в контурі 1 індукується ЕРС:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12}\frac{dI_2}{dt} \qquad (14.10)$$

Коефіцієнти пропорційності L_{12} і L_{21} називаються взаємною індуктивністю контурів. Розрахунки підтверджені дослідом, показують, що $L_{12} = L_{21}$.

Розрахуємо взаємну індуктивність двох котушок, намотаних на загальний тороїдальний сердечник. Цей випадок має велике практичне значення (рис. 14.4). Магнітна індукція поля, яка створюється першої котушкою з числом витків N_1, струмом I_1 і магнітною проникністю μ сердечника, згідно з формулою магнітної індукції, яку створює котушка

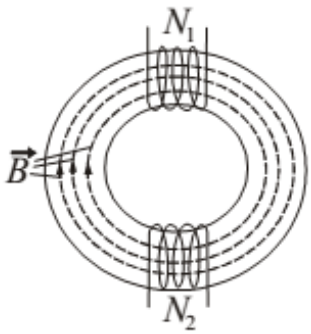


Рис 14.4

$$B = \mu\mu_0\frac{N_1 I_1}{\ell}$$

де ℓ – довжина сердечника по середній лінії. Магнітний потік через один виток другої котушки

$$\Phi_2 = BS = \mu\mu_0\frac{N_1 I_1}{\ell}S$$

Тоді повний магнітний потік (потокозчеплення) крізь вторинну обмотку, яка містить N_2 витків,

$$\psi_2 = \Phi_2 N_2 = \mu\mu_0\frac{N_1 N_2}{\ell}SI_1$$

Потік ψ створюється струмом I_1, тому, згідно з (14.6), та останньої формули отримуємо

$$L_{21} = \frac{\psi}{I_1} = \mu\mu_0\frac{N_1 N_2}{\ell}S \qquad (14.11)$$

Якщо обчислити магнітний потік, який створюється котушкою 2 крізь котушку 1, то для L_{12} отримаємо вираз відповідно до формули (14.11). Таким чином, взаємна індуктивність двох котушок, намотаних на загальний тороїдальний сердечник,

$$L_{21} = L_{12} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{\ell} \qquad (14.12)$$

На явищі взаємоіндукції заснована робота трансформатора, який служить для підвищення або зниження напруги змінного струму.

14.6 Трансформатори

Принцип дії трансформаторів, що застосовуються для підвищення або зниження напруги змінного струму, заснований на явищі взаємної індукції.

Принципова схема трансформатора показана на рис.14.5. Первинна і вторинна котушки (обмотки), що мають відповідно N_1 і N_2 витків, укріплені на замкнутому залізному сердечнику. Оскільки кінці первинної обмотки приєднані до джерела змінної напруги з ЕРС ε_1, то в ній виникає змінний струм I_1, який створює в сердечнику трансформатора змінний магнітний потік Ф, який практично повністю локалізований в залізному сердечнику і майже цілком пронизує витки вторинної обмотки. Зміна цього потоку викликає у вторинній обмотці появу ЕРС взаємної індукції, а в первинній – ЕРС самоіндукції.

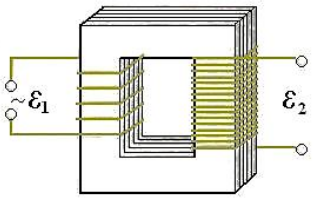


Рис 14.5

Струм I_1 первинної обмотки визначається відповідно до закону Ома:

$$I_1 R_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_s = \varepsilon_1 - N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

де R_1 – опір первинної обмотки. Падіння напруги $I_1 R_1$ на опорі R_1 при швидкозмінних полях дуже мале в порівнянні з кожної з двох ЕРС, тому

$$\varepsilon_1 \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt} \tag{14.13}$$

ЕРС взаємної індукції, що виникає у вторинній обмотці,

$$\varepsilon_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \tag{14.14}$$

Порівнюючи вирази (14.13) і (14.14), отримаємо, що ЕРС, що виникає у вторинній обмотці,

$$\varepsilon_2 = \frac{N_2}{N_1}\varepsilon_1 \tag{14.15}$$

Відношення числа витків N_2/N_1, що показує, у скільки разів ЕРС у вторинній обмотці трансформатора більше (або менше), ніж в первинній, називається ***коефіцієнтом трансформації***.

Нехтуючи втратами енергії, які в сучасних трансформаторах не перевищують 2% і пов'язані в основному з виділенням в обмотках джоулевої теплоти і появою вихрових струмів, і застосовуючи закон збереження енергії, можемо записати, що потужності струму в обох обмотках трансформатора практично однакові:

$$\varepsilon_2 I_2 = \varepsilon_1 I_1$$

звідки, з огляду на співвідношення (8.32), знайдемо

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

тобто струми в обмотках обернено пропорційні числу витків в цих обмотках.

Якщо $N_2/N_1>1$, то маємо справу з ***підвищуючим трансформатором***, який збільшує змінну ЕРС і знижує струм (застосовуються, наприклад, для передачі електроенергії на великі відстані, оскільки в даному випадку втрати на джоулева теплоту, яка пропорційна квадрату сили струму, знижуються).

Якщо $N_2/N_1<1$, то маємо справу із ***знижуючим трансформатором***, що зменшує ЕРС і підвищує струм (застосовуються, наприклад, при електрозварюванні, оскільки для неї потрібен великий струм при низькій напрузі).

Ми розглядали трансформатори, що мають тільки дві обмотки. Однак трансформатори, які використовуються в радіоприладах, мають 4 – 5 обмоток, які мають різні робочі напруги. Трансформатор, що складається з однієї обмотки, називається автотрансформатором. У разі підвищуючого автотрансформатора ЕРС підводиться до частини обмотки, а вторинна ЕРС знімається з усією обмотки. У знижуючому автотрансформаторі напруга мережі подається на всю обмотку, а вторинна ЕРС знімається з частини обмотки.

14.7 Енергія магнітного поля

Якщо замкнути перемикач *П*, то по ланцюгу, який зображену на рис. 14.6, потече струм, який створює в котушці (соленоїді) магнітне поле. Якщо розімкнути перемикач, то через опір R буде текти спадаючий струм, який підтримується ЕРС самоіндукцією, яка виникає в соленоїді.

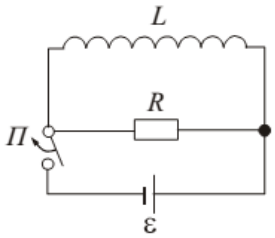


Рис 14.6

Робота, що здійснюється в ланцюзі за весь час, протягом якого зникає магнітне поле, йде на нагрівання опору R, соленоїда і з'єднуючих проводів. Оскільки ніяких інших змін не відбувається, можна зробити висновок, що магнітне поле є носієм енергії, за рахунок якої здійснюється робота.

Розглянемо контур індуктивністю L, по якому тече струм I. З цим контуром зчеплений магнітний потік $\Phi = LI$, причому при зміні струму на dI магнітний потік змінюється на $d\Phi = LdI$. Однак для зміни магнітного потоку на величину $d\Phi$ необхідно виконати роботу $dA = Id\Phi = LI \cdot dI$. Тоді робота по створенню магнітного потоку Ф буде дорівнює

$$A = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}$$

Отже, енергія магнітного поля, пов'язаного з контуром, дорівнює

$$W = \frac{LI^2}{2} \tag{14.16}$$

Енергію магнітного поля можна представити як функцію величин, що характеризують це поле в навколишньому просторі. Для цього розглянемо окремий випадок – однорідне магнітне поле всередині довгого соленоїда. Підставивши в формулу (14.16) $W = \frac{LI^2}{2}$ вираз (14.5) $L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$, отримаємо

$$W = \frac{1}{2}\mu\mu_0 \frac{N^2 I^2}{\ell} S$$

Оскільки магнітна індукція соленоїда $B = \mu\mu_0 \frac{IN}{\ell}$ і $B = \mu\mu_0 H$, то

$$W = \frac{1}{2}\frac{(\mu\mu_0)^2 N^2 I^2}{\mu\mu_0 \ell^2} Sl = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V = \frac{BH}{2} V \tag{14.17}$$

де $S\ell = V$ – об’єм соленоїда, H – напруженість магнітного поля.

Магнітне поле соленоїда однорідне і зосереджено всередині нього, тому енергія, яка знаходиться в об’ємі соленоїда і розподілена в ньому з постійною об'ємною густиною

$$w_{\text{м}} = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \tag{14.18}$$

і називається ***густина енергії магнітного поля***.

РОЗДІЛ 4. ОПТИКА. ЕЛЕМЕНТИ АТОМНОЇ ФІЗИКИ

§Лекція 15. Геометрична та хвильова оптика

Оптика – це розділ фізики, в якому вивчаються властивості світла, його фізична природа і взаємодія з речовиною. Під світлом в оптиці розуміють електромагнітні хвилі з частотою ν від $1{,}5\cdot10^{11}$ до $3\cdot10^{16}$ Гц, які відповідають інфрачервоному випромінюванню, видимому світлу та ультрафіолетовому випромінюванню. Цю область частот прийнято називати оптичною областю спектра електромагнітного випромінювання. Їй відповідають довжини хвиль λ від $2\cdot10^{-3}$ до 10^{-8} м. Видимому світлу відповідають довжини хвиль від $3{,}8\cdot10^{-7}$ до $7{,}6\cdot10^{-7}$ м. Разом з хвильовими властивостями в оптичній області випромінювання проявляються і квантові властивості світла.

Таким чином, за сучасними уявленнями світло має двоїсту природу, тобто йому притаманний корпускулярно–хвильовий дуалізм.

15.1 Деякі відомості з геометричної оптики

Геометричною оптикою називають частину оптики, в якій вивчаються закони поширення світла в прозорих середовищах на основі уявлення про нього, як про сукупність світлових променів. Під ***променем*** розуміють лінію, уздовж якої переноситься енергія електромагнітної хвилі.

Основу геометричної оптики утворюють чотири закони:

1) закон прямолінійного поширення світла;

2) закон незалежності світлових променів;

3) закон відбиття світла;

4) закон заломлення світла.

Закон прямолінійного поширення світла: В однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно.

Цей закон є наближеним, тому що при проходженні світла через дуже малі отвори спостерігаються відхилення від прямолінійності, тим більші, чим менше отвір.

Закон незалежності світлових променів: Промені при перетині не обурюють один одного. Перетинання променів не заважають кожному з них поширюватися незалежно один від одного.

Цей закон справедливий при не дуже великій інтенсивності світла. При інтенсивності, яка досягається за допомогою лазерів, незалежність світлових променів перестає дотримуватися.

При падінні променів світла на межу розділу двох середовищ

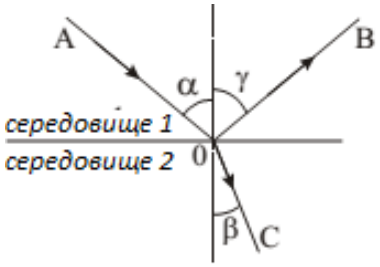


Рис 15.1

відбуваються явища відображення і заломлення світлових променів (рис.15.1).

Кутом падіння називають кут α між падаючим променем *A* світла і перпендикуляром до межі поділу двох середовищ, який проходить через точку падіння *O*.

Кутом відбиття називають кут γ між відбитим променем *B* світла і перпендикуляром, який проходить через точку падіння *O*, до поверхні, яка відбила світло.

Закон відображення:

1) кут падіння α дорівнює куту відбиття γ;

2) падаючий промінь *A*, відбитий промінь *B* і перпендикуляр, який проходить через точку падіння *O,* до поверхні, яка відбила світло, лежать в одній площині.

Кутом заломлення називають кут β між променем *C*, який пройшов через межу розділу двох середовищ, і перпендикуляром до межі, який проходить через точку заломлення *O* (рис. 15.1).

Закон заломлення:

1) заломлений промінь *C*, падаючий промінь *A* і перпендикуляр, який проходить через точку падіння *O* лежать в одній площині;

2) відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина постійна для даних двох середовищ:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21} \qquad (15.1)$$

Величина n_{21} у (15.1) $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{21}$ називається ***відносним показником заломлення*** середовища 2 відносно середовища 1. Відносний показник заломлення n_{21} дорівнює відношенню абсолютних показників заломлення n_2 і n_1 цих середовищ:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \qquad (15.2)$$

Абсолютним показником заломлення середовища називається показник заломлення середовища відносно вакууму. Він дорівнює відношенню швидкості світла у вакуумі до швидкості світла в даному середовищі:

$$n = \frac{c}{\upsilon} \qquad (15.3)$$

де $c=3\cdot10^8$ м/с швидкість світла у вакуумі, υ – швидкість світла в даному середовищі.

Якщо $n_2>n_1$, то середовище 2 називається оптично більш щільним в порівнянні з середовищем 1. Якщо $n_2<n_1$, то середовище 2 називається оптично менш щільним в порівнянні з середовищем 1.

Наслідки із закону заломлення:

1. При переході променя світла з оптично менш щільного в оптично більш щільне середовище ($n_2>n_1$) кут заломлення β менше кута падіння α.

Заломлений промінь C в точці падіння променя відхиляється в сторону перпендикуляра до межі розділу двох середовищ (рис. 15.1).

2. При переході променя світла з оптично більш щільного в оптично менш щільне середовище ($n_2<n_1$) кут заломлення β більше кута падіння α. Заломлений промінь C в точці падіння променя відхиляється від перпендикуляра до межі розділу двох середовищ. При збільшенні кута падіння α кут заломлення β зростає, залишаючись весь час більше кута α.

При деякому куті падіння значення кута заломлення наблизиться до 90° і заломлений промінь піде по межі розділу середовищ (рис. 15.2а). Кут падіння $\alpha_{гр}$, що відповідає куту заломлення β=90°, називається ***граничним кутом повного відображення***. Він визначається з умови:

$$\sin \alpha_{гр} = n_{21} \qquad (15.4)$$

Якщо $\alpha>\alpha_{гр}$, то відбувається повне внутрішнє відображення (рис. 15.2б).

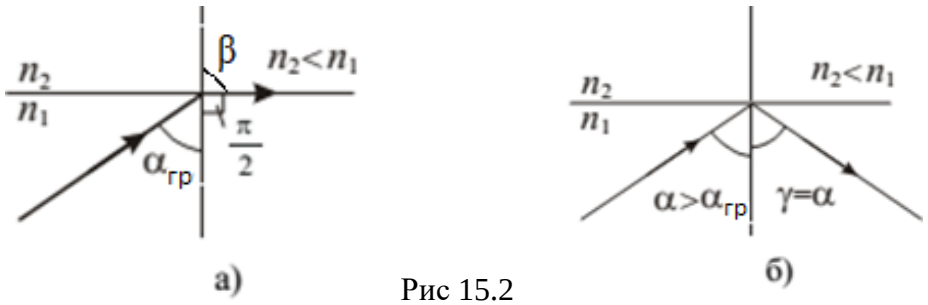


Рис 15.2

15.2 Інтерференція світла. Когерентність

Хвильова оптика – розділ фізики, який вивчає оптичні явища, в яких проявляється хвильова природа світла. До цих явищ відносяться інтерференція, дифракція, дисперсія, поляризація. У електромагнітній хвилі коливаються вектори напруженості електричного $\vec{E}$ і магнітного $\vec{H}$ полів. Як показує дослід, фізіологічна, фотохімічна, фотоелектрична і інші дії світла викликаються коливаннями вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$. Тому вектор напруженості електричного поля називають світловим вектором.

Інтерференція світла – це явище накладання когерентних світлових хвиль, в результаті чого відбувається перерозподіл енергії світлового поля, тобто утворюються світлі ділянки (максимуми) і темні ділянки (мінімуми) інтерференційної картини.

Когерентні хвилі – це хвилі, різниця фаз яких в даній точці простору залишається постійною в часі. Когерентними можуть бути тільки хвилі, що мають однакову частоту.

Світло від декількох звичайних джерел є некогерентним. Для отримання когерентних світлових хвиль застосовують метод поділу світла від одного джерела на дві або кілька хвиль. У кожній з них представлено випромінювання одного джерела, так що ці системи хвиль когерентні між собою. Потім хвилі проходять або різні відстані, або йдуть в різних середовищах, після чого їх знову накладають.

Один із способів отримання когерентних хвиль показаний на рис.15.3. На шляху джерела світла поміщають вузьку діафрагму *Д*, яка виділяє вузькоспрямований пучок. Потім цей пучок розділяють на два за допомогою перепони *П* з двома маленькими отворами. Інтерференційну картину спостерігають на екрані *Е*.

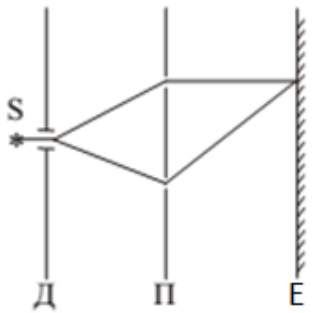


Рис 15.3

15.2.1 Умови максимумів і мінімумів інтерференції

Розглянемо накладення двох світлових хвиль, збуджених когерентними джерелами S_1 і S_2, в точці M (рис.15.4). Ці хвилі описуються рівняннями:

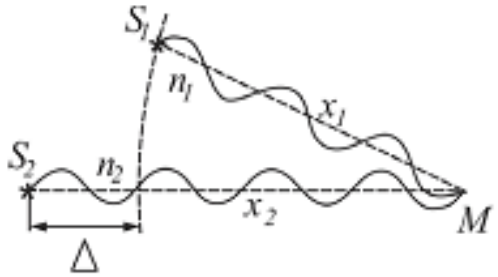


Рис 15.4

$$E_1(t, x_1) = A_1 \cos(\omega t - k x_1) \qquad (15.5)$$

$$E_2(t, x_2) = A_2 \cos(\omega t - k x_2) \qquad (15.6)$$

Амплітуду результуючого коливання визначається методом векторних діаграм:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos \Delta\varphi \qquad (15.7)$$

Інтенсивність хвилі пропорційна квадрату амплітуди $I \sim A^2$. З урахуванням цього в співвідношенні (15.7) замінимо амплітуди через інтенсивності і отримаємо:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\varphi \qquad (15.8)$$

Умови спостереження максимумів і мінімумів.

1. ***Інтенсивність максимальна***, якщо у виразі (15.8) $\cos \Delta\varphi = 1$, або

$$\Delta\varphi = 2m\pi \qquad (m = 0, 1, 2, 3 \ldots) \qquad (15.9)$$

Число m називається порядком максимуму. Умова (15.9) є умовою максимумів інтерференції.

2. ***Інтенсивність мінімальна***, якщо у виразі (15.8) $\cos \Delta\varphi = -1$, або

$$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi \qquad (m = 0, 1, 2, 3 \ldots) \qquad (15.10)$$

Умова (15.10) є умовою мінімумів інтерференції.

Умовам максимумів і мінімумів можна надати інший вид. Для цього знайдемо різницю фаз хвиль, які описуються рівняннями (15.5) і (15.6):

$$\Delta\varphi = \omega t - k x_1 - \omega t + k x_2 = k(x_2 - x_1) \qquad (15.11)$$

Величину $x_2 - x_1 = \Delta x$ називають ***геометричною різницею ходу***; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число.

Якщо интерферуючі промені проходять через два однорідні середовища з різними показниками заломлення n_1 і n_2, то замість геометричної різниці ходу Δx вводять поняття ***оптичної різниці ходу*** Δ (рис.15.4):

$$\Delta = n_2 x_2 - n_1 x_1 \qquad (15.12)$$

де $L = nx$ – оптичний шлях в однорідному середовищі.

Оптичний шлях – це скалярна величина, яка чисельно дорівнює добутку показника заломлення середовища на геометричний шлях, пройдений хвилею.

Тоді, використовуючи співвідношення (15.9), (15.10), (15.11) і замінивши хвильове число через довжину хвилі $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ отримаємо:

$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2} \qquad (15.13)$$

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (15.14)$$

де $m = 0, 1, 2 ...$, тобто ціле число.

Співвідношення (15.13) $\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$ визначає умову максимумів інтерференції. Максимум інтерференції спостерігається, якщо оптична різниця ходу двох хвиль дорівнює парним числом напівхвиль.

Співвідношення (15.14) $\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ визначає умову мінімумів інтерференції. Мінімум інтерференції спостерігається, якщо оптична різниця ходу двох хвиль дорівнює непарному числу довжин хвиль.

Умови максимумів і мінімумів інтерференції

Умови максимумів	$\Delta\varphi = 2m\pi,$	$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$
Умови мінімумів	$\Delta\varphi = (2m+1)\pi$	$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

Якщо хвиля відбивається від оптично більш щільного середовища, то фаза коливань вектора $\vec{E}$ змінюється на протилежну, тобто на π. Оптичний шлях при цьому зміниться на половину довжини хвилі.

$$L = nx - \frac{\lambda}{2} \qquad \text{або} \qquad L = nx + \frac{\lambda}{2} \tag{15.15}$$

15.2.2 Розрахунок інтерференційної картини від двох джерел.

Розрахунок інтерференційної картини від двох джерел можна провести, використовуючи дві вузькі паралельні щілини, які розташовані досить близько одна від одної (рис.15.5).

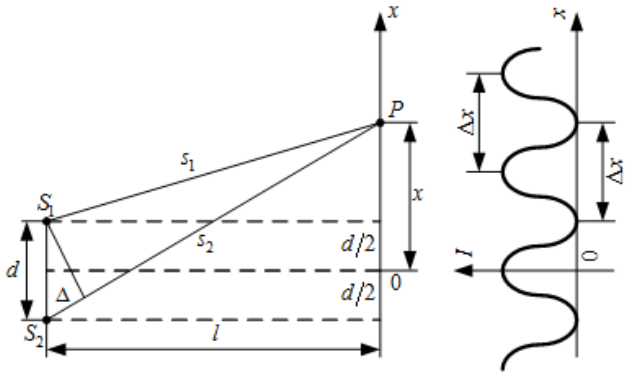


Рис 15.5

Щілини S_1 і S_2 знаходяться на відстані d одна від одної і є когерентними джерелами світла. Інтерференція спостерігається в довільній точці P екрану, який розташований від щілин на відстані ℓ, причому $\ell >> d$. Початок відліку вибрано в точці O, яка симетрична відносно щілин.

Максимуми інтенсивності будуть спостерігатися при

$$x_{max} = \pm m\frac{\ell}{d}\lambda \qquad (m = 0, 1, 2, \dots) \tag{15.16}$$

а мінімуми – при

$$x_{min} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\ell}{d}\lambda \qquad (m = 0, 1, 2, \dots) \tag{15.17}$$

Відстань між двома сусідніми максимумами (або мінімумами), яка ***називається шириною інтерференційної смуги***, дорівнює

$$\Delta x = \frac{\ell}{d}\lambda \tag{15.18}$$

Δx не залежить від порядку інтерференції (величини m) і є постійною для даних ℓ, d і λ (рис.15.5).

15.2.3 Інтерференція в тонких плівках

Інтерференцію світла можна спостерігати як за допомогою спеціальних оптичних пристроїв, так і в природних умовах. Прикладом може бути райдужне забарвлення тонких плівок (мильних бульбашок, плівок нафти або масла на поверхні води, і т.д.). Утворення частково когерентних хвиль при цьому відбувається через відображення падаючого на плівку світла від верхньої і нижньої поверхонь плівки.

Розглянемо плоскопаралельну прозору плівку завтовшки d, на яку падає плоска монохроматична хвиля з довжиною хвилі λ. Припустимо, що по обидва боки від плівки знаходиться одне і те ж середовище, наприклад, повітря (рис.15.6).

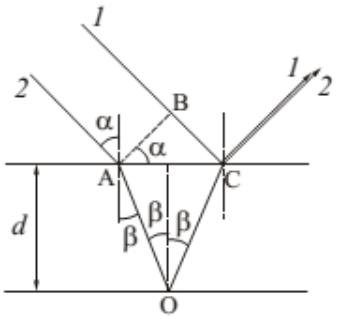


Рис 15.6

Хвилю можна розглядати як паралельний пучок променів. Плівка відкидає вгору два паралельних пучка: один утворився за рахунок відображення від верхньої межі, другий – за рахунок відображення від нижньої межі (пучки на рис. 15.6 представлені променями).

Різниця ходу, яку набувають промені 1 і 2 до того, як вони зійдуться в точці C, дорівнює

$$\Delta = (AO + OC)n - BC \qquad (15.19)$$

де n – абсолютний показник заломлення плівки.

Після обчислень отримаємо

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \qquad (15.20)$$

У точці *C* відображення хвилі відбувається від оптично більш щільного середовища, тому фаза коливань вектора $\vec{E}$ змінюється на π. У точці *O* відображення відбувається від оптично менш щільного середовища, тому зміни фази не відбувається.

В результаті між променями 1 і 2 виникає додаткова різниця фаз, що дорівнює π. Її враховують, віднімаючи з оптичної різниці ходу Δ половину довжини хвилі. В результаті отримаємо

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2} \qquad (15.21)$$

З формули (15.21) $\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \frac{\lambda}{2}$ випливає, що при постійних *d*, *n*, α, λ значення Δ для всієї плівки буде одним і тим же, а інтенсивність відбитого від неї світла однакова для будь-якої точки поверхні. Інтерференційних смуг немає, і в залежності від значень Δ інтенсивність відбитого світла або максимальна, або зменшується до нуля.

Для виникнення інтерференційних смуг у відбитому світлі необхідно, щоб або товщина плівки *d*, або кут падіння α для різних точок поверхні змінювалися. Відповідно, розглядаючи інтерференцію в тонких плівках, розрізняють смуги рівного нахилу і смуги рівної товщини.

Смуги рівного нахилу спостерігаються в тих випадках, коли на плоскопараллельну тонку плівку падає під різними кутами α_1, α_2 пучок світла, який сходиться (або розходиться) (рис.15.7).

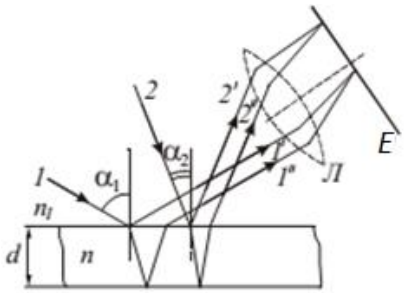


Рис 15.7

Оскільки товщина плівки *d* і її показник заломлення *n* скрізь однакові, то оптична різниця ходу інтерферуючих променів змінюється уздовж

поверхні плівки через зміну кута падіння α. Умови інтерференції для всіх променів, що падають на поверхню плівки і ті що відбиваються від неї під одним і тим же кутом, однакові. Тому інтерференційна картина в цьому випадку називається смугами рівного нахилу. Смуги рівного нахилу спостерігають на екрані *Е*, який встановлений в фокальній площині лінзи *Л*.

Смуги рівної товщини спостерігаються при відображенні паралельного пучка променів (кут падіння α=const) від тонкої прозорої плівки, товщина якої *d* неоднакова в різних місцях. Умови інтерференції будуть однакові в тих точках, яким відповідають однакові значення *d*. Тому розглянута інтерференційна картина називається смугами рівної товщини. Прикладом смуг рівної товщини є кільця Ньютона.

Кільця Ньютона спостерігаються в тому випадку, коли опукла поверхня лінзи малої кривизни стикається з плоскою поверхнею добре відполірованої пластини, так що повітряний прошарок, який залишається між ними, поступово потовщується від центру до країв (рис. 15.8).

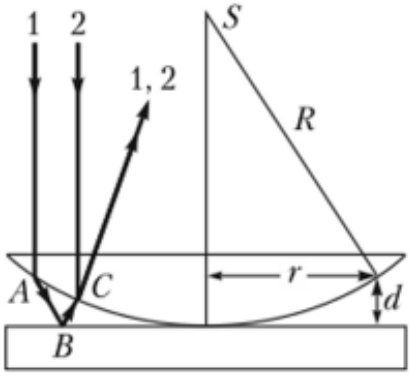


Рис 15.8

Якщо на лінзу падає пучок монохроматичного світла, то світлові хвилі, відбиті від верхньої і нижньої меж цього повітряного прошарку, будуть інтерферирувати між собою. При цьому виходить наступна картина: в центрі – темна пляма, яка оточена концентричними світлими і чорними кільцями, ширина яких зменшується від центру (інтерференція в відбитому світлі) (рис. 15.9).

Рис 15.9

У відбитому світлі оптична різниця ходу (з урахуванням втрати напівхвилі при відображенні від оптично більш щільного середовища променя 1 на рис.15.8), за умови, що показник заломлення повітря $n = 1$, а кут падіння дорівнює 0,

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}$$

де d – ширина зазору.

З рис.15.8 випливає, що

$$R^2 = (R - d)^2 + r^2 = R^2 - 2dR + d^2 + r^2 \qquad (15.22)$$

де R – радіус кривизни лінзи, r – радіус кривизни окружності, всі точки якої відповідають однаковому зазору d.

З (15.22) з огляду на те, що d дуже мале, отримаємо

$$d = \frac{r^2}{2R}$$

отже,

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2} \qquad (15.23)$$

Прирівнявши (15.23) до умов максимуму (15.13) $\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$ і мінімуму (15.14) $\Delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$, отримаємо вирази для радіуса m-го світлого кільця

$$r_{max} = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda R} \qquad (m = 1, 2, 3, \dots) \qquad (15.24)$$

і радіусу m-го темного кільця

$$r_{min} = \sqrt{m\lambda R} \qquad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \qquad (15.25)$$

Інтерференцію можна спостерігати і в світлі, що проходить, причому в даному випадку не спостерігається втрати напівхвилі. Отже, оптична різниця ходу для світла, яке проходить і відбивається відрізняться на $\lambda/_2$, тобто максимумам інтерференції у відбитому світлі відповідають мінімуми в світлі, що проходить (15.24) $r_{min} = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda R}$, а максимуми (15.25) $r_{max} = \sqrt{m\lambda R}$.

15.3 Дифракція

Дифракція обумовлена хвильової природою світла і спостерігається при поширенні світла в середовищі з різко вираженими неоднорідностями. У вузькому сенсі ***дифракція*** – це здатність світлової хвилі огинати перешкоди, розміри яких порівнянні з довжиною хвилі, і потрапляти в область геометричної тіні.

Наближений метод, за допомогою якого можна розрахувати закономірності дифракційних картин, називається ***принципом Гюйгенса–Френеля***. Основні положення принципу Гюйгенса–Френеля:

1. Кожну точку фронту хвилі можна розглядати, як джерело вторинних сферичних хвиль (рис. 15.10).

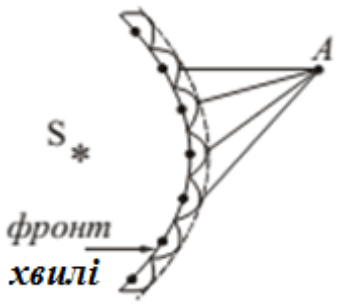


Рис 15.10

2. Вторинні хвилі когерентні, тому вони інтерферують між собою.

3. Амплітуда коливань в будь-якій точці визначається як результат інтерференції вторинних хвиль від нескінченної кількості вторинних джерел, тобто в точці *A* накладається безліч променів (рис. 15.10).

15.3.1 Дифракційна решітка

Дифракційна решітка – це спектральний оптичний прилад, призначений для розкладання світла в спектр і вимірювання довжин хвиль. Вона являє собою плоску скляну пластинку, на яку за допомогою ділильної машини через суворо однакові інтервали наносять паралельні штрихи. Проміжки між штрихами прозорі для світлових променів і грають роль щілин. Штрихи розсіюють промені і, тому, є непрозорими. Основним параметром решітки є відстань між центрами сусідніх штрихів, який називають ***періодом*** d (сталою) ***дифракційної решітки***:

$$d = a + b \tag{15.26}$$

де a – ширина щілини, b – розмір перешкоди (рис. 15.11).

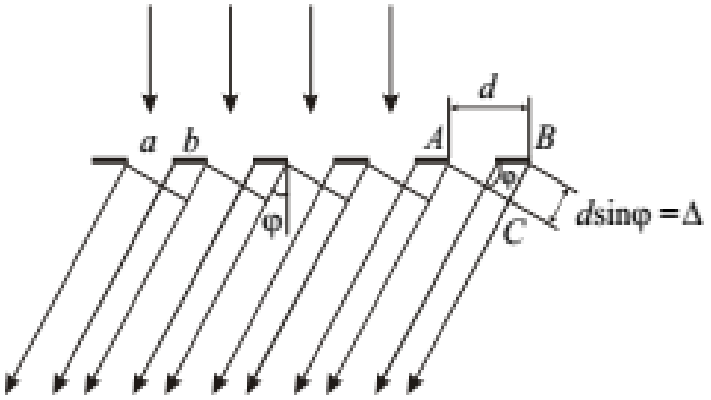


Рис 15.11

На 1 мм може бути нанесено $10^3 \div 10^5$ штрихів, а період решітки може мати значення (1÷10) мкм.

Розглянемо дифракцію паралельних променів. Щоб отримати пучок паралельних променів зазвичай використовують невелике джерело світла. Його поміщають у фокусі збиральної лінзи. Промені після лінзи йдуть паралельно один одному. Розподіл інтенсивності вивчають за допомогою другої лінзи, яка знаходиться між решіткою і екраном, який розташований в фокальній площині цієї лінзи.

Нехай світлова хвиля падає на решітку нормально (тобто перпендикулярно її поверхні). З кожної щілини виходять промені в усіх напрямках (рис. 15.12). Оберемо з безлічі променів ті, які відхилилися на кут

φ від первісного напрямку. Кут φ називається ***кутом дифракції***. За допомогою лінзи ці промені можна зібрати в одну точку на екрані.

Оскільки в цю точку промені приходять з деякою постійною різницею ходу, то буде спостерігатися їх інтерференція.

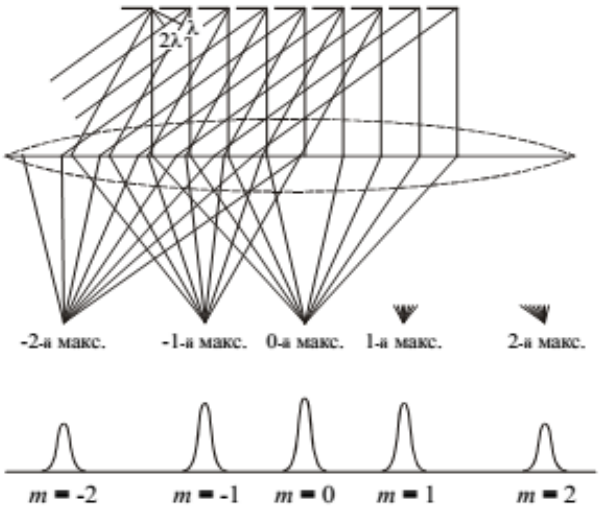


Рис 15.12

Для того щоб спостерігався максимум, повинна бути виконана умова:

$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2} \qquad (15.27)$$

де Δ – різниця ходу променів, λ – довжина хвилі, m = 0, 1, 2, 3 ... – порядок (номер) дифракційного максимуму.

З прямокутного трикутника *ACB* (рис. 15.11) можна знайти різницю ходу променів від відповідних точок сусідніх щілин:

$$\Delta = d\sin\varphi \qquad (15.28)$$

Промені, які дифрагують, від усіх інших відповідних точок сусідніх щілин матимуть таку ж різниця ходу в тому ж напрямку. Інші пари щілин можна розглянути аналогічним шляхом.

Прирівнявши вирази (15.27) і (15.28), отримаємо умову головних максимумів для дифракційної решітки:

$$d\sin\varphi = m\lambda \qquad (15.29)$$

Дифракційну картину отримують на екрані, який розташовують в фокальній площині збиральної лінзи. Дифракційна картина матиме вигляд

вузьких світлих смуг, розділених темними проміжками. Центральний максимум (m=0) має найбільшу інтенсивність. Всі інші розташовуються симетрично відносно центрального максимуму справа і зліва (рис. 15.12).

Інтенсивність смуг зменшується при віддаленні від центру.

Згідно (15.29) $d\sin\varphi = m\lambda$ положення максимумів залежать від довжини хвилі λ. При освітленні решітки білим світлом на екрані спостерігається незабарвлений центральний максимум нульового порядку, а по обидва боки від нього – дифракційні спектри 1–го, 2–го і т.д. порядків. Спектри мають вигляд веселкових смужок, у яких спостерігається безперервний перехід забарвлення від фіолетового кольору у внутрішнього краю спектру до червоного у зовнішнього краю.

Дифракційні решітки характеризують роздільною здатністю.

Роздільною здатністю спектрального приладу називають безрозмірну величину

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \qquad (15.30)$$

де $\Delta\lambda=\lambda_2-\lambda_1$ – мінімальна різниця довжин хвиль двох спектральних ліній, при якій ці лінії сприймаються окремо.

Роздільну здатність решітки можна розрахувати, користуючись умовою Релея, за якою дві монохроматичні спектральні лінії видно роздільно в тому випадку, коли головний максимум однієї лінії потрапляє на місце найближчого до нього мінімуму другої лінії (рис. 15.13). Згідно цієї умови роздільна здатність дифракційної решітки

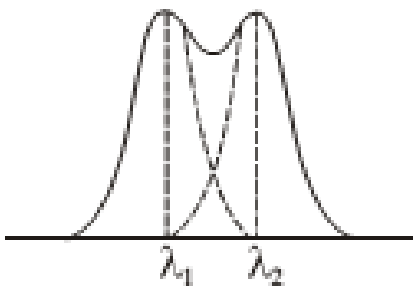


Рис 15.13

$$R = mN \qquad (15.31)$$

де N – число штрихів решітки, m – порядок дифракційного максимуму.

В решітці велика роздільна здатність досягається за рахунок великих значень N, оскільки порядок m невеликий.

15.3.2 Дифракція рентгенівських променів

Просторовою або ***тривимірною дифракційною решіткою*** називається таке оптично неоднорідне середовище, неоднорідності якого періодично повторюються.

Прикладом просторової дифракційної решітки може бути кристалічна решітка твердого тіла. Частинки, які знаходяться у вузлах цієї решітки (атоми, молекули, іони), грають роль впорядковано розташованих центрів, які розсіюють когерентне світло. Сталі кристалічних решіток твердих тіл малі (d~$5\cdot10^{-10}$ м), тому для рентгенівських променів ($\lambda_{рентг}=10^{-11}\div10^{-9}$ м) кристали являють собою природні решітки.

Дифракцію рентгенівських променів на кристалах можна трактувати як результат інтерференції рентгенівського випромінювання, яке дзеркально відбивається від системи паралельних площин. Ці площини проходять через вузли кристалічної решітки і називаються ***атомними площинами кристала*** (рис. 15.14). Відстань d між сусідніми атомними площинами називається ***міжплощинною відстанню***. Кут θ між падаючим променем і атомною площиною кристала називається ***кутом ковзання***.

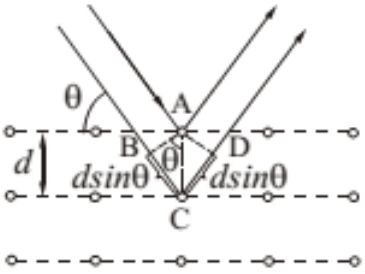


Рис 15.14

Різниця ходу променів, відбитих від двох сусідніх міжатомних площин

$$\Delta = BC + CD = 2d\sin\theta \qquad (15.32)$$

Для того, щоб спостерігався максимум, повинна виконуватися умова:

$$\Delta = 2m\frac{\lambda}{2} \qquad (15.33)$$

Прирівнявши співвідношення (15.32) $\Delta = 2d\sin\theta$ і (15.33) $\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$, отримаємо:

$$2d\sin\theta = m\lambda \qquad (15.34)$$

Ця формула називається ***формулою Вульфа–Брега***.

Дифракція рентгенівських променів від кристалів знаходить два основних застосування:

1. Дослідження спектрального складу рентгенівського випромінювання (рентгенівська спектроскопія).

2. Вивчення структури кристалів (рентгеноструктурний аналіз).

15.4 Дисперсія світлових хвиль

Дисперсією світла називається залежність фазової швидкості електромагнітної хвилі в середовищі від її частоти. Середовища, в яких фазова швидкість залежить від частоти, називаються ***диспергуючими середовищами***. Фазова швидкість електромагнітної хвилі $v = {}^{c}/_{n}$, де c – швидкість світла у вакуумі (c=3·10^8 м/с), n – показник заломлення середовища. Швидкість світла у вакуумі величина постійна, тому існування дисперсії в середовищі обумовлено тим, що показник заломлення середовища n залежить від циклічної частоти ω.

Звичайне скло, наприклад, прозоре для видимого світла, і в цій області частот спостерігається дисперсія світла в склі (рис. 15.15). Біле світло, пройшовши через призму, утворює райдужний спектр. Фіолетовий промінь заломлюється більше, оскільки має велику частоту.

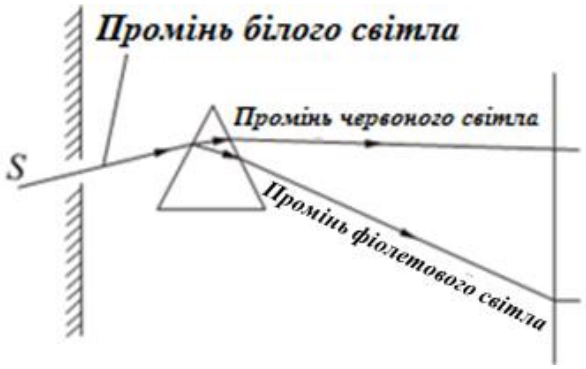


Рис 15.15

15.5 Поляризація світла

Електромагнітні хвилі є поперечними. Це означає, що вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$ і вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$ коливаються в площинах, які перпендикулярні до напрямку поширення хвилі ($\vec{E} \perp \vec{H}$) (рис.15.16). Вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$ називається світловим вектором. Напрямок коливань світлового вектора з часом може змінюватися.

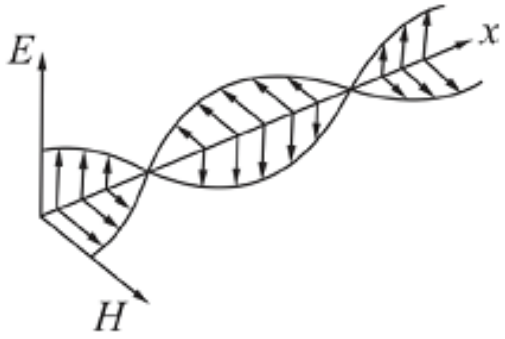


Рис 15.16

Якщо всі напрямки коливань світлового вектора в площині, яка перпендикулярна до напрямку поширення хвилі, рівновірогідні, то світло називається ***неполяризованим*** або ***природним***.

Якщо коливання вектора будь-яким чином впорядковані, то світло називається ***поляризованим***. Впорядкування в орієнтації векторів напруженості електричного $\vec{E}$ поля світлової хвилі в площині, яка перпендикулярна світловому променю називається ***поляризацією світла***. Поляризуватися можуть тільки поперечні хвилі.

Для того щоб визначити, поляризоване світло чи ні, використовують прилади, які пропускають світло тільки з певним напрямком вектора $\vec{E}$ (рис. 15.17). Залежно від призначення їх називають поляризаторами або аналізаторами.

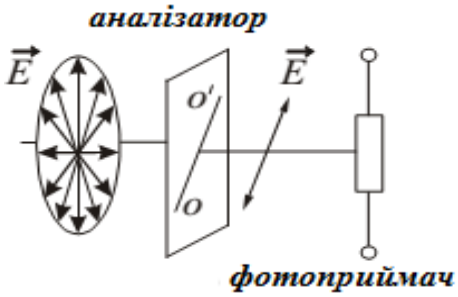


Рис 15.17

Якщо світло неполяризоване, то при повороті аналізатора навколо горизонтальної осі інтенсивність світла, яка сприймається фотоприймачем, завжди одна і та ж.

Крім поляризованого світла існує частково поляризоване світло. У цьому випадку напрямок світлового вектора також змінюється хаотично, але є деякий напрямок, при якому в середньому амплітуда коливань більше. Для цього випадку вводять поняття ступеня поляризації: обертаючи аналізатор, визначають значення максимальної I_{max} і мінімальної I_{min} інтенсивності, яка сприймається фотоприймачем. Ступінь поляризації визначається виразом:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \qquad (15.35)$$

Для неполяризованого світла $I_{max}=I_{min}$, ступінь поляризації $P = 0$.

Якщо неполяризоване світло проходить через поляризатор, то воно стає лінійно поляризованим світлом. При цьому $I_{min}=0$, а ступінь поляризації дорівнює 1.

Площина, в якій відбуваються коливання вектора $\vec{E}$ і яка проходить через напрямок поширення хвилі, називається ***площиною поляризації***.

Для лінійно поляризованого світла справедливий закон Малюса. Нехай коливання електричного вектора відбуваються у вертикальній площині і амплітуда коливань дорівнює E_0 (рис. 15.18).

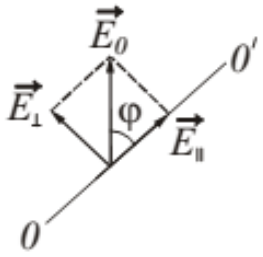


Рис 15.18

Якщо вісь аналізатора *OO*' повернута на кут φ по відношенню до напрямку поляризації, то до фотоприймача пройде світло з амплітудою

$$E_\parallel = E_0 \cos\varphi$$

Інтенсивність пропорційна квадрату амплітуди, тому

$$I = I_0 \cos^2\varphi \qquad (15.36)$$

де I_0 – інтенсивність поляризованого світла, що падає на аналізатор; I – інтенсивність світла, яке вийшло з аналізатора; φ – кут між площиною поляризації променя, падаючого на аналізатор і площиною пропускання аналізатора.

Вираз (15.36) називається ***законом Малюса***.

В реальних умовах необхідно враховувати, що електромагнітні хвилі відбиваються і поглинаються, тобто для реальних умов закон Малюса буде виглядати наступним чином:

$$I = I_0(1-k)\cos^2\varphi \qquad (15.37)$$

де *k* – коефіцієнт, що враховує втрати на відбиття і поглинання.

15.6 Відображення від межі розділу двох діелектриків. Закон Брюстера

Світлові промені, проходячи крізь межу розділу двох середовищ з різними показниками заломлення n_1 і n_2, відчувають відображення і заломлення. Відбитий і заломлені промені завжди виявляються частково поляризованими. У відбитому світлі коливання відбуваються переважно перпендикулярно площині падіння променя, в заломлених – в площині падіння (рис.15.19).

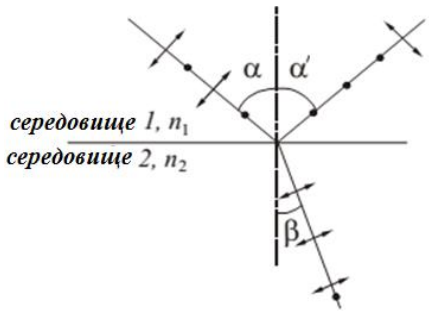


Рис 15.19

Д. Брюстер експериментально встановив, що відбитий промінь буде повністю поляризований, якщо відбитий і заломлений промені перпендикулярні один одному (рис. 15.20). Відповідний кут падіння називають ***кутом Брюстера*** і позначають $\alpha_Б$.

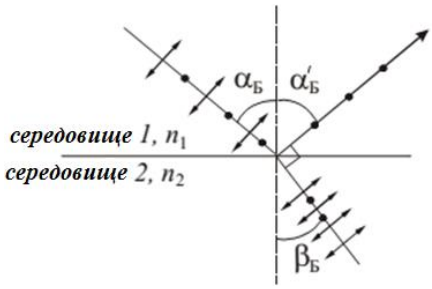


Рис 15.20

Кут Брюстера визначається наступним чином:

$$\operatorname{tg}\alpha_Б = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \qquad (15.38)$$

Вираз (15.38) називається ***законом Брюстера***: Світло, відбите від межі двох діелектриків, повністю лінійно поляризовано при куті падіння, тангенс якого дорівнює відносному показнику заломлення середовища, що відбиває світло.

§Лекція 16. Квантова оптика. Елементи квантової фізики

16.1 Квантова оптика

Квантовою оптикою називається розділ оптики, який займається вивченням явищ, в яких проявляються квантові властивості світла. До таких

явищ належать теплове випромінювання, фотоелектричний ефект, ефект Комптона.

16.1.1 Теплове випромінювання.

Всі тіла в тій чи іншій мірі випромінюють електромагнітні хвилі.

Наприклад, сильно нагріті тіла світяться, а при звичайних температурах є джерелами лише невидимого інфрачервоного випромінювання. Електромагнітне випромінювання, яке випускається речовиною і виникає за рахунок його внутрішньої енергії, називається ***тепловим випромінюванням***. Воно залежить тільки від температури і оптичних властивостей випромінюючого тіла.

Енергетичний потік (Φ_e) – скалярна фізична величина, яка дорівнює енергії електромагнітного випромінювання всіх ділянок спектра, яка випромінюється за одиницю часу:

$$\Phi_e = \frac{dW}{dt}$$

Для середніх величин

$$\Phi_e = \frac{W}{t} \tag{16.1}$$

$$[\Phi_e] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}$$

Енергетична світимість (***випромінюваність***) (R_e) – скалярна фізична величина, яка дорівнює енергії, яка випромінюється з одиниці поверхні за одиницю часу у всьому діапазоні довжин хвиль (від 0 до ∞):

$$R_e = \frac{d\Phi_e}{dS}$$

Для середніх величин

$$R_e = \frac{W}{St} \tag{16.2}$$

$$[R_e] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2\text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Спектральна густина енергетичної світимості (***випромінююча здатність***) ($r_{\lambda,T}$) – скалярна фізична величина, яка дорівнює енергії, випромінюваної з одиниці поверхні за одиницю часу в одиничному інтервалі, обраному поблизу заданої довжини хвилі:

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_{\text{e}}}{d\lambda} \tag{16.3}$$

$$[r_{\lambda,T}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2\text{с} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}$$

Значення спектральної густини енергетичної світимості залежить від довжини хвилі, температури, хімічного складу тіла і стану його поверхні. Енергетична світимість і спектральна густина енергетичної світимості пов'язані співвідношенням

$$R_{\text{e}} = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda \tag{16.4}$$

Абсолютно чорним тілом називається тіло, яке повністю поглинає все падаюче на нього випромінювання незалежно від його спектрального складу і напряму падаючого випромінювання, нічого не відбиваючи і не пропускаючи.

Абсолютно чорних тіл в природі не існує. Близькими до абсолютно чорного тіла є сажа і платинова чернь, але вони поглинають усе падаюче світло тільки в обмеженому інтервалі довжин хвиль.

Моделлю абсолютно чорного тіла може служити майже замкнута порожнина з невеликим отвором (рис. 16.1).

Рис 16.1

Випромінювання, яке проникло всередину порожнини через отвір *O*, багато разів відбивається від стінок.

При кожному відбитті частина енергії поглинається. В результаті чого практично все випромінювання будь-якої частоти повністю поглинається стінками порожнини незалежно від матеріалу.

Непрозорі тіла, які не випромінюють і не поглинають електромагнітних хвиль, і повністю відображають падаюче на них випромінювання, називаються дзеркальними.

Абсолютно дзеркальних тіл в природі також не існує. Близькою до дзеркала є поверхню срібла.

16.1.2 Закони Стефана–Больцмана і Віна

Згідно із законом Стефана–Больцмана енергетична світимість абсолютно чорного тіла пропорційна четвертій ступені його абсолютної температури:

$$R_{\text{e}} = \sigma T^4 \qquad (16.5)$$

де σ = 5,67·10^{-8} Вт/(м^{2}К^4) – стала Стефана–Больцмана.

Для сірих тіл цей закон застосовують в наступному вигляді:

$$R_{\text{e}} = \alpha\sigma T^4 \qquad (16.6)$$

де α – поглинальна здатність.

Закон Стефана–Больцмана, визначаючи залежність R_{e} від температури, не дає відповіді щодо спектрального складу випромінювання абсолютно чорного тіла. З експериментальних кривих залежності функції спектральної густини енергетичної світимості $r_{\lambda,T}$ від довжини хвилі λ при різних температурах (рис.16.2) випливає, що розподіл енергії в спектрі абсолютно чорного тіла є нерівномірним. З аналізу графіка були зроблені наступні висновки:

1. Енергетичний спектр теплового випромінювання є безперервним, тобто в ньому присутні всі довжини хвиль від 0 до ∞.

2. В області малих і великих довжин хвиль випромінювання мале.

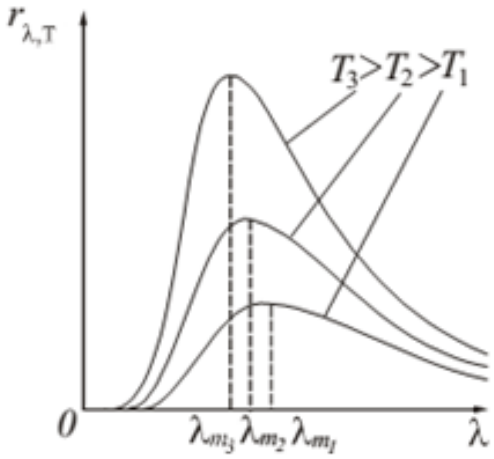


Рис 16.2

3. Криві мають максимуми, тобто існує довжина хвилі, при якій випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла приймає найбільше значення. З підвищенням температури максимум зміщується в бік більш коротких довжин хвиль.

4. Площа, яка охоплена кривою, дає енергетичну світимість абсолютно чорного тіла при відповідній температурі ($R_{\text{e}} = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda$).

5. Енергетична світимість абсолютно чорного тіла сильно зростає з температурою.

В. Він знайшов положення максимуму функції і залежність максимального значення випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла від температури.

Довжина хвилі, на яку припадає максимальне значення спектральної густини енергетичної світимості абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна його абсолютній температурі:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \qquad (16.7)$$

де b = 2,9·10^{-3} м·К – стала Віна.

Вираз (16.7) називають ***першим законом Віна (закон зміщення Віна).***

Максимальне значення спектральної густини енергетичної світимості абсолютно чорного тіла пропорційно п'ятій ступені його абсолютної температури:

$$\left(r_{\lambda,T}\right)_{max} = CT^5 \qquad (16.8)$$

де C = 1,3·10^{-5} Вт / (м^3·К^5) – стала величина.

Вираз (16.8) називають ***другим законом Віна***.

Встановлення законів Стефана–Больцмана і Віна дозволило створити прилади для вимірювання температури, які працюють без контакту з розпеченими тілами.

Сукупність методів вимірювання температури, заснованих на законах теплового випромінювання, називається ***оптичною пірометрією***. Прилади, які застосовуються для цих вимірювань, називаються пірометрами.

16.1.3 Гіпотеза Планка.

У 1900 році М. Планк висунув гіпотезу про природу випромінювання. Суть цієї гіпотези полягає в наступному:

Електромагнітне випромінювання випускається у вигляді окремих порцій енергії (квантів), величина яких пропорційна частоті випромінювання.

Енергія кванта:

$$\varepsilon = h\nu \qquad (16.9)$$

де ν – частота випромінювання.

Коефіцієнт пропорційності h згодом був названий сталою Планка.

h= 6,63·10^{-34} Дж·с.

Використовуючи співвідношення, яке зв'язує швидкість світла, довжину хвилі і частоту $c = \lambda\nu$, енергію кванта можна виразити формулою

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} \qquad (16.10)$$

16.1.4 Зовнішній фотоелектричний ефект. Закони фотоефекту

Зовнішнім фотоефектом називається явище випускання електронів поверхнею речовини під дією світла.

Електрони, які вилітають з речовини, називаються ***фотоелектронами***, а електричний струм, утворений ними при русі в зовнішньому електричному полі, називається ***фотострумом***.

Дослідження закономірностей фотоефекту можна провести за допомогою установки, схема якої зображена на рис. 16.3. Експериментальні дослідження показали, що навіть незначні забруднення поверхні металу істотно впливають на емісію (випускання) електронів під дією світла.

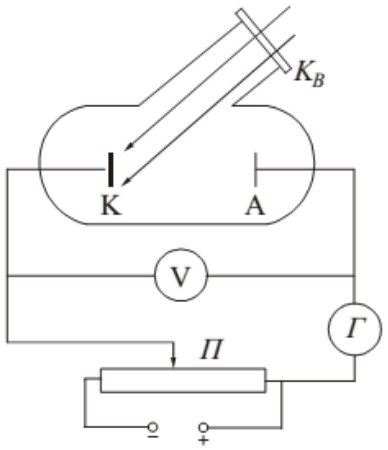


Рис 16.3

Тому для вивчення фотоефекту користуються вакуумної трубкою. Світло, яке проникає через кварцове віконце K_B, освітлює катод К. Електрони, випущені внаслідок фотоефекту, переміщаються під дією електричного поля до анода А.

В результаті в ланцюзі приладу тече фотострум, який вимірюється гальванометром *Г*. Напругу між анодом і катодом можна змінювати за допомогою потенціометра *П*.

Отримана залежність фотоструму I від напруги між електродами U (вольтамперна характеристика) представлена на рис. 16.4. Характеристика знімалася при незмінному світловому потоці Ф.

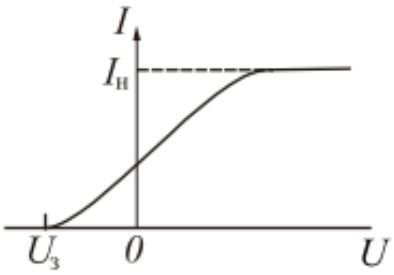


Рис 16.4

З аналізу цієї кривої можна зробити наступні висновки:

1. При певній напрузі фотострум досягає насичення. Це означає, що всі електрони, випущені катодом, потрапляють на анод.

Сила струму насичення $I_н$ буде визначатися кількістю електронів, які випускаються катодом в одиницю часу під дією світла.

2. Пологий хід кривої вказує на те, що електрони вилітають з катода з різними за величиною швидкостями. При напрузі U=0 частина електронів долітає до анода «самостійно», без допомоги прискорюючого поля.

3. Для того щоб обернути силу струму в нуль, потрібно докласти ***затримуючу напругу*** $U_з$. При такій напрузі жодному з електронів, навіть тим, які мають при вильоті з катода найбільше значення швидкості υ_{max}, не вдається досягти анода.

На підставі експериментів були встановлені наступні ***закони фотоефекту***:

1. Фотострум насичення пропорційний світловому потоку при незмінному спектральному складі світла, що падає на анод.

2. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно залежить від частоти падаючого світла і не залежить від його інтенсивності.

3. Для кожної речовини існує мінімальна частота світла ν_0, при якій ще можливий фотоефект. При $\nu < \nu_0$ (або при $\lambda > \lambda_0$) фотоефекту немає. Довжину хвилі λ_0 називають ***червоною межею фотоефекту***.

З точки зору хвильових уявлень про світло фотоефект пояснити не вдалося. А. Ейнштейн висловив гіпотезу про те, що світло не тільки випромінюється, але також поширюється в просторі і поглинається речовиною у вигляді окремих квантів електромагнітного випромінювання. Квант оптичного діапазону випромінювання називають ***фотоном***.

Всі фотони монохроматичного світла частоти ν мають однакову енергію

$$\varepsilon = h\nu \qquad (16.11)$$

де h – стала Планка.

У разі поглинання світла речовиною кожен поглинений фотон передає всю свою енергію електрону. Частина цієї енергії електрон витрачає на здійснення роботи виходу $A_{\text{вих}}$ з речовини.

Роботою виходу називається мінімальна енергія, яку необхідно надати електрону для того, щоб вирвати його з твердого або рідкого тіла в вакуум. Залишок енергії утворює кінетичну енергію електрона, який покинув речовину. У цьому випадку за законом збереження енергії має виконатися співвідношення

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mv_{max}^2}{2} \qquad (16.12)$$

яке називається ***рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту***.

З рівняння Ейнштейна безпосередньо випливає другий закон фотоефекту:

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = h\nu - A_{\text{вих}} \qquad (16.13)$$

тобто максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно залежить від частоти, оскільки робота виходу для даної речовини величина постійна.

При $\nu=\nu_0$ кінетична енергія перетворюється на нуль. При цьому

$$h\nu_0 = A_{\text{вих}} \qquad (16.14)$$

тобто червона межа фотоефекту визначатиметься природою речовини.

Якщо прикласти затримуючу напругу $U_з$, то фотострум обертається в нуль. При цьому робота електричного поля буде дорівнюватии максимальній кінетичній енергії фотоелектронів, які вилетіли:

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eU_з \qquad (16.15)$$

m– маса електрона; e – заряд електрона.

Зробивши заміну в рівнянні (16.12) $h\nu = A_{вих} + \frac{mv_{max}^2}{2}$, отримаємо ще одну форму запису рівняння Ейнштейна:

$$h\nu = A_{вих} + eU_з \qquad (16.16)$$

16.1.5 Ефект Комптона

Найвиразніше корпускулярні властивості світла виявляються в явищі, яке було відкрито в 1923 році і називається ефектом Комптона.

Якщо на речовину, яка розсіює, направити пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання, то довжина хвилі λ' розсіяного випромінювання виявиться більше довжини хвилі λ падаючого. Схема досліду Комптона представлена на рис. 16.5. Промінь монохроматичного рентгенівського випромінювання, який обмежений діафрагмами ДД, спрямовувався на речовину РР, яка розсіює.

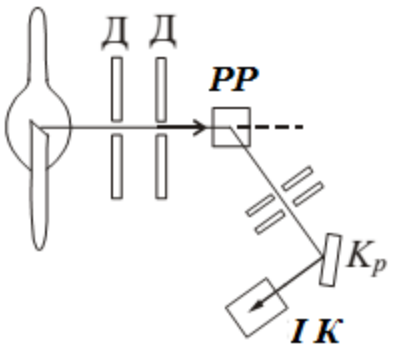


Рис 16.5

Спектральний склад досліджувався за допомогою рентгенівського спектрографа, який складається з кристала K_p і іонізаційної камери *ІК*.

Різниця Δλ=λ'–λ виявилася залежною тільки від кута θ, який утворений напрямком розсіяного випромінювання з напрямком первинного променя (рис. 16.6). Від довжини хвилі λ і від природи речовини, яка розсіює, зміна довжини хвилі Δλ не залежить:

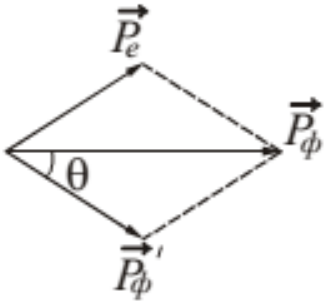


Рис 16.6

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) \qquad (16.17)$$

θ – кут розсіювання, тобто кут між напрямком початкового і розсіяного пучків; m_0 – маса спокою частинки, на якій відбувалося розсіювання.

Співвідношення

$$\frac{h}{m_0 c} = \lambda_C \qquad (16.18)$$

називається ***комптонівською довжиною хвилі***.

У процесі вивчення природи світла з'ясувалося, що в оптичних явищах спостерігається корпускулярно–хвильовий дуалізм. Інтерференція, дифракція і поляризація говорять про хвильову природу світла, а фотоефект і ефект Комптона – про корпускулярну.

16.2 Елементи квантової фізики

Квантова механіка – це фізична теорія явищ і процесів мікросвіту. Під мікросвітом розуміють сукупність об'єктів, лінійні розміри яких 10^{-8}–10^{-15} м.

Закони класичної механіки і класичної електродинаміки виявилися непридатними для опису поведінки мікрочастинок. Необхідно було переглянути уявлення про електрон у вигляді механічної частинки, яка характеризується певними координатами і певною швидкістю.

16.2.1 Постулати Бора

Перша спроба побудувати якісно нову теорію атома була зроблена в 1913 р датським фізиком Нільсом Бором. В основу своєї теорії Бор поклав два постулати.

Перший постулат Бора (***постулат стаціонарних станів***): в атомі існують стаціонарні (які не змінюються з часом) стани, в яких він не випромінює енергії. Стаціонарним станам атома відповідають стаціонарні орбіти, по яких рухаються електрони. Рух електронів по стаціонарних орбітах не супроводжується випромінюванням електромагнітних хвиль.

У стаціонарному стані атома електрон, рухаючись по круговій орбіті, повинен мати дискретні значення моменту імпульсу, що задовольняють умові

$$m_e \upsilon r_n = n\hbar \qquad (n = 1, 2, 3, \dots) \tag{16.19}$$

де m_e – маса електрона, υ – його швидкість по n–й орбіті радіуса r_n, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

Другий постулат Бора (***правило частот***): при переході електрона з однієї стаціонарної орбіти на іншу випромінюється (поглинається) один фотон з енергією

$$h\nu = E_n - E_m \tag{16.20}$$

яка дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів. E_n і E_m – відповідно енергії стаціонарних станів атома до і після випромінювання (поглинання). Якщо $E_m<E_n$ відбувається випромінювання фотона (перехід атома зі стану з більшою енергією в стан з меншою енергією, тобто перехід електрона з більш віддаленої від ядра орбіти на більш ближчу). Якщо $E_m>E_n$ відбувається поглинання фотона (перехід атома в стан з більшою енергією, тобто перехід електрона на більш віддалену від ядра орбіту).

16.2.2 Гіпотеза де Бройля

У 1924 році Луї де Бройль висунув гіпотезу про те, що корпускулярно хвильова подвійність властивостей має універсальний характер, тобто частинки речовини поряд з корпускулярним властивостями мають також і хвильові. Відповідно до гіпотези де Бройля, рух електрона або будь-якої іншої частинки пов'язаний з хвильовим процесом, довжина хвилі якого дорівнює

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \qquad (16.21)$$

де h – стала Планка, $p=mv$ – імпульс частинки.

Якщо гіпотеза справедлива, то повинна мати місце дифракція мікрочастинок.

У 1927 році Девіссон і Джермер вивчали розсіювання електронів на монокристалі нікелю. Схема установки представлена на рис. 16.7. В

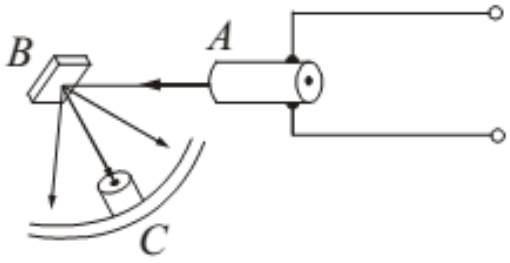


Рис 16.7

електронній гарматі A створювався потік електронів, який прямував на кристал нікелю B. Швидкість електронів визначалася напругою, яка прискорює, що створювалася всередині гармати. Нікелеву мішень можна було обертати навколо осі, яка перпендикулярна площині рисунка. Приймач електронів C обертався навколо тієї ж осі і реєстрував електрони, які розсіювалися мішенню в усіх напрямках.

Якби електрони вели себе як класичні частинки, то вони повинні були б відбиватися від мішені відповідно до законів геометричної оптики.

Але виявилося, що інтенсивність розсіяних електронів різна за різними напрямками – є максимуми і мінімуми числа електронів, розсіяних під різними кутами, тобто спостерігалася дифракція.

Результати дослідів Девіссона і Джермера можна пояснити, використовуючи ідею де Бройля про хвильові властивості частинок. Знаючи прискорюючу різницю потенціалів $U_{\text{приск}}$, можна розрахувати швидкість електронів:

$$\frac{mv^2}{2} = eU_{\text{приск}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU_{\text{приск}}}{m}}$$

де e – заряд електрона, m – маса електрона.

Потім за формулою (16.21) $\lambda = \frac{h}{mv}$ можна знайти відповідну довжину хвилі де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emU_{\text{приск}}}}$$

Якщо пучок електронів володіє хвильовими властивостями, то він повинен відбиватися від кристала нікелю так само, як і рентгенівське випромінювання, тобто має виконуватися умова Вульфа – Брегга:

$$2d \sin\theta = m\lambda$$

де d – міжплощинна відстань, яка відома з рентгенографічних досліджень. Підстановка реальних даних (значень d, θ) дала значення довжини хвилі, що збігається з довжиною хвилі де Бройля.

Таким чином, ідея де Бройля про хвильові властивості частинок отримала експериментальне підтвердження.

16.2.3 Хвильове рівняння Шредінгера

Рівняння руху в квантовій механіці має бути таким, щоб воно дозволяло пояснити спостережувані на досліді хвильові властивості частинок.

Стан частинки в просторі в даний момент часу задається хвильовою функцією ψ (x, y, z, t).

Основне рівняння квантової механіки було отримано в 1926 році Е. Шредінгером. Хвильове рівняння Шредінгера можна назвати рівнянням руху квантової частинки. Задати закон руху частинки в квантовій механіці – це значить визначити значення ψ–функції в кожен момент часу і в кожній точці простору.

Ми будемо розглядати рівняння Шредінгера тільки для випадку, коли псі-функція не залежить від часу, тобто $\psi = \psi(x, y, z)$. Рівняння Шредінгера при цьому називають рівнянням для стаціонарних станів. Воно записується в наступному вигляді:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0 \qquad (16.22)$$

де Δ – оператор Лапласа; $\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$; m – маса частинки;$\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h–стала Планка; E – повна енергія частинки; U – потенційна енергія частки.

Рівняння Шредінгера дозволяє знайти псі-функцію даного стану і визначити ймовірність знаходження частинки в різних точках простору.

У відповідності зі своїм змістом псі-функція повинна бути однозначною, безперервної і кінцевої. Крім того, вона повинна мати безперервну і кінцеву похідну. Перераховані вимоги називаються стандартними умовами. У теорії диференціальних рівнянь доводиться, що рівняння виду (16.22) має розв’язання, яке задовольняє стандартним умовам, лише за деяких значеннях параметра. У нашому випадку цим параметром є повна енергія частинки E. Ці значення повної енергії називаються власними

значеннями. Розв'язання, які відповідні власним значенням E, називаються власними функціями задачі.

Сукупність власних значень називається спектром величини. Якщо ця сукупність утворює дискретну послідовність, то спектр називається дискретним. Якщо власні значення утворюють безперервну послідовність, то спектр називають безперервним або суцільним.

У разі дискретного спектра власні значення енергії і власні функції можна пронумерувати:

$$E_1,\ E_2,\ E_3, \dots, E_n$$

$$\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3, \dots, \psi_n$$

Про величини, які можуть приймати тільки дискретні значення, кажуть, що вони квантуються. Таким чином, з основних положень квантової механіки випливає квантування енергії.

16.2.4 Атом водню і воднеподібні іони

Атомом називається найменша частинка речовини, яка володіє всіма властивостями даного хімічного елемента. До складу атома входять позитивно заряджене ядро і електрони, які рухаються в електричному полі ядра. Заряд ядра по абсолютній величині дорівнює сумарному заряду всіх електронів атома.

Іоном називається електрично заряджена частинка, яка утворюється при отриманні або втраті електронів атомом або молекулою.

Найпростішим атомом є атом водню, який складається з одного протона в ядрі і одного електрона, який рухається в кулонівському електричному полі ядра. Воднеподібними іонами є іони, які мають ядро із зарядом Ze і однин електрон. Наприклад, іони одноразово іонізованого гелію – He^{+}, дворазово іонізованого літію – Li^{++}, триразово іонізованого берилію – Be^{+++} і т.д.

Єдиний електрон водню і воднеподібних іонів рухається в кулонівському полі ядра і має потенційну енергією

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \qquad (16.23)$$

де Z – порядковий номер елемента; r – відстань між ядром і електроном.

Рівняння Шредінгера в цьому випадку набуде вигляду:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}\right)\psi = 0 \qquad (16.24)$$

де E – повна енергія електрона в атомі.

16.2.5 Квантові числа

Хвильова функція ψ залежить не тільки від просторових координат, а й від цілочисельних параметрів n, l, m. Ці параметри називаються ***квантовими числами***. Охарактеризуємо кожне з них:

1. n – головне квантове число. Приймає значення 1, 2, 3, ..., n. Відповідає номеру енергетичного рівня.

2. l – орбітальне квантове число. Приймає значення 0, 1, 2, 3, ..., (n–1), тобто має n значень.

3. m – магнітне квантове число. Приймає значення 0, ± 1, ± 2, ..., ± l, тобто має ($2l$ + 1) значень.

Конкретний набір квантових чисел визначає конкретний вид хвильової функції, форму і розміри електронної хмари. Значеннями квантових чисел визначаються також основні динамічні характеристики: енергія електрона в атомі, момент імпульсу, магнітний момент, проекції моменту імпульсу і магнітного моменту на напрямок зовнішнього магнітного поля.

16.2.6 Квантування енергії

Рівняння (16.24) має однозначні і безперервні розв‘язання для електрона, пов'язаного з ядром, при дискретних негативних значеннях енергії.

Ці значення енергії визначаються співвідношенням:

$$E_n = -\frac{Rch}{n^2}Z^2 \qquad (16.25)$$

де n – головне квантове число; $R = \frac{m_e e^2}{8h^2\varepsilon_0^2} = 1{,}1 \cdot 10^7 \text{м}^{-1}$ – стала Рідберга; c = $3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла; h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка.

Якщо підставити значення постійних в рівняння (16.25) і виразити енергію в електрон–вольтах ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж = 1 еВ), то воно прийме наступний вигляд:

$$E_n = -\frac{13{,}6 \text{ еВ}}{n^2}Z^2 \qquad (16.26)$$

Набір дискретних значень енергії E_n утворює енергетичний спектр атома. Стан з n=1 називається ***основним***, стан з n>1 називаються ***збудженими***. В основному стані електрон може перебувати як завгодно довго. Найважливішою відмінністю збуджених станів є кінцевий час τ життя електрона в цих станах: $\tau \approx 10^{-8}$ с. В основному стані атом має мінімальну енергією. Щоб перевести атом з основного стану в збуджений (тобто в стан з більшою енергією), йому необхідно повідомити енергію. Енергію можна повідомити одним із таких способів:

– за рахунок теплового зіткнення (тому нагріті тіла світяться – атоми випромінюють, повертаючись із збудженого стану в основний стан);

– за рахунок зіткнення атома з досить швидким електроном;

– за рахунок поглинання атомом фотона.

Фотон при поглинанні його атомом зникає, передаючи атому всю свою енергію. Атом не може поглинути частину фотона, оскільки фотон є неподільним. Поглинаються лише ті фотони, енергія яких відповідає різниці енергій двох рівнів.

Енергія збудження

$$E_з = E_n - E_1 \qquad (16.27)$$

де E_1 – енергія електрона в основному стані; E_n – енергія електрона в збудженому стані.

Величина

$$\varphi_з = \frac{E_з}{e} \tag{16.28}$$

називається ***потенціалом збудження*** (e – заряд електрона).

Енергія електрона в атомі – величина негативна, тому найбільше значення енергії, яке може мати електрон $E_{\max} = 0$. При цьому n прямує до нескінченності ($n \to \infty$). Це відповідає іонізації атома, тобто відриву від нього електрона. ***Потенціал іонізації***

$$\varphi_i = \frac{E_i}{e} \tag{16.29}$$

де $E_i = -E_1$ – енергія іонізації атома.

Серед оптичних властивостей атома найважливішим є його спектр випромінювання. Оскільки будь-яка спектральна лінія виникає при переході з одного енергетичного рівня на інший, то оптичний спектр атома водню і воднеподібних іонів є лінійчатим. Довжини хвиль спектральних ліній описуються ***узагальненою формулою Бальмера***:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2}\right)Z^2 \tag{16.30}$$

де n_i– номер енергетичного рівня, на який переходить електрон; n_k – номер енергетичного рівня, з якого переходить електрон.

Спектральні лінії прийнято групувати в спектральні серії. У кожну серію входять всі лінії з фіксованим n_i, тобто які відносяться до переходу електрона (при випромінюванні) на один і той же нижній рівень з різних верхніх. На рис. 16.8 показана схема рівнів енергії атома водню і його спектральні серії.

Серію з $n_i = 1$ ($n_k = 2, 3, 4, ...$) називають ***серією Лаймана***. Лінії знаходяться в області ультрафіолетового випромінювання.

Серія з $n_i = 2$ ($n_k = 3, 4, 5, ...$) носить назву ***серії Бальмера***. Чотири перші лінії цієї серії лежать у видимій частині спектру. Решта лінії серії Бальмера знаходяться в області ультра фіолетового випромінювання.

Серії з $n_i = 3$ ($n_k = 4, 5, 6, ...$) – ***серія Пашена***,

$n_i = 4$ ($n_k = 5, 6, 7, ...$) – ***серія Брекета***,

$n_i = 5$ ($n_k = 6, 7, 8, ...$) – ***серія Пфунда***

знаходяться в інфрачервоній частині спектра.

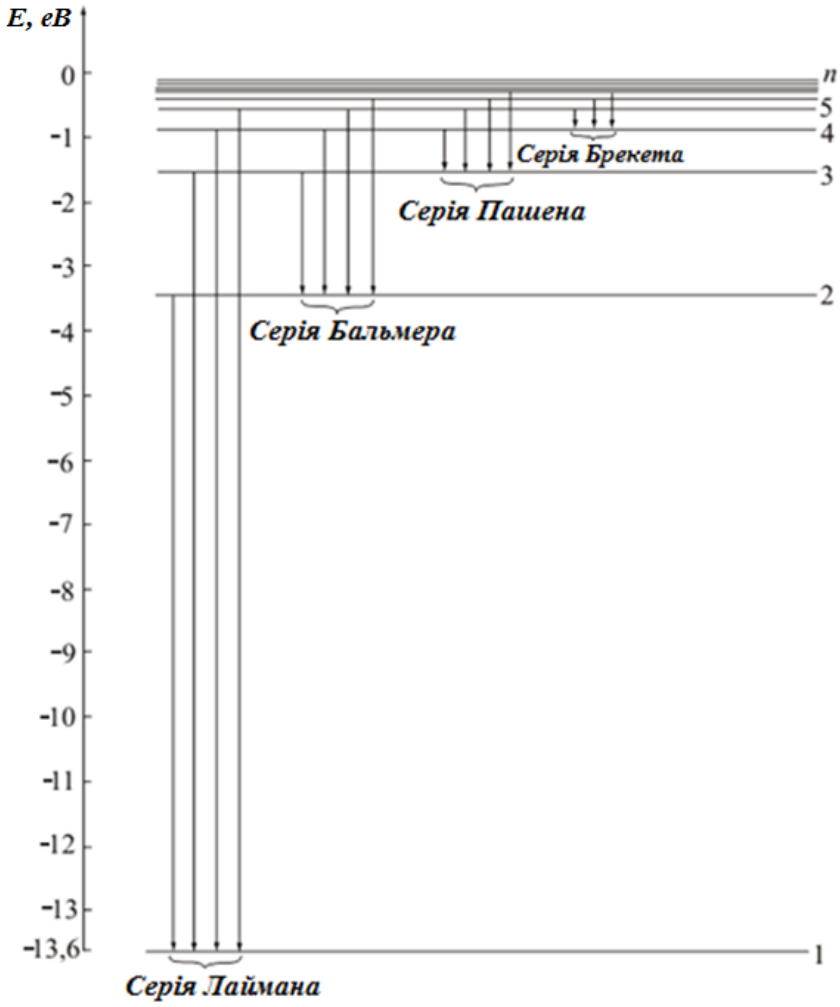


Рис 16.8

§Лекція 17. Елементи фізики атомного ядра

Ядерна фізика – це розділ фізики, який вивчає структуру і властивості атомних ядер і їх перетворення: процеси радіоактивного розпаду і ядерні реакції.

17.1 Склад ядра

Ядро – це центральна частина атома, у якій зосереджена практично вся маса атома і його позитивний електричний заряд. До складу ядра входить два види часток:

– протони ($_1^1p$);

– нейтрони ($_0^1n$).

Протон має позитивний заряд, який дорівнює по величині заряду електрона: $q=+e=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

Маса протона $m_p=1{,}00728$ а.о.м.$\approx1{,}67\cdot10^{-27}$кг.

Протон вперше був отриманий Резерфордом в результаті ядерної реакції:

$$_7^{14}N + {}_2^4He \rightarrow {}_1^1p + {}_8^{17}O$$

Нейтрон немає заряду, тобто $q=0$.

Маса нейтрона $m_n=1{,}00866$ а.о.м. $\approx1{,}67\cdot10^{-27}$ кг. Відкритий в 1932 році Чедвіком при здійсненні реакції:

$$_4^9Be + {}_2^4He \rightarrow {}_0^1n + {}_6^{12}C$$

У ядерній фізиці вважається, що протон і нейтрон – це два зарядових стани однієї частинки, яка називається ***нуклоном***. Протон – протонний стан нуклона з зарядом $+e$; нейтрон – нейтронний стан нуклона з нульовим електричним зарядом.

17.2 Характеристики атомного ядра

Основними характеристиками ядра є його заряд і маса. ***Зарядом ядра*** називається величина $Z\cdot e$, де e – величина заряду протона, Z – порядковий номер хімічного елемента в періодичній системі елементів Менделєєва.

Порядковий номер Z збігається з числом протонів в ядрі.

Маса атомного ядра практично збігається з масою всього атома, оскільки маса електронів дуже маленька.

Маси атомів: 1а.о.м.$=1{,}6605655\cdot10^{-27}$ кг.

A – ***масове число ядра*** – ціле число, найближче до атомної маси, вираженої в а.о.м. Воно визначає число нуклонів, тобто загальне число протонів і нейтронів в ядрі: $A = N + Z$. Тоді число нейтронів $N = A – Z$.

Ядра позначаються тим же символом, що і нейтральний атом:

$$^{A}_{Z}X$$

де X – символ хімічного елемента.

При вимірах мас атомів були виявлені ізотопи і ізобари.

Ізотопи – ядра, які мають однаковий порядковий номер Z, але різне масове число A. Водень має 3 ізотопи: $^{1}_{1}H$ – протій, $^{2}_{1}H$ – дейтерій, які є стабільними і $^{3}_{1}H$ – тритій, який є радіоактивним. Кисень має 3 ізотопи: $^{16}_{8}O$, $^{17}_{8}O$, $^{18}_{8}O$. У більшості випадків ізотопи мають однакові фізичні властивості (виняток водень H), тому що вони визначаються в основному структурою електронних оболонок, а вона у ізотопів однакова. У природі зустрічається 300 стійких ізотопів хімічних елементів і є близько 1000 штучних (радіоактивних) ізотопів.

Ізобари – ядра, які мають однакове масове число A, але різний порядковий номер Z. Наприклад, ізобари берилію: $^{10}_{4}Be$, $^{10}_{5}B$, $^{10}_{6}C$. Ізобари в основному зустрічаються серед важких ядер.

17.3 Розміри ядер

Ядро є системою частинок, яка підкоряються законам квантової механіки. Ядро вважається кулею, радіус якої визначається емпіричною формулою:

$$R = R_0 \sqrt[3]{A} \qquad (71)$$

де A – масове число, величина $R_0 = (1{,}3 \div 1{,}7) \cdot 10^{-15}$ м – пропорційність об’єму ядра числу нуклонів. У ядерній фізиці прийнята наступна одиниця виміру розмірів: 10^{-15} м = 1 Ф (фермі).

Об’єм ядра пропорційний числу нуклонів, тобто густина ядерної речовини приблизно однакова (~ 10^{17}кг/м^3). Дуже висока густина говорить про виключно високу інтенсивність ядерної взаємодії.

17.4 Властивості ядерних сил

Ядерна взаємодія між нуклонами називається ***сильною взаємодією***. Її можна описати за допомогою поля ядерних сил, які не відносяться до жодного з раніше розглянутих типів сил. Відмінні риси ядерних сил:

1. Ядерні сили – це сили притягування. Вони не мають електричного походження, діють на відстанях ~4,2 фермі, тому їх називають короткодіючими.

2. Ядерні сили є зарядово незалежними, тобто ядерна взаємодія двох нуклонів не залежить від того, мають чи ні електричний заряд обидва нуклона.

3. Ядерні сили не є центральними.

4. Для ядерних сил характерно насичення. Насичення проявляється в тому, що нуклон взаємодіє не з усіма іншими нуклонами ядра, а лише з деякими найближчими сусідами.

5. Ядерні сили мають обмінний характер. Вважається, що взаємодія між двома частинками здійснюється завдяки обміну третьою частинкою. У 1935 році Юкава і Тамм виявили, що ці частинки мають масу спокою m_0=200m_{0e}, m_{0e} – маса спокою електрона. Назвали ці частинки π–мезонами або півоніями.

17.5 Дефект маси ядра.

Мас-спектрометричні вимірювання показали, що маса ядра менше, ніж сума мас нуклонів, з яких воно складається.

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} \qquad (17.2)$$

Величина Δm називається ***дефектом маси***. У довідкових таблицях наводяться маси атомів, а не ядер, тому дефект маси виражають через масу атома:

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - (m_{\text{а}} - Zm_e) == Z\left(m_p + m_e\right) + (A-Z)m_n - m_{\text{а}}$$

$$\Delta m = Zm_{{}_1^1H} + (A-Z)m_n - m_{\text{а}} \qquad (17.3)$$

Будь-яка зміна маси має відповідати зміні енергії, тобто при утворенні ядра повинна виділятися певна енергія. Для поділу ядра необхідно затратити таку ж кількість енергії, що виділяється при його утворенні.

17.6 Енергія зв'язку ядра

Енергія зв'язку ядра $E_{\text{зв}}$ – енергія, яку необхідно затратити, щоб розщепити ядро на окремі нуклони. Енергія зв'язку:

$$E_{\text{зв}} = \Delta mc^2 = \left(Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{я}}\right)c^2$$

або

$$E_{\text{зв}} = \Delta mc^2 = \left(Zm_{{}_1^1H} + (A-Z)m_n - m_{\text{а}}\right)c^2 \qquad (17.4)$$

де c – швидкість світла.

Якщо маси виразити в а.о.м., то енергія зв'язку обчислюється за формулою:

$$E_{\text{зв}} = 931{,}5\Delta m\ (\text{МеВ}) \qquad (17.5)$$

оскільки одній атомної одиниці маси відповідає атомна одиниця енергії 1а.о.е. = c^2·1а.о.м. = $9\cdot10^{16}\cdot1{,}66\cdot10^{-27} = 1{,}491\cdot10^{-10}$Дж/$1{,}6\cdot10^{-19}$ = 931,5МеВ.

Питома енергія зв'язку $\varepsilon_{\text{пит}}$ – енергія зв'язку, яка припадає на один нуклон. Вона характеризує стійкість (міцність) атомних ядер.

$$\varepsilon_{\text{пит}} = \frac{E_{\text{зв}}}{A} \qquad (17.6)$$

Чим більше питома енергія зв'язку, тим стійкіше ядро. Залежність питомої енергії зв'язку від масового числа приведена на рис. 17.1. Для більшості елементів $\varepsilon_{\text{пит}} \approx 8\,\frac{\text{МеВ}}{\text{нуклон}}$

Найбільш стійкими є ядра середньої частини таблиці. Легкі або важкі ядра менш стійкі, тобто енергетично вигідні такі процеси:

1. Розчеплення важких ядер на більш легкі (реакція поділу). Реакції поділу лежать в основі роботи ядерних реакторів і ядерної бомби.

2. Злиття легких ядер один з одним в більш важкі (вимагають температури T~10^8K, тому їх називають термоядерними). Відбуваються в надрах Сонця і зірок. Некеровані термоядерні реакції відбуваються при вибуху водневої бомби.

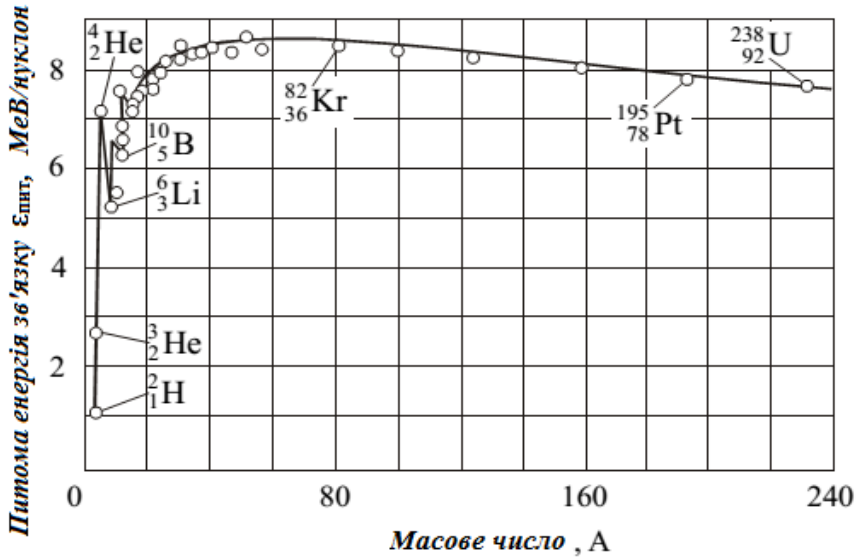


Рис 17.1

Це пояснюється тим, що енергія буде виділятися при таких ядерних реакціях, при яких питома енергія зв'язку ядер до реакції буде перевищувати питому енергію зв'язку вихідних ядер.

17.7 Ядерні перетворення

Існують два типи ядерних перетворень:

– ядерні реакції;

– радіоактивність.

Ядерні реакції – перетворення атомних ядер при їх взаємодії з елементарними частинками (в тому числі і з γ–квантами) або один з одним.

Символічно ядерні реакції записуються в наступному вигляді:

$$X + \alpha \rightarrow Y + \beta \qquad (17.7)$$

де X і Y – вхідне і кінцеве ядра; α і β – частинки, якими бомбардують і які випускаються в ядерній реакції.

У будь-якій ядерній реакції виконуються ***закони збереження електричних зарядів і масових чисел***:

– сума зарядів ядер і частинок, що вступають в ядерну реакцію, дорівнює сумі зарядів продуктів реакції (ядер і частинок);

– сума масових чисел ядер і частинок, які вступають в ядерну реакцію, дорівнює сумі масових чисел продуктів реакції (ядер і частинок).

Ядерна реакція характеризується енергією ядерної реакції Q, яка дорівнює різниці енергій кінцевої і початкової пар в реакції:

$$Q = \left(\sum m_i - \sum m_k\right) \cdot c^2 \qquad (17.8)$$

де $\sum m_i$ – сума мас частинок до реакції; $\sum m_k$ – сума мас частинок після реакції.

Якщо маси виразити в а.о.м., то енергія ядерної реакції обчислюється в МеВ за формулою:

$$Q = 931{,}5\left(\sum m_i - \sum m_k\right) \qquad (17.9)$$

Ядерні реакції можуть бути:

а) екзотермічні (з виділенням тепла), при цьому $\sum m_i > \sum m_k$ (Q> 0);

б) ендотермічними (з поглинанням тепла), при цьому $\sum m_i < \sum m_k$ (Q <0).

17.8 Радіоактивність

Радіоактивність – явище самовільного (спонтанного) розпаду ядер, при якому утворюється нове ядро, і випускаються частинки.

Ядро, яке розпадається, називається материнським, виникаюче ядро називається дочірнім.

Природна радіоактивність спостерігається в основному у важких ядер, які розташовуються в періодичній системі Менделєєва за свинцем. Явище радіоактивності відкрито Анрі Бекерелем в 1896 році.

Залежно від того, яка частинка випускається, розрізняють наступні види розпаду:

1. ***α–розпад*** – випускання α–частинки, тобто ядер гелію – ${}_2^4He$

Сутність процесу полягає в вильоті з ядра двох протонів і двох нейтронів, пов'язаних в α–частинку.

$$ {}_{88}^{226}Ra \rightarrow {}_2^4He + {}_{86}^{222}Rn $$

2. ***β–розпад*** :

а) випускання електронів – e^- (β^- – розпад)

$$ {}_1^3H \rightarrow {}_2^3He + {}_{-1}^0e + \tilde{\nu} $$

б) випускання позитронів – e^+ (β^+ –розпад)

$$ {}_{11}^{22}Na \rightarrow {}_{+1}^0e + {}_{10}^{22}Ne + \nu $$

Сутність β–розпаду полягає у взаємному перетворенні нейтронів і протонів.

в) *K*–захват (електронне захоплення). Перетворення протона в нейтрон йде за схемою

$$ {}_1^1p + {}_{-1}^0e \rightarrow {}_0^1n + \nu $$

Електронне захоплення полягає в тому, що один з електронів на найближчому до ядра *K*–шарі атома захоплюється ядром. Тут $\tilde{\nu}$ і ν – електронні нейтрино і антинейтрино.

3. ***Гамма–випромінювання*** (***γ–випромінювання***) – це жорстке електромагнітне випромінювання з довжиною хвилі $\lambda<10^{-10}$м. Має велику проникаючу здатність, оскільки енергія квантів $\varepsilon \geq 10^4$ еВ.

При аналізі результатів радіоактивних розпадів дослідним шляхом були відкриті ***правила зміщення***:

1) при α–розпаді:

$$ {}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_2^4He $$

α–розпад зменшує масове число на 4, а зарядове на 2, тобто дочірній елемент зміщується на дві клітини вліво в таблиці Менделєєва.

2) при β^- – розпаді:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e$$

β^- – розпад не змінює масового числа, зарядове число збільшується на одиницю, тобто дочірній елемент зміщується на 1 клітку вправо.

17.9 Закон радіоактивного розпаду

Радіоактивний розпад зменшує з плином часу кількість ядер, які не розпалися. Самовільний розпад ядер підкоряється закону ***радіоактивного розпаду***:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (17.10)$$

де N_0 – число ядер в даному об'ємі речовини в момент часу $t = 0$; N – число ядер в тому ж об'ємі до моменту часу t; λ – стала розпаду.

Стала розпаду λ – це фізична величина, яка чисельно дорівнює частці ядер, що розпадаються за одиницю часу:

$$\lambda = \frac{dN}{Ndt} \qquad (17.11)$$

$[\lambda] = c^{-1}$.

Таким чином, стала розпаду визначає швидкість радіоактивного розпаду.

Для оцінки стійкості ядер зазвичай використовують не сталу розпаду, а величину, яка називається періодом напіврозпаду.

Період напіврозпаду ($T_{1/2}$) – час, протягом якого розпадається половина початкової кількості ядер даної радіоактивної речовини. Період напіврозпаду може змінюватися в дуже широких межах (від часток секунд до тисяч років). Період напіврозпаду і стала розпаду пов'язані наступним співвідношенням:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \qquad (17.12)$$

Закон самовільного радіоактивного розпаду ґрунтується на двох припущеннях:

1) стала розпаду не залежить від зовнішніх умов;

2) число ядер, які розпадаються за час dt пропорційне початковій кількості ядер N_0. Це означає, що закон радіоактивного розпаду є статистичним законом. Статистичні закони можна застосовувати тільки для великої кількості ядер. Закон радіоактивного розпаду не відповідає на питання, яке саме ядро розпадеться, тому що всі ядра неможливо розрізнити і розпад даного ядра є випадковою подією, яка має ту чи іншу ймовірність.

Часто буває, що ядра, які виникають в результаті радіоактивних перетворень, в свою чергу виявляються радіоактивними. Нові продукти розпаду також можуть виявитися радіоактивними, тобто виникає цілий ряд радіоактивних перетворень. У природі існують три радіоактивних ряди, родоначальниками яких служать уран ($^{238}_{92}U$), торій ($^{232}_{90}Th$) і актиній ($^{235}_{89}Ac$). Кінцевим продуктом у всіх випадках служать ізотопи свинцю.

Активність A (радіоактивного джерела) – число розпадів, які відбуваються за одиницю часу:

$$A = \frac{dN}{dt} \qquad (17.13)$$

$$[A] = 1\,\frac{\text{розпад}}{\text{с}} = 1 \text{ Бк (бекерель)}$$

Для вимірювання активності допускається застосування позасистемної одиниці – кюрі (Кі).

1 кюрі – активність, при якій відбувається $3{,}7\cdot10^{10}$ розпадів в секунду.

$$1 \text{ Кі} = 3{,}7\cdot10^{10} \text{ Бк}.$$

Активність препарату дорівнює добутку сталої розпаду λ на число N атомів, які не розпалися і містяться в цьому препараті:

$$A = -\lambda N \qquad (17.14)$$

Знак «–» означає, що активність з часом зменшується. Замінивши N за формулою (17.10), а $A_0 = -\lambda N_0$, отримаємо ***закон зміни активності***:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \qquad (17.15)$$

де A_0 – активність в момент часу $t = 0$.

Питома активність $A_{\text{пит}}$ – активність, поділена на одиницю маси речовини.

$$A_{\text{пит}} = \frac{A}{m} \qquad (17.16)$$

$A_{\text{пит}} = 1\,\frac{\text{Бк}}{\text{кг}}$

17.10 Гамма–випромінювання

Гамма–промені (***γ–промені***) представляють собою короткохвильове електромагнітне випромінювання. Оскільки γ–випромінювання має дуже малу довжину хвилі ($\lambda \leq 10^{-10}$ м), то, як наслідок, воно має яскраво виражені корпускулярні властивості, тобто є потоком частинок – гамма-квантів.

Випускання γ–квантів не є, як правило, самостійним видом випромінювання. Воно супроводжує α– і β–розпади.

Розрізняють:

– м'яке γ–випромінювання з енергією квантів ε ~ кеВ;

– жорстке γ–випромінювання з енергією квантів ε~МеВ.

γ–випромінювання може взаємодіяти з електронною оболонкою атомів і молекул, викликаючи їх іонізацію, а також з ядрами.

При проходженні γ–променів через речовину відбувається їх ослаблення.

Закон зміни інтенсивності γ–випромінювання підкоряється формулі:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \qquad (17.17)$$

де I_0 – інтенсивність γ–випромінювання, яке падає на поверхню речовини; μ – коефіцієнт лінійного ослаблення γ–променів в речовині, який залежить від природи речовини і спектрального складу потоку γ–випромінювання; x – товщина поглинаючого шару.

γ–випромінювання може викликати в речовині різні процеси:

1) фотоефект (істотне значення має для м'якого випромінювання, ε~10^4–10^5 еВ);

2) ефект Комптона (ε ~ 0,5 МеВ);

3) народження електронно–позитронних пар:

$$\gamma \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{+1}e$$

Велика енергія γ–квантів пояснює їх високу проникаючу здатність, тому γ–випромінювання застосовують в наступних областях:

1. γ–дефектоскопія – метод виявлення дефектів у виробі шляхом просвічування їх γ–променями. Пошкодження виявляються по різній інтенсивності γ–променів, які пройшли через досліджувану поверхню. Так досліджують розміри і форми дефектів (тріщини, раковини, непроварені шви і т.д.).

2. Медицина (онкологія) – лікування злоякісних пухлин.

17.11 Елементи дозиметрії іонізуючих випромінювань

Про небезпеку, яка виникає при роботі з радіоактивними речовинами, рентгенівським випромінюванням і іншими джерелами іонізуючих випромінювань відомо давно. Спочатку розвиток дозиметрії визначався головним чином необхідністю захисту від впливу рентгенівського і γ–випромінювання природних радіоактивних речовин. Захист людини від шкідливої дії іонізуючого випромінювання зводиться до захисту від зовнішніх потоків випромінювання (зовнішнє опромінення) і від попадання радіоактивних речовин всередину організму (внутрішнє опромінення).

В даний час під ***дозиметрією*** розуміють вимірювання, дослідження та теоретичні розрахунки тих характеристик іонізуючих випромінювань, від яких залежать радіаційні ефекти в опромінюваних об'єктах живої та неживої природи.

1. ***Поглинена доза*** *D* – відношення енергії іонізуючого випромінювання, яка поглинена речовиною до маси цієї речовини.

$$D = \frac{W}{m}$$

$$[D] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = \text{Гр (грей)}$$

Поглинена енергія витрачається на нагрів речовини і на його хімічні та фізичні перетворення. Величина дози залежить від виду випромінювання, енергії його частинок, густини їх потоку і від складу речовини, що опромінюється. За інших рівних умов доза тим більше, чим більше час опромінення, тобто доза накопичується з часом.

Широко поширена позасистемна одиниця дози – рад (від англ. Radiation absorbed dose).

1 рад = 0,01 Гр.

2. ***Потужність поглиненої дози*** N – доза, поділена на одиницю часу.

$$N = \frac{D}{t}$$

$$[N] = \frac{\text{Гр}}{\text{с}}$$

3. ***Експозиційна доза випромінювання*** D_e – доза рентгенівського і γ–випромінювання, яка визначається по іонізації повітря. Вона визначається як відношення сумарного заряду всіх іонів одного знака Σq, які створені в одиниці об'єму повітря, до маси повітря Δm в цьому об'ємі:

$$D_e = \frac{\sum q}{\Delta m}$$

$$[D_e] = \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

Експозиційна доза в 1 Кл/кг означає, що сумарний заряд всіх іонів одного знака, утворених в 1 кг повітря, дорівнює 1 Кл.

Позасистемною одиницею експозиційної дози є рентген (Р):

1 Р = $2{,}57976 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг, що відповідає утворенню $2{,}08 \cdot 10^{9}$ пар іонів в 1 $см^3$ повітря (при 0 °С і 760 мм рт. ст.)

4. ***Еквівалентна доза*** H – оцінюється по біологічному впливу іонізуючого випромінювання. При опроміненні живих організмів, зокрема

людини, виникають біологічні ефекти, величина яких при одній і тій же поглиненій дозі різна для різних видів випромінювання. Таким чином, знання поглиненої дози недостатньо для оцінки радіаційної небезпеки. Прийнято порівнювати біологічні ефекти, які викликані будь-якими іонізуючими випромінюваннями, з ефектами від рентгенівського і γ–випромінювання. Коефіцієнт, який показує, у скільки разів радіаційна небезпека в разі хронічного опромінення людини (в порівняно малих дозах) для даного виду випромінювання вище, ніж рентгенівське випромінювання при однаковій поглиненій дозі, називається ***коефіцієнтом якості випромінювання*** (*K*). Для рентгенівського і γ–випромінювання *K* = 1. Для всіх інших іонізуючих випромінювань *K* встановлюється на підставі радіобіологічних даних. Всі ці величини використовуються при встановленні норм радіаційної безпеки.

Еквівалентна доза *H* визначається як добуток поглиненої дози на коефіцієнт якості випромінювання

$$H = DK.$$

Еквівалентна доза може вимірюватися в тих же одиницях, що і поглинена. Існує спеціальна одиниця еквівалентної дози – бер (біологічний еквівалент рентгена). Еквівалентна доза в 1 бер відповідає поглиненій дозі в 1 рад при *K* = 1. Одиниця еквівалентної дози СІ – зіверт (Зв).

1 Зв = 100 бер

Радіаційний контроль і вимір доз здійснюється дозиметричними приладами.

Дозиметричні прилади (***дозиметри***) – це пристрої для вимірювання доз іонізуючого випромінювання та їх потужностей. Основними частинами дозиметричних приладів є детектор і вимірювальне обладнання.

Залежно від типу детектора дозиметри поділяються на:

– іонізаційні (з іонізаційною камерою, пропорційними лічильниками або лічильниками Гейгера);

– радіолюмінесцентні (сцинтиляційні, термо– і фотолюмінісцентні);

– напівпровідникові;

– фотографічні;

– хімічні;

– калориметричні.

Існують дозиметричні прилади для вимірювання одного виду випромінювання (наприклад, нейтронні дозиметричні прилади, γ–дозиметри та ін.), А також дозиметри для вимірювання в полях змішаного випромінювання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Загальна фізика : Підручник . Реком. ВР КНУ ім. Т. Шевченка Г. С. Фелінський. Київ. Каравела. т/обкл. 656 с. 2023 р.
2. Андріяшик М.В., Вербицький Б.І., Король А.М.. Курс фізики. - Київ. 2008. - 450 с.
3. Воловик П.М. Фізика для університетів, Київ. Ірпинь, Вид-во "Перун" 2006. - 864 с.
4. Гаркуша І.П., Горбачук І.Т., Курінний В.П. та ін.; За заг. ред. Гаркуша І.П. Загальний курс фізики. Збірник задач. Київ: Техніка, 2004.- 569 с.
5. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. - Київ,: Техніка, 2006. - 532 с.
6. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т.2. Електрика і магнетизм. - Київ,: Техніка, 2006. - 452 с.
7. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т.3. Оптика. Квантова фізика. - Київ,: Техніка, 2006. - 518 с
8. Чолпак П.П. Фізика: Підручник. – К.; Вища шк., 2003. – 567 с.