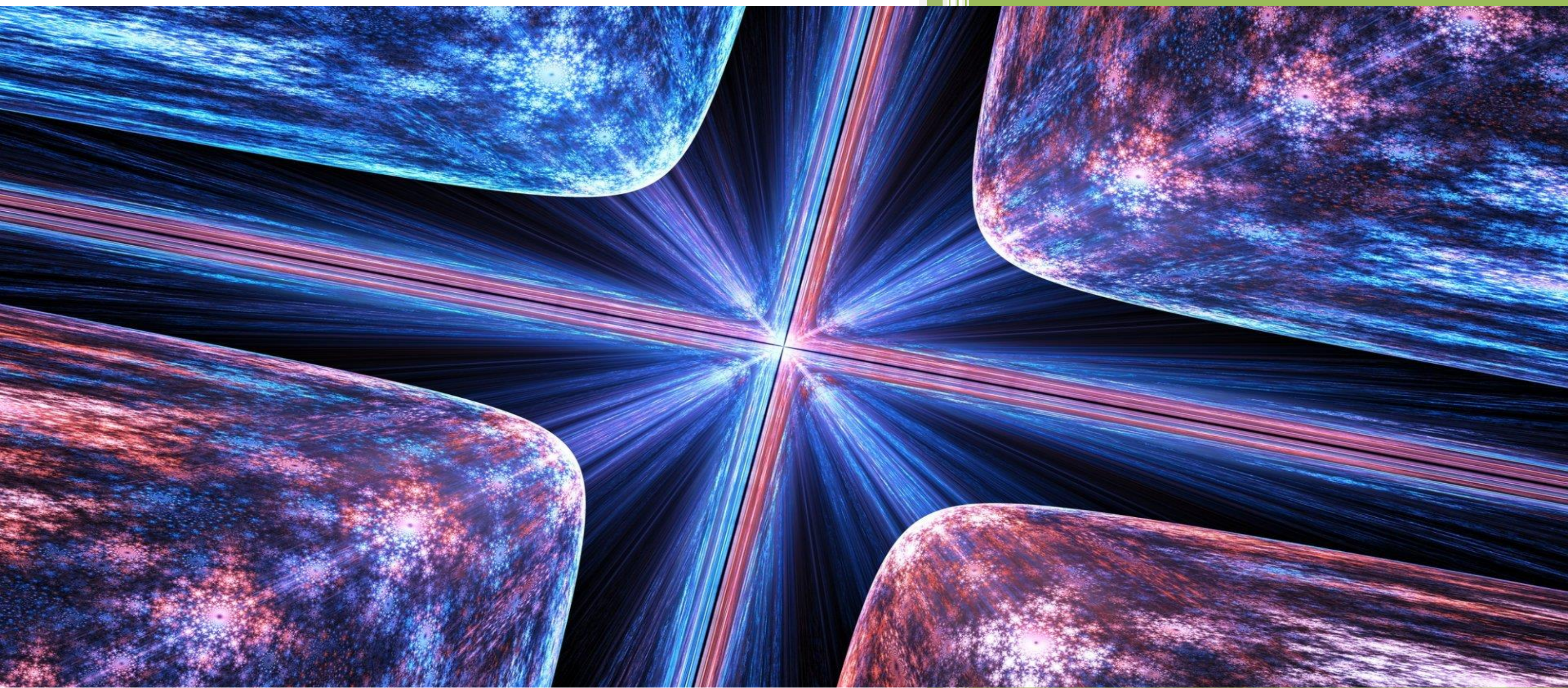
Одеський
Національний
Морський
Університет

ФІЗИКА
Приклади розв’язання задач



С. І. Іовчев, Н.В. Савчук

Одеса - 2026

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра «Суднова електроенергетика, фізика, експлуатація електрообладнання»

С. І. Іовчев, Н.В. Савчук

ФІЗИКА
Приклади розв’язання задач

Навчально-методичний посібник
до практичних занять

Одеса – 2026

УДК 53.08(075.8)

Рекомендовано науково-методичною комісією
Навчально-Наукового Інституту Морського Флоту
протокол № 4 від 10 лютого 2026 року.

Автори: С.І. Іовчев, Н.В. Савчук

Рецензенти: А.В. Єрпельова – кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри «СЕФЕЕ» ОНМУ

О. В. Кочетков – кандидат технічних наук, доцент кафедри «СЕФЕЕ» ОНМУ

Фізика. Приклади розв'язання задач. Навчально-методичний посібник до практичних занять. Для здобувачів вищої освіти за освітньо-професійної програмами : «Кібербезпека та захист інформації» / Іовчев С. І., Савчук Н.В. – Одеса : ОНМУ, 2026. - 135 с.

Навчально-методичний посібник до практичних занять складова комплексу робочих матеріалів, створений для забезпечення якісної підготовки фахівців денної і заочної форми навчання за освітньо-професійною програмою: «*Кібербезпека та захист інформації*» за спеціальністю F5 Кібербезпека та захист інформації.

Посібник містить короткі теоретичні відомості таких розділів фізики, як «Кінематика і динаміка матеріальної точки», «Молекулярна фізика» і «Термодинаміка», «Основи електростатики і постійного струму», «Магнетизм», «Оптика», «Квантова оптика», основні формули, приклади розв'язання типових задач.

УДК 53.08(075.8)

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Вивчення фізики є важливою складовою професійної підготовки майбутніх фахівців технічних спеціальностей. Досвід викладачів свідчить, що одним із найскладніших етапів засвоєння курсу є **розв’язування фізичних задач**, яке вимагає не лише знання теоретичного матеріалу, а й уміння застосовувати його на практиці.

Під час аудиторних занять не завжди є можливість розглянути всі типи задач і детально обговорити методику їх розв’язання, оскільки час, відведений на практичні заняття, обмежений. Саме тому виникає потреба у навчально-методичному посібнику, який студент може використовувати **для самостійної роботи**.

Даний посібник охоплює такі розділи фізики:

- *Кінематика і динаміка матеріальної точки*;
- *Молекулярна фізика і термодинаміка*;
- *Основи електростатики і постійного струму*;
- *Магнетизм*.
- *Оптика*;
- *Квантова оптика*.

Кожний розділ містить короткий виклад основних теоретичних положень, законів і формул, необхідних для розв’язування задач. Основну частину посібника складають **покрокові приклади розв’язання типових задач** з поясненнями. У додатках наведено довідкові таблиці та перелік основної й додаткової сучасної навчальної літератури.

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

- **Вивчення теорії перед практикою.** Перед розв'язуванням задачі уважно ознайомтеся з відповідним теоретичним матеріалом, розберіться у фізичному змісті формул та законів.
- **Аналіз умови задачі.** Чітко визначте, які величини задано, що потрібно знайти та які фізичні процеси відбуваються.
- **Використання схем та рисунків.** Супроводжуйте розв'язання графічними зображеннями ситуації.
- **Покрокове розв'язання.** Записуйте розв'язання в логічній послідовності: формулювання закону → математичний вираз → підстановка даних → результат з одиницями.
- **Перевірка результату.** Оцінюйте правильність розмірностей, порядок величини та фізичну доцільність отриманих результатів.
- **Активна практика.** Розбирайте приклади з посібника, але намагайтеся самостійно пояснювати кожен крок, а не лише копіювати готові рішення.
- **Системність навчання.** Регулярне розв'язування навіть невеликої кількості задач значно ефективніше, ніж інтенсивна підготовка наприкінці семестру.

КІНЕМАТИКА І ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Практичне заняття № 1

Тема: *Кінематика поступального та обертального руху. Динаміка поступального руху.*

Основні формули і закони

В таблиці 1 дані співвідношень рівнянь поступального руху з рівняннями обертального руху.

Таблиця 1

Поступальний рух	Обертальний рух
Рівномірний	
$s = \upsilon t$ $\upsilon = const$ $a = 0$	$\varphi = \omega t$ $\omega = const$ $\varepsilon = 0$
Рівнозмінний	
$s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$ $\upsilon = \upsilon_0 + at$ $a = \text{const}$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ $\varepsilon = \text{const}$
Нерівномірний	
$s = f(t)$ $\upsilon = \frac{ds}{dt}$ $a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$	$\varphi = f(t)$ $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

- При криволінійному русі повне прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

де a_τ – тангенціальне (дотичне) прискорення і a_n – нормальне (доцентрове) прискорення

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}, \qquad a_n = \frac{\upsilon^2}{R}$$

де υ – швидкість руху і R – радіус кривизни траєкторії в даній точці.

- При обертальному русі в загальному випадку кутова швидкість і кутове прискорення знаходяться по формулам

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \qquad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

- У випадку рівномірного обертального руху кутова швидкість

$$\omega = \frac{\varphi}{T} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

де T – період обертання, ν – частота обертання, тобто число обертів за одиницю часу.

- Кутова швидкість ω зв’язана з лінійною швидкістю υ співвідношенням

$$\upsilon = \omega R.$$

- Тангенціальне і нормальне прискорення при обертальному русі можуть бути виражені у вигляді

$$a_\tau = \varepsilon R, \qquad a_n = \omega^2 R$$

- Основний закон динаміки (другий закон Ньютона) виражається рівнянням

$$Fdt = d(m\upsilon).$$

Якщо маса m постійна, то

$$F = m\frac{d\upsilon}{dt} = ma,$$

де a – прискорення, яке набуває тіло масою m під дією сили F.

Приклади розв’язання задач

Приклад 1. Пароплав йде по річці від пункту A до пункту B зі швидкістю υ_1=10 км/год, а назад зі швидкістю υ_2=16 км/год. Швидкість пароплава υ відносно берега є постійною. Знайти середню швидкість $\vec{\upsilon}$ пароплава та швидкість u течії ріки.

Дано:	Розв’язання:
υ_1=2,8 м/с υ_2=4,4 м/с s_1=s_2	Середня швидкість
$\vec{\upsilon}$ – ? u – ?	

$$\vec{\upsilon} = \frac{s}{t}, \qquad (1)$$

де $t = t_1 + t_2$, а $s_1 = s_2 = \frac{s}{2}$.

Тоді

$$t_1 = \frac{s}{2\upsilon_1} \quad і \quad t_2 = \frac{s}{2\upsilon_2},$$

звідси

$$t = \frac{s(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{2\upsilon_1\upsilon_2} \qquad (2)$$

Підставляючи (2) в (1), отримаємо

$$\vec{\upsilon} = \frac{s \cdot 2\upsilon_1\upsilon_2}{s(\upsilon_1 + \upsilon_2)} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{(\upsilon_1 + \upsilon_2)} = \frac{2 \cdot 2{,}8 \cdot 4{,}4}{(2{,}8 + 4{,}4)} = 3{,}4 \text{ м/с}$$

Відповідно до закону додавання швидкостей при русі вгору по течії $\upsilon = \upsilon_1 + u$, а при русі вниз за течією $\upsilon = \upsilon_2 - u$. Прирівняємо праві частини рівнянь і виразимо u:

$$\upsilon_1 + u = \upsilon_2 - u,$$

$$u = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{2} = \frac{4{,}4 - 2{,}8}{2} = 0{,}8 \text{ м/с}$$

Відповідь: $\vec{\upsilon} = 3{,}4\frac{\text{м}}{\text{с}}, u = 0{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Приклад 2. Тіло падає з висоти h=19,6 м з початковою швидкістю υ_0=0. Який шлях пройде тіло за першу та за останню 0,1 с свого руху.

Дано:

h=19,6 м

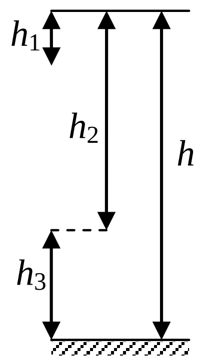
υ_0=0

g=9,8 м/с^2

t_1=t_3=0,1 с

h_1 – ? h_3 – ?

Розв'язання:



За першу 0,1 с руху тіло пройде шлях

$$h_1 = \upsilon_0 + \frac{gt_1^2}{2} = \frac{9,8 \cdot 0,1^2}{2} = 0,049 \text{ м}$$

Весь шлях

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

тіло пройде за час

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19,6}{9,8}} = 2\ c.$$

За останню 0,1 с руху тіло пройде шлях

$$h_3 = h - h_2,$$

де h_2 – шлях який пройшло тіло за час $t_2 = t - t_3$.

Оскільки

$$h_2 = \frac{gt_2^2}{2} = \frac{g(t - t_3)^2}{2},$$

то шлях

$$h_3 = h - \frac{g(t - t_3)^2}{2} = 19,6 - \frac{9,8(2 - 0,1)^2}{2} = 1,9 \text{ м}.$$

Відповідь: h_1=0,048 м, h_3=1,9 м.

Приклад 3. Потяг рухається зі швидкістю υ_0=36 км/год. Якщо вимкнути струм, то потяг, рухаючись рівносповільнено, зупиняється через час t=20 с. Чому дорівнює прискорення a потяга? На якій відстані s до зупинки треба вимкнути струм?

Дано:	**Розв'язання:**
υ_0=10 м/с t=20 с υ=0	Рух рівносповільнений, тому рівняння шляху в проекції на напрям руху має вигляд:
a – ? s – ?	

$$s = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}, \tag{1}$$

а рівняння швидкості

$$\upsilon = \upsilon_0 - at. \tag{2}$$

Оскільки υ=0, то з (2)

$$a = \frac{\upsilon_0}{t} = \frac{10}{20} = 0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

З рівняння (1) знаходимо відстань до зупинки

$$s = 10 \cdot 20 - \frac{0{,}5 \cdot 20^2}{2} = 100 \text{ м}$$

Відповідь: $a = 0{,}5\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}, s = 100$ м

Приклад 4. Залежність шляху s, який пройшло тіло, від часу t дається рівнянням $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, де C=0,14 м/с^2 і D=0,01 м/с^3. Через який час t після початку руху тіло буде мати прискорення a=1 м/с^2? Знайти середнє прискорення $\bar{a}$ тіла за цей проміжок часу.

Дано:	**Розв'язання:**
$s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ C=0,14 м/с^2 D=0,01 м/с^3 a=1 м/с^2 t_0=0	Рівняння залежності прискорення від часу
t – ? $\bar{a}$ – ?	

$$a = \frac{d^2 s}{dt^2} = 2C + 6Dt,$$

звідси

$$t = \frac{a - 2C}{6D};$$

$$t = \frac{1 - 2 \cdot 0{,}14}{6 \cdot 0{,}01} = 12\ c.$$

Середнє прискорення знайдемо з формули

$$\vec{a} = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t - t_0} \tag{1}$$

Рівняння залежності швидкості від часу

$$v = \frac{ds}{dt} = B + 2Ct + 3Dt^2. \qquad (2)$$

Таким чином

$$v_0 = B + 2Ct_0 + 3Dt_0^2. \qquad (3)$$

Підставимо (2) і (3) в (1)

$$\vec{a} = \frac{B + 2Ct + 3Dt^2 - (B + 2Ct_0 + 3Dt_0^2)}{t - t_0} = 2C + 3Dt;$$

$$\vec{a} = 2 \cdot 0{,}14 + 3 \cdot 0{,}01 \cdot 12 = 0{,}64 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Відповідь: t=12 с, $\vec{a}$=0,64 м/с^2

Приклад 5. М’яч кинули зі швидкістю υ_0=10 м/с під кутом α=40° до горизонту. На яку максимальну висоту h_{max} підніметься м’яч? На яку відстань l від місця кидка він впаде на землю? Скільки часу t він буде у русі?

Дано:

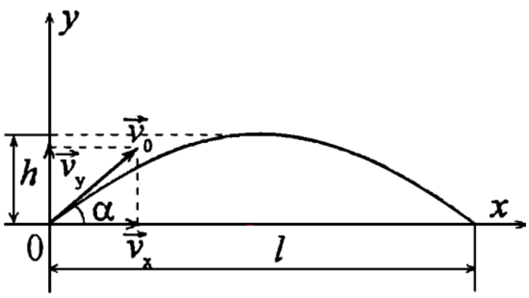
υ_0=10 м/с

α=40°

g=9,8 м/с^2

h_{max} – ? ℓ – ? t – ?

Розв’язання:



Переміщення м’яча по вертикалі дорівнює

$$h = s_y = (\upsilon_0 \sin\alpha)t - \frac{gt^2}{2}, \qquad (1)$$

де $\upsilon_0 \sin\alpha = \upsilon_{0y}$ – проекція початкової швидкості на вісь Оy.

Вертикальна складова швидкості

$$\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt. \qquad (2)$$

Переміщення м’яча по горизонталі дорівнює

$$\ell = s_x = (\upsilon_0 \cos\alpha)t, \qquad (3)$$

де $\upsilon_0 \cos\alpha = \upsilon_{0x}$ – проекція початкової швидкості на вісь Оx.

В момент часу t_1, коли м’яч знаходиться у найвищій точці траєкторії, маємо $h_{max} = s_y$, $\upsilon_y = 0$, отже, з (2) отримаємо

$$v_0 \sin\alpha = gt_1,$$

звідси

$$t_1 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \qquad (4)$$

Підставляючи (4) в (1) отримаємо

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{g v_0^2 \sin^2\alpha}{2g^2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

$$h_{max} = \frac{10^2 \sin^2 40°}{2 \cdot 9{,}8} = 2{,}1 \text{ м}.$$

М'яч буде у русі час

$$t = 2t_1 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \qquad (5)$$

$$t = \frac{2 \cdot 10 \sin 40°}{9{,}8} = 1{,}3\ с.$$

Підставляючи (5) в (3) отримаємо

$$\ell = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\ell = \frac{10^2 \sin(2 \cdot 40°)}{9{,}8} = 10 \text{ м}.$$

Відповідь: h_{max}=2,1 м, ℓ=10 м, t=1,3 с

Приклад 6. Вентилятор обертається з частотою ν_0=900 об/хв. Після вимкнення вентилятора, обертаючись рівноуповільнене, зробив до зупинки N=75 об. Який час t пройшло з моменту вимкнення вентилятора до повної його зупинки?

Дано:
ν_0=15 об/с
N=75 об
ω=0
t – ?

Розв'язання:

Рух обертальний рівносповільнений тому

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \qquad (1)$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t, \qquad (2)$$

$$\varphi = 2\pi N \qquad (3)$$

$$\omega_0 = 2\pi \nu_0. \qquad (4)$$

З (2) та (4)

$$t=\frac{\omega_0}{\varepsilon}=\frac{2\pi\nu_0}{\varepsilon}. \qquad (5)$$

Переписавши (1) з урахуванням (3), (4), (5) маємо

$$2\pi N=\frac{(2\pi\nu_0)^2}{\varepsilon}-\frac{\varepsilon(2\pi\nu_0)^2}{2\varepsilon^2}=\frac{(2\pi\nu_0)^2}{2\varepsilon};$$

$$N=\frac{\pi\nu_0^2}{\varepsilon},$$

звідси

$$\varepsilon=\frac{\pi\nu_0^2}{N}.$$

Підставивши останнє рівняння в (5), отримаємо

$$t=\frac{2\pi\nu_0 N}{\pi\nu_0^2}=\frac{2N}{\nu_0}$$

$$t=\frac{2\cdot 75}{15}=10\ c.$$

Відповідь: t=10 с

Приклад 7. Колесо обертається з кутовим прискоренням ε=2 рад/с^2. Через час t=0,5 с після початку руху повне прискорення колеса a=13,6 см/с^2. Знайти радіус R колеса.

Дано:	**Розв'язання:**
ε=2 рад/с^2	Нормальне прискорення колеса
t=0,5 с	$$a_n=\frac{\upsilon^2}{R}. \qquad (1)$$
a=0,136 м/с^2	
ω_0=0	Оскільки ε=const, тому
R – ?	$$\varepsilon=\frac{\omega-\omega_0}{t}=\frac{\omega}{t},$$

звідси

$$\omega=\varepsilon t.$$

Лінійна швидкість точок на ободі колеса

$$\upsilon=\omega R=\varepsilon t R. \qquad (2)$$

Підставивши (2) в (1), отримаємо

$$a_n = \varepsilon^2 t^2 R.$$

Тангенціальне прискорення

$$a_\tau = \varepsilon R.$$

Повне прискорення

$$a^2 = a_\tau^2 + a_n^2;$$

$$a^2 = \varepsilon^4 t^4 R^2 + \varepsilon^2 R^2 = \varepsilon^2 R^2(\varepsilon^2 t^4 + 1).$$

Звідси

$$R = \frac{a}{\varepsilon\sqrt{\varepsilon^2 t^4 + 1}} = \frac{0{,}136}{2\sqrt{2^2 0{,}5^4 + 1}} = 0{,}06 \text{ м}.$$

Відповідь: $R = 0{,}06$ м

Приклад 8. Якої маси m_x баласт треба скинути з аеростату, який рівномірно спускається, щоб він почав рівномірно підійматися з такою ж швидкістю? Маса аеростату з баластом m=1600 кг, підіймальна сила F=12 кН. Вважати силу опору $F_{опору}$ повітря однаковою при підйомі та спусканні.

Дано:

m=1600 кг

F=12000 Н

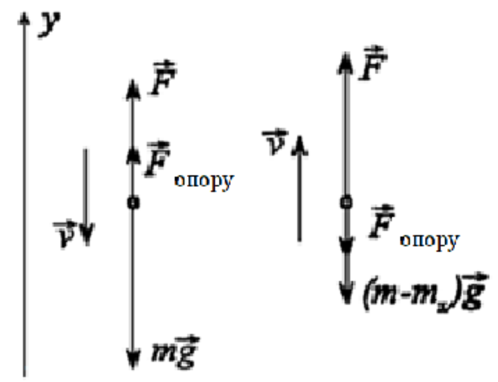
g=9,8 м/с^2

a=0

υ=const

m_x – ?

Розв'язання:



По другому закону Ньютона

$$\begin{cases} \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{опору} = 0; \\ \vec{F} + (m - m_x)\vec{g} + \vec{F}_{опору} = 0. \end{cases}$$

В проекціях на вісь y

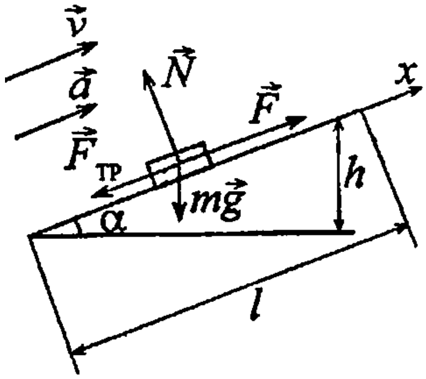
$$\begin{cases} F - mg + F_{опору} = 0; \\ F - (m - m_x)g - F_{опору} = 0. \end{cases}$$

Перше рівняння описує аеростат що спускається, друге – що підіймається. Розв'язавши систему рівнянь, отримуємо

$$m_x = \frac{2(mg - F)}{g} = \frac{2(1600 \cdot 9{,}8 - 12000)}{9{,}8} = 751 \text{ кг}$$

Відповідь: $m_x = 751$ кг

Приклад 9. На автомобіль масою m=1 т під час руху діє сила тертя $F_{тер}$, яка дорівнює 0,1 діючої на нього сили тяжіння mg. Знайти силу тяги F, яку розвиває мотор автомобіля, якщо автомобіль рухається з прискоренням a=1 м/с^2 в гору з ухилом 1 м на кожні 25 м шляху.

Дано:	**Розв'язання:**
m=1000 кг	
$F_{тер}$=0,1mg	
g=9,8 м/с^2	
a=1 м/с^2	
h=1 м	
ℓ=25 м	
F – ?	

Задамо напрям осі x вздовж похилої за напрямом руху автомобіля і запишемо другий закон Ньютона в проекції на цю ось

$$F - mg \sin\alpha - F_{тер} = ma, \qquad (1)$$

де

$$\sin\alpha = \frac{h}{\ell}. \qquad (2)$$

З урахуванням рівнянь (1) та (2), сила тяги, яку розвиває мотор автомобіля дорівнює

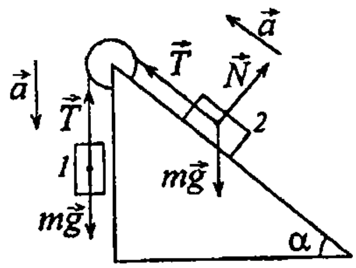
$$F = ma + mg\frac{h}{\ell} + 0{,}1mg = m\left(a + g\frac{h}{\ell} + 0{,}1g\right)$$

$$F = 1000\left(1 + 9{,}8\frac{1}{25} + 0{,}1 \cdot 9{,}8\right) = 2372 \text{ Н}$$

Відповідь: F=2372 Н

Приклад 10. Невагомий блок закріплений у вершині похилої площини (див. рис.), яка утворює з горизонтом кут α=30°. Гирі *1* і *2* однакової маси m_1=m_2=1 кг з'єднані ниткою і перекинуті через блок. Знайти прискорення a, з яким рухаються гирі, і силу натягування нитки T. Тертям між гирею *2* та похилою площиною і тертям у блоці знехтувати.

Дано:	Розв'язання:
α=30°	
m=m_1=m_2=1 кг	
g=9,8 м/с^2	
a – ? T – ?	



Оскільки блок невагомий, то виходячи з третього закону Ньютона

$$T_1 = T_2 = T.$$

Запишемо рівняння другого закону Ньютона для першої і другої гирі в проекціях на напрям їх руху:

$$mg - T = ma$$

$$T - mg\sin\alpha = ma$$

Склавши рівняння отримаємо прискорення, з яким рухаються гирі:

$$a = \frac{g - g\sin\alpha}{2}$$

$$a = \frac{9{,}8 - 9{,}8\sin 30°}{2} = 2{,}45\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

З (1) знаходимо силу натягування нитки

$$T = mg - ma = 1\cdot 9{,}8 - 1\cdot 2{,}45 = 7{,}35 \text{ Н}$$

Відповідь: $T = 7{,}35$ Н

Задачі для самостійного розв'язання

Задача 1. Тіло падає з висоти h=19,6 м з початковою швидкістю v_0=0. За який час тіло пройде перший і останній 1м свого шляху? [*Відповідь*: t_1=0,45 с, t_3=0,05 с].

Задача 2. Камінь, кинутий горизонтально, через час t=0,5 с після початку руху мав швидкість υ, в 1,5 разів більше швидкості υ_x в момент кидання. З якою швидкістю υ_x кинуто камінь? [*Відповідь*: υ_x=4,47 м/с].

Задача 3. Знайти радіус колеса, що обертається, якщо відомо, що лінійна швидкість υ_1 точки, яка лежить на ободі, в 2,5 разів більше лінійної швидкості υ_2 точки, яка лежить на відстані r=5 см ближче до осі колеса. [*Відповідь:* R=8,3 см].

Задача 4. Знайти кутове прискорення ε колеса, якщо відомо що через час t=2 с після початку руху вектор повного прискорення точки, яка лежить на ободі, складає кут α=60° з вектором її лінійної швидкості. [*Відповідь*: ε=0,43 рад/с^2].

Задача 5. Точка рухається по колу радіусом R=2 см. Залежність шляху від часу дається рівнянням $s=Ct^3$, де C=0,1 см/с^3. Знайти нормальне a_n і тангенціальне a_τ прискорення точки в момент, коли лінійна швидкість точки υ=0,3 м/с. [*Відповідь*: a_n=4,5 м/с^2, a_τ=0,06 м/с^2].

Задача 6. Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює із горизонтом кут α=45°. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=Ct^2$, де C=1,73 м/с^2. Знайти коефіцієнт тертя μ тіла о площину. [*Відповідь*: μ=0,5].

Задача 7. Дві гирі масами m_1=2 кг і m_2=1 кг з’єднані ниткою і перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення a, з яким рухаються гирі, і силу натягування нитки T. Тертям у блоці знехтувати. [*Відповідь*: T=13 Н, a=3,27 м/с^2].

Задача 8. Маса ліфта з пасажирами m=800 кг. З яким прискоренням a і в якому напряму рухається ліфт, якщо відомо, що сила натягування троса, який тримає ліфт: а) T=12 кН; б) T=6 кН? [*Відповідь:* а) a=5,2 м/с^2, б) a=–2,3 м/с^2].

Практичне заняття № 2

Тема: *Робота. Кінетична і потенціальна енергія. Закони збереження.*

Основні формули і закони

- Робота сили F при переміщенні s може бути виражена формулою

$$A = \int_S F_S ds,$$

де F_s – проекція сили на напрям переміщення, ds – довжина переміщення.

- Інтегрування повинно бути розповсюджене на все переміщення s. У випадку постійної сили, яка діє під кутом α до переміщення, маємо

$$A = Fs\cos\alpha$$

де α кут між силою F і переміщенням s.

- Потужність визначається формулою

$$P = \frac{dA}{dt}$$

- У випадку постійної потужності

$$P = \frac{A}{t}$$

де A – робота, яка здійснюється за час t.

- Потужність при υ=const може бути визначена також формулою

$$P = F\upsilon\cos\alpha$$

тобто добуток швидкості руху на проекцію сили на напрям руху.

- Кінетична енергія тіла масою m, яке рухається зі швидкістю υ, дорівнює

$$E_{\text{к}} = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

- Потенційна енергія тіла масою m піднятого над поверхнею Землі на висоту h дорівнює

$$E_{\text{п}} = mgh$$

де g=9,8 м/с^2 – прискорення вільного падіння.

- В ізольованій системі імпульс тіл, які входять до неї, залишається постійним, тобто

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 + \cdots + m_n v_n = const$$

- Під час не пружного центрального удару двох тіл з масами m_1 і m_2 загальна швидкість руху цих тіл після удару може бути знайдена за формулою

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

де v_1 – швидкість першого тіла до удару та v_2 – швидкість другого тіла до удару.

- Під час пружного центрального удару тіла будуть рухатися з різними швидкостями. Швидкість першого тіла після удару

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

швидкість другого тіла після удару

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}$$

- Під час криволінійного руху сила, яка діє на матеріальну точку, може бути розкладена на дві складові: тангенціальну і нормальну. Нормальна складова є доцентровою силою.

$$F_{\text{доц}} = \frac{m v^2}{R}$$

де v – лінійна швидкість тіла масою m, R – радіус кривизни траєкторії у даній точці.

- Сила, яка викликає пружну деформацію x, пропорційна деформації, тобто

$$F = kx$$

k – жорсткість.

- Потенційна енергія пружно-деформованого тіла

$$E_{\text{к}} = \frac{k x^2}{2}$$

- Дві матеріальні точки притягуються один до одного з силою

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

де G=6,672·10^{-11} Н·м^2/кг^2 – гравітаційна стала, m_1 і m_2 – маси взаємодіючих матеріальних точок, r – відстань між ними. Цей закон справедливий і для однорідних куль; при цьому r – відстань між їхніми центрами мас.

- Потенційна енергія гравітаційної взаємодії тіл

$$E_п = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Знак «мінус» відповідає тому, що при r=∞ потенційна енергія двох взаємодіючих тіл дорівнює нулю; при зближенні цих тіл потенційна енергія зменшується.

- Третій закон Кеплера має вигляд

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

де T_1 і T_2 – періоди обертання планет (супутників), R_1 і R_2 – великі полу вісі їх орбіт. У випадку кругової орбіти роль великої полу вісі виконує радіус орбіти.

Приклади розв’язання задач

Приклад 1. При підйомі вантажу масою m=2 кг на висоту h=1 м сила F здійснює роботу A=78,5 Дж. З яким прискорення a підіймається вантаж?

Дано:

m=2 кг

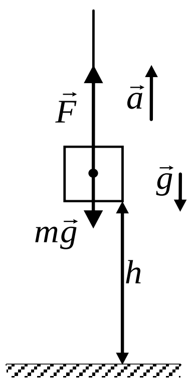
h=1 м

A=78,5 Дж

g=9,8 м/с^2

a – ?

Розв’язання:



По другому закону Ньютона в проекції на напрям руху вантажу

$$ma = F - mg,$$

звідки

$$F = ma + mg.$$

За умовами задачі роботу A здійснює сила F, таким чином

$$A = Fh\cos 0 = Fh = mah + mgh.$$

З останнього рівняння знайдемо

$$a = \frac{A - mgh}{mh}$$

$$a = \frac{78{,}5 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 29{,}45 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: a=29,45 м/с^2.

Приклад 2. Яку роботу потрібно здійснити, щоб змусити тіло масою m=2 кг, яке рухається: а) збільшити швидкість від υ_1=2 м/с до υ_2=5 м/с; б) зупинитися при початковій швидкості υ_0=8 м/с?

Дано:	**Розв'язання:**
m=2 кг υ_1=2 м/с υ_2=5 м/с υ_0=8 м/с	Здійснювана робота піде на зміну кінетичної енергії
A_1 – ? A_2 – ?	

а)

$$A_1 = E_{k2} - E_{k1} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$$

$$= \frac{m(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2)}{2}.$$

$$A_1 = \frac{2(5^2 - 2^2)}{2} = 21 \text{ Дж};$$

б)

$$A_2 = E_{k1} - E_{k0}.$$

Оскільки тіло зупиниться то $E_{k1} = 0$, тому

$$A_2 = -E_{k0} = -\frac{m\upsilon_0^2}{2}$$

$$A_2 = -\frac{2 \cdot 8^2}{2} = -64 \text{ Дж}.$$

Знак «–» означає, що робота здійснюється силою тертя.

Відповідь: A_1=21 Дж, A_2=–64 Дж

Приклад 3. Вагон масою m=20 т, рухаючись рівно сповільнено з початковою швидкістю υ_0=54 км/год, під дією сили тертя $F_{тер}$=6 кН через деякий час зупиняється. Знайти роботу A сил тертя та шлях s, який вагон пройшов до зупинки.

Дано:	**Розв'язання:**
m=20000 кг	Робота сили тертя
v_0=15 м/с	$$A = E_{k_1} - E_{k_0} = -E_{k_0} = -\frac{mv_0^2}{2}$$
$F_{\text{тер}}$=6000 Н	
A – ?	$$A = -\frac{20000 \cdot 15^2}{2} = -2{,}25\ \text{МДж}.$$
s – ?	

Роботу сили тертя можна також знайти за формулою

$$A = F_{\text{тер}} s \cos\alpha.$$

Кут α=180°, тому

$$A = -F_{\text{тер}} s.$$

Звідси

$$s = -\frac{A}{F_{\text{тер}}} = -\frac{-2{,}25 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^3} = 375\ \text{м}.$$

Відповідь: A=–2,25 МДж, $s = 375$м

Приклад 4. Знайти ККД η двигуна автомобіля, якщо відомо, що при швидкості руху v=40 км/год двигун споживає об'єм V=13,5 л бензину на шляху s=100 км і розвиває потужність P=12 кВт. Густина бензину $\rho=0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, питома теплота згоряння бензину q=46 МДж/кг.

Дано:	**Розв'язання:**
v=11,1 м/с	ККД двигуна дорівнює
$V=13{,}5 \cdot 10^{-3}$ м^3	$$\eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A_{\text{витр}}} 100\%. \qquad (1)$$
$s=10^5$ м	
$P=12 \cdot 10^3$ Вт	Потужність двигуна
$\rho=0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3;	$$P = \frac{A_{\text{кор}}}{t},$$
η – ?	

де $t = \frac{s}{v}$,

тоді

$$A_{\text{кор}} = \frac{Ps}{v}. \qquad (2)$$

Витрачена робота дорівнює теплоті згоряння палива, тому

$$A_{\text{витр}} = qm,$$

де $m = \rho V$, звідси

$$A_{\text{витр}} = q\rho V. \qquad (3)$$

Підставляючи (2) і (3) в (1), отримаємо

$$\eta = \frac{Ps}{vq\rho V} 100\%$$

$$\eta = \frac{12 \cdot 103 \cdot 10^5}{11{,}1 \cdot 46 \cdot 10^6 \cdot 0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 13{,}6 \cdot 10^{-3}} 100\% = 21{,}8\ \%$$

Відповідь: η=21,8 %

Приклад 5. Камінь падає з деякої висоти протягом часу t=1,43 с. Знайти кінетичну $E_к$ і потенційну $E_п$ енергії каменю в середній точці шляху. Маса каменю m=2 кг.

Дано:	Розв’язання:
t=1,43 с	У верхній точці камінь має потенційну енергію $E_{п_1} = mgH,$
m=2 кг	де $H = \frac{gt^2}{2}$ (t – час падіння до Землі).
$h = \frac{H}{2}$	Потенційна енергія каменя в середній точці шляху $E_п = mgh.$
g=9,8 м/с^2	Таким чином
$E_к$ – ?	
$E_п$ – ?	

$$E_п = mg\frac{H}{2} = \frac{mg^2t^2}{4}.$$

$$E_п = \frac{2 \cdot 9{,}8^2 \cdot 1{,}43^2}{4} = 98{,}2 \text{ Дж.}$$

Згідно із законом збереження енергії для ізольованої системи повна енергія системи дорівнює

$$E = E_{п_1} = E_п + E_k.$$

Таким чином в середній точці шляху

$$E_k = E_{\text{п}_1} - E_{\text{п}};$$

$$E_k = E_{\text{п}} = 98{,}2 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $E_п$=98,2 Дж; $E_к$=98,2 Дж.

Приклад 6. Тіло масою m=10 г рухається по колу радіусом R=6,4 см. Знайти тангенціальне прискорення a_τ, якщо відомо, що в кінці другого оберту після початку руху його кінетична енергія $E_к$=0,8 мДж.

Дано:	**Розв'язання:**
m=0,01 кг	Тангенціальне прискорення дорівнює
R=0,064 м	$a_\tau = \varepsilon R$. (1)
$E_к=0{,}8\cdot10^{-3}$Дж	Кутове прискорення
N=2	$\varepsilon = \frac{\omega}{t}$. (2)
ω_0=0	Кутова швидкість
a_τ – ?	

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi N}{t},$$

звідси

$$t = \frac{2\pi N}{\omega}. \qquad (3)$$

З іншого боку

$$\omega = \frac{\upsilon}{R}. \qquad (4)$$

Швидкість υ знайдемо з рівняння кінетичної енергії

$$E_к = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

звідси

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}. \qquad (5)$$

Підставивши рівняння (5) в (4) отримаємо

$$\omega = \sqrt{\frac{2E_k}{mR^2}}. (6)$$

Підставивши рівняння (3) в (2) з урахуванням (6) отримаємо

$$\varepsilon = \frac{2E_k}{2\pi NmR^2} = \frac{E_k}{\pi NmR^2},$$

тоді з (1) та останнього рівняння

$$a_\tau = \frac{E_kR}{\pi NmR^2} = \frac{E_k}{\pi NmR}$$

$$a_\tau = \frac{0{,}8 \cdot 10^{-2}}{3{,}14 \cdot 2 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}064^2} = 0{,}2\ \text{м/с}^2.$$

Відповідь: a_τ =0,2 м/с^2

Приклад 7. Людина масою m_1=60 кг, яка біжить зі швидкістю υ_1=8 км/год, наздоганяє візок масо m_2=80 кг, який рухається зі швидкістю υ_2=3 км/год, і стрибає на неї. З якою швидкістю u буде рухатися візок? З якою швидкістю u' буде рухатися візок, якщо людина біжить їй назустріч?

Дано:	**Розв'язання:**
m_1=60 кг	Система «людина-візок» замкнута і в ній виконується закон
υ_1=8 км/год	збереження імпульсу.
m_2=80 кг	а) Людина наздоганяє візок. В проекцію на ось x по закону
υ_2=3 км/год	збереження імпульсу
u – ? u' – ?	$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u,$

звідси

$$u = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u = \frac{60 \cdot 8 + 80 \cdot 3}{60 + 80} = 5{,}14\ \text{км/год}.$$

б) Людина біжить назустріч візку. В проекцію на напрям руху людини по закону збереження імпульсу

$$m_1v_1 - m_2v_2 = -(m_1 + m_2)u',$$

звідси

$$u' = -\frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u' = -\frac{60 \cdot 8 - 80 \cdot 3}{60 + 80} = -1{,}71\ \text{км/год}.$$

Знак «мінус» означає, що напрям руху буде протилежний обраному на рисунку, тобто людина з візком буде рухатися вправо по рисунку і u'=1,71 км/год.

Відповідь: u=5,14 км/год, u'=1,71 км/год.

Приклад 8. Ковзаняр масою M=70 кг стоїть на ковзанах на льоду та кидає в горизонтальному напрямі камінь масою m=3 кг зі швидкістю υ=8 м/с. На яку відстань s відкотиться при цьому ковзаняр, якщо коефіцієнт тертя ковзанів по льоду μ=0,02?

Дано:	**Розв'язання:**
M=70 кг	Рух ковзаняра є рівносповільненим, тому шлях, який він
m=3 кг	пройшов до зупинки
υ=8 м/с	$$s = \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_0^2}{-2a},$$
μ=0,02	
g=9,8 м/с^2	де υ_1=0,
s – ?	звідси

$$s = \frac{\upsilon_0^2}{2a}. \quad (1)$$

По закону збереження імпульсу

$$M\upsilon_0 = m\upsilon,$$

звідси

$$\upsilon_0 = \frac{m\upsilon}{M}. \quad (2)$$

Прискорення a можна знайти з другого закону Ньютона

$$F_{\text{тер}} = ma.$$

Сила тертя

$$F_{\text{тер}} = \mu mg,$$

звідси

$$\mu mg = ma;$$

$$a = \mu g\,. (3)$$

Підставивши (2) і (3) в (1) отримаємо

$$s = \frac{m^2 v^2}{2\mu g M^2}$$

$$s = \frac{3^2 \cdot 8^2}{2 \cdot 0{,}02 \cdot 9{,}8 \cdot 70^2} = 0{,}3 \text{ м.}$$

Відповідь: s=0,3 м.

Приклад 9. Тіло масою m_1=2 кг рухається зі швидкістю υ_1=3 м/с і наздоганяє тіло масою m_2=8 кг, яке рухається зі швидкістю υ_2=1 м/с. Вважаючи удар центральним знайти швидкість u_1 і u_2 тіл після удару, якщо удар а) непружний; б) пружний.

Дано:
m_1=2 кг
υ_1=3 м/с
m_2=8 кг
υ_2=1 м/с
u – ? u_1 – ? u_2 – ?

Розв'язання:

Тіла рухаються вздовж горизонтальної вісі в одному напрямку.

а) По закону збереження імпульсу

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u,$$

де u – спільна швидкість тіл після удару.

Звідси

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u = \frac{2 \cdot 3 + 8 \cdot 1}{2 + 8} = 1{,}4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Під час пружного центрального удару тіл, які рухаються в одному напрямку, тіла будуть рухатися з різними швидкостями. Швидкість першого тіла після удару

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u_1 = \frac{(2 - 8) \cdot 3 + 2 \cdot 8 \cdot 1}{2 + 8} = -0{,}2 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Знак «мінус» означає, що напрям руху першого тіла після удару буде протилежний напряму руху цього ж тіла до удару і u_1=0,2 м/с.

Швидкість другого тіла після удару

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{(8-2)\cdot 1 + 2\cdot 2\cdot 3}{2+8} = 1{,}8\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Відповідь: u=1,4 м/с, u_1=0,2 м/с, u_2=1,8 м/с

Приклад 10. З якою швидкістю υ рухався вагон масою m=20 т, якщо при ударі о стінку буфер стиснувся на ℓ=10 см? Жорсткість пружини кожного буфера k=1 МН/м.

Дано:	Розв'язання:
$m=2\cdot10^4$ кг	Жорсткість пружин з'єднаних паралельно $$k_{12} = k_1 + k_2 = 2k.$$
ℓ=0,1 м	
$k=1\cdot10^6$ Н/м	Потенційна енергія пружної взаємодії буферів зі стінкою $$E_\text{п} = \frac{k_{12}\ell^2}{2} = \frac{2k\ell^2}{2} = k\ell^2.$$
υ – ?	

Кінетична енергія потяга, який рухався

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

По закону збереження енергії

$$E_\text{п} = E_k,$$

$$k\ell^2 = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

звідси

$$\upsilon = \ell\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$\upsilon = 0{,}1\sqrt{\frac{2\cdot10^6}{2\cdot10^4}} = 1\text{м/с}.$$

Відповідь: υ =1 м/с

Приклад 11. Дві мідні кулі діаметрами D_1=4 см і D_2=6 см торкаються одна одну. Знайти гравітаційну потенціальну енергію $E_\text{п}$ цієї системи. Густина міді ρ=8600 кг/м^3.

Дано:	**Розв'язання:**
D_1=0,04 м D_2=0,06 м ρ=8600 кг/м^3 G=6,67·10^{-11} Н·м^2/кг^2	Потенційна енергія гравітаційної взаємодії $$E_п = -G\frac{m_1 m_2}{r}, \quad (1)$$ де $r = \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} = \frac{D_1 + D_2}{2}$ – відстань між центрами куль.
$E_п$ – ?	Знак «мінус» відповідає тому, що при $r=\infty$ потенційна

енергія двох взаємодіючих тіл дорівнює нулю; при зближенні цих тіл потенційна енергія зменшується.

$$m_1 = V_1\rho = \frac{4}{3}\pi R_1^3\rho = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D_1}{2}\right)^3\rho;$$

$$m_2 = V_2\rho = \frac{4}{3}\pi R_2^3\rho = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^3\rho.$$

Підставивши отримані рівняння мас в (1) отримаємо:

$$E_п = -G\frac{2\cdot 16\cdot \pi^2\rho^2}{9\cdot(D_1 + D_2)}\left(\frac{D_1 D_2}{4}\right)^3;$$

$$E_п = -6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{2\cdot 16\cdot 3{,}14^2 8600^2}{9\cdot(0{,}04 + 0{,}06)}\left(\frac{0{,}04\cdot 0{,}06}{4}\right)^3 = -37{,}4\cdot 10^{-11}\text{Дж}.$$

Відповідь: $E_п$=–37,4·10^{-11} Дж

Задачі для самостійного розв'язання

Задача 1. Шофер автомобіля, що має масу m=1 т, починає гальмувати на відстані s=25 м від перешкоди на дорозі. Сила тертя в гальмівних колодках автомобіля $F_{тертя}$=3,84 кН. При якій граничній швидкості υ руху автомобіль встигне зупинитися перед перешкодою? Тертя коліс об дорогу знехтувати. [*Відповідь:* υ=13,9 м/с].

Задача 2. З вежі висотою h=25 м горизонтально кинутий камінь зі швидкістю υ_o=15 м/с. Знайти кінетичну $E_к$ і потенційну $E_п$ енергії каменю через час t=1 с після початку руху. Маса каменю m=0,2 кг. [*Відповідь*: $E_п$=39,4 Дж].

Задача 3. Тіло масою m=1 кг ковзає спочатку з похилої площини висотою h=1 м і довжиною схилу ℓ=10 м, а потім по горизонтальній поверхні. Коефіцієнт тертя на всьому шляху μ=0,05. Знайти: а) кінетичну енергію E тіла біля основи площини; б) швидкість υ тіла біля основи площини; в) відстань s, яка пройдена тілом по горизонтальній поверхні до зупинки. [*Відповідь*: E_k=4,9Дж, υ=3,1 м/с, s=10 м].

Задача 4. Тіло масою m_1=1 кг, що рухається горизонтально зі швидкістю υ_1=1 м/с, наздоганяє друге тіло масою m_2=0,5 кг і неупружньо стикається з ним. Яку швидкість u отримають тіла, якщо: а) друге тіло стояло нерухомо; б) друге тіло рухалося зі швидкістю υ_2=0,5 м/с в тому ж напрямку, що і перше тіло; в) друге тіло рухалося зі швидкістю υ_2=0,5 м/с у напрямку, протилежному напрямку руху першого тіла. [*Відповідь:* u_1=0,67 м/с, u_2=0,87 м/с, u_3=0,5 м/с].

Задача 5. Куля, що летить горизонтально, потрапляє в шар, підвішений на невагомому жорсткому стержні, і застряє в ньому. Маса кулі в 1000 разів менше маси шару. Відстань від центру шару до точки підвісу стрижня ℓ=1 м. Знайти швидкість кулі υ, якщо відомо, що стрижень з шаром відхилився від удару кулі на кут α=10º. [*Відповідь*: υ=550 м/с].

Задача 6. Вантаж масою m=1 кг падає на чашку терезів з висоти H=10 см. Які показання терезів F в момент удару, якщо після заспокоєння хитань чашка терезів опускається на h=0,5 см? [*Відповідь*: F=72,5 Н].

Задача 7. Знайти зміну прискорення вільного падіння g при опусканні тіла на глибину h. На якій глибині h прискорення вільного падіння g_h становить 0,25 прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі? Щільність Землі вважати постійною. Вказівка. Врахувати, що тіло, що знаходиться на глибині h під поверхнею Землі, не відчуває з боку верхнього кульового шару товщиною h ніякого тяжіння, так як тяжіння окремих частин шару взаємно компенсуються. [*Відповідь*: h=0,75R].

Практичне заняття № 3

Тема: *Механіка твердого тіла. Динаміка обертального руху.*

Основні формули і закони

- Момент M сили F відносно якоїсь осі обертання визначається формулою

$$M = F\ell$$

де ℓ – відстань від прямої, вздовж якої діє сила, до осі обертання.

- Момент інерції точки відносно якоїсь осі обертання називається величина

$$J = mr^2$$

де m – маса матеріальної точки і r – її відстань до осі обертання.

- Момент інерції твердого тіла відносно осі обертання

$$J = \int r^2\, dm$$

де інтегрування повинно бути розповсюджене на весь об'єм тіла. Проводячи інтегрування можна знайти момент інерції тіла будь-якої форми.

- Момент інерції однорідного суцільного циліндра (диска) відносно осі циліндра

$$J = \frac{1}{2}mR^2$$

де R – радіус циліндра і m – його маса.

- Момент інерції полого циліндру (обруча) з внутрішнім радіусом R_1 і зовнішнім R_2 відносно осі циліндра

$$J = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$$

для тонкостінного полого циліндра $R_1 \approx R_2 = R$ і $J \approx mR^2$.

- Момент інерції однорідної кулі радіусом R відносно осі, яка проходить крізь її центр,

$$J = \frac{2}{5}mR^2$$

- Момент інерції однорідного стрижня відносно осі, яка проходить крізь його середину перпендикулярно до нього,

$$J = \frac{1}{12} mR\ell^2$$

Якщо для якогось тіла відомий його момент інерції J_0 відносно осі, яка проходить крізь центр мас, то момент інерції відносно будь-якої осі, яка паралельна першій може бути знайдений за формулою Штейнера

$$J = J_0 + md^2$$

де m – маса тіла і d – відстань від центру мас тіла до осі обертання.

- Основний закон динаміки обертального руху (закон збереження моменту імпульсу) виражається формулою

$$Mdt = dL = d(J\omega)$$

де M – момент сил, які прикладені до тіла, L – момент імпульсу тіла, J – момент інерції тіла, ω – його кутова швидкість.

Якщо J=const, то

$$M = J\frac{d\omega}{dt} = J\varepsilon,$$

де ε – кутове прискорення, яке набуває тіло під дією моменту сил M.

- Кінетична енергія тіла, що обертається

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Співставлення рівнянь динаміки обертального руху з рівняннями поступального руху подані в таблиці 2.

Таблиця 2

Поступальний рух	Обертальний рух
Другий закон Ньютона	
$F\Delta t = mv_2 - mv_1$ або $F = ma$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$ або $M = J\varepsilon$
Закон збереження імпульсу	Закон збереження моменту імпульсу

$\sum mv = const$	$\sum J\omega = \text{const}$
Робота і кінетична енергія	
$A = F \cdot s = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$	$A = M \cdot \varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$

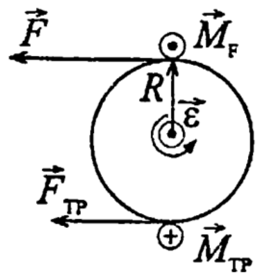
Приклади розв'язання задач

Приклад 1. До ободу однорідного диску радіусом R=0,2 м прикладена дотична сила F=98,1 Н. При обертанні на диск діє момент сили тертя $M_{\text{тер}}$=4,9 Н·м. Знайти масу m диску, якщо відомо, що диск обертається з кутовим прискоренням ε=100 рад/с^2.

Дано:
R=0,2 м
F=98,1 Н
$M_{\text{тер}}$=4,9Н·м
ε=100 рад/с^2

m – ?

Розв'язання:



Рівняння обертального руху диска в векторній формі

$$J\vec{\varepsilon} = \vec{M}_F + \vec{M}_{\text{тер}}, \tag{1}$$

де $\vec{M}_F$ – момент сили.

Оберемо ось x в напрямку вектора кутового прискорення $\vec{\varepsilon}$ (на нас, перпендикулярно площині з кресленням, тому що рух прискорений). Напрям моментів сил і кутового прискорення визначається по правилу буравчика. Якщо рух уповільнений прискорення має протилежний напрям. Рівняння (1) в проекції на вісь x має вигляд

$$J\varepsilon = M_F + M_{\text{тер}}, \tag{2}$$

оскільки вектор $\vec{M}_F$ має однаковий напрям з $\vec{\varepsilon}$, а $\vec{M}_{\text{тер}}$ має протилежний напрям.

Момент інерції диску

$$J = \frac{1}{2}mR^2; \qquad (3)$$

$$M_F = FR. \qquad (4)$$

Перепишемо (2) з урахуванням (3) і (4)

$$\frac{1}{2}mR^2 \cdot \varepsilon = FR - M_{\text{тер}},$$

звідси

$$m = \frac{2(FR - M_{\text{тер}})}{R^2 \cdot \varepsilon}$$

$$m = \frac{2(98{,}1 \cdot 0{,}2 - 4{,}9)}{0{,}2^2 \cdot 100} = 7{,}36 \text{ кг}$$

Відповідь: m=7,36 кг

Приклад 2. Маховик радіусом R=0,2 м і масою m=10 кг з'єднаний з мотором за допомогою привідного ременя. Сила натягування ременя, який йде без ковзання, T=14,7 Н. Яку частоту обертання ν буде мати маховик через час t=10 с після початку руху? Маховик вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

Дано:
R=0,2 м
m=10 кг
T=14,7 Н
t=10 с
ω_0=0
ν – ?

Розв'язання:

Як в попередній задачі вектор моменту сили натягування і вектор прискорення мають однаковий напрям. Тоді рівняння обертального руху

$$J\varepsilon = M_{\text{Т}}, \qquad (1)$$

де момент сили натягування

$$M_{\text{Т}} = TR, \qquad (2)$$

момент інерції диску

$$J = \frac{1}{2}mR^2, \qquad (3)$$

кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{2\pi\nu}{t}. \qquad (4)$$

Підставивши (2), (3), (4) в (2) отримаємо

$$\frac{mR^2 2\pi\nu}{2t} = TR,$$

звідси

$$\nu = \frac{Tt}{\pi m R}$$

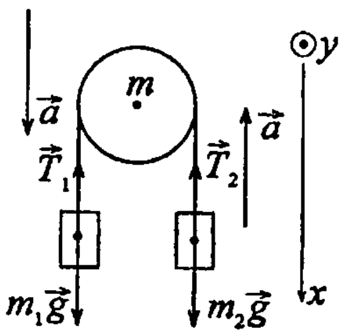
$$\nu = \frac{14{,}7 \cdot 10}{3{,}14 \cdot 10 \cdot 0{,}2} = 23{,}4 \text{ об/с}.$$

Відповідь: ν=23,4 об/с

Приклад 3. Дві гирі з масами m_1=2 кг і m_2=1 кг з'єднані ниткою, перекинутою через блок масою m=1 кг. Знайти прискорення a, з яким рухаються гирі, і сили натягування T_1 та T_2 ниток, до яких підвішені гирі. Блок вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

Дано:
m_1=2 кг
m_2=1 кг
m=1 кг
a – ? T_1 – ? T_2 – ?

Розв'язання:



Запишемо у векторній формі рівняння поступального руху першої та другої гир:

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}_1,$$

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}_2$$

та рівняння обертального руху диска

$$J\vec{\varepsilon} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2,$$

де M_1 – момент сили натягування нитки T_1, M_2 – момент сили натягування нитки T_2. Спроектуємо перші два рівняння на вісь x, а останнє на вісь y та додамо рівняння зв'язку тангенціального та кутового прискорення:

$$m_1 a = m_1 g + T_1, \quad (1)$$

$$m_2 a = -m_2 g + T_2, \quad (2)$$

$$J\varepsilon = M_1 + M_2, \quad (3)$$

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \quad (4)$$

Підставимо (4) в (3) та запишемо чому дорівнюють моменти сил натягування

$$J\frac{a}{R} = T_1 R - T_2 R. \quad (5)$$

Підставимо момент інерції однорідного диску

$$J = \frac{1}{2}mR^2$$

в (5)

$$\frac{ma}{2} = T_1 - T_2 \quad (6)$$

Додамо (2) з (1)

$$a(m_1 + m_2) = g(m_1 - m_2) - (T_1 - T_2) \quad (7)$$

та підставимо (6)

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2 + m/2}$$

$$a = \frac{9{,}8(2 - 1)}{2 + 1 + 1/2} = 2{,}8 \text{ м/с}^2$$

З (1)

$$T_1 = m_1(g - a) = 2(9{,}8 - 2{,}8) = 14 \text{ Н}$$

З (2)

$$T_2 = m_2(g + a) = 1(9{,}8 + 2{,}8) = 12{,}6 \text{ Н}$$

Відповідь: a=2,8 м/с^2, T_1=14 Н, T_2=12,6 Н

Приклад 4. Диск масою m=2 кг котиться без ковзання по горизонтальній площині зі швидкістю υ=4 м/с. Знайти кінетичну енергію $E_к$ диска.

Дано:	**Розв’язання:**
m=2 кг υ=4 м/с	Повна кінетична енергія диска складається з кінетичної енергії поступального руху точки центра мас і кінетичної енергії
$E_к$ – ?	обертання відносно осі, яка проходить крізь центр мас:

$$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}.$$

Оскільки

$$J = \frac{1}{2}mR^2 \qquad і \qquad \omega = \frac{v}{R},$$

де m – маса диска, R – радіус диска, то

$$E_k = \frac{3mv^2}{4}$$

$$E_k = \frac{3 \cdot 2 \cdot 4^2}{4} = 24 \text{ Дж}.$$

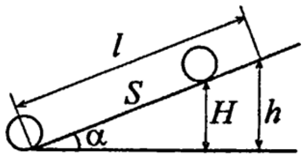
Відповідь: $E_к$=24 Дж

Приклад 5. Хлопець котить обруч по горизонтальній дорозі зі швидкістю v=7,2 км/год. На яку відстань S може вкотитися обруч на пагорб за рахунок його кінетичної енергії? Ухил пагорбу дорівнює 10 м на кожні 100 м шляху.

Дано:
v=2 м/с
ℓ=100 м
h=10 м

s – ?

Розв'язання:



Біля основи пагорбу обруч мав кінетичну енергію $E_к$, яка складалася з кінетичної енергії поступального і обертального рухів. Коли обруч вкотився на пагорб на відстань S, його кінетична енергія перейшла в потенційну.

$$E_к = E_п;$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2};$$

$$E_п = mgH.$$

Момент інерції обруча

$$J = mR^2,$$

кутова швидкість

$$\omega = \frac{v}{R}.$$

Тоді

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2.$$

Отже

$$mgH = mv^2,$$

звідси $H = \frac{v^2}{g}$.

З подібності трикутників маємо $\frac{H}{h} = \frac{S}{\ell}$, звідси

$$S = \frac{\ell H}{h} = \frac{\ell v^2}{gh}$$

$$S = \frac{1002^2}{9{,}8 \cdot 10} = 4{,}1 \text{ м}.$$

Відповідь: S=4,1 м

Приклад 6. Знайти лінійне прискорення a центрів мас кулі, диска та обруча, які скочуються без ковзання з похилої площини. Кут нахилу площини α=30°, початкова швидкість усіх тіл v_0=0. Порівняйте знайдені прискорення з прискоренням тіла, яке ковзає з похилої площини за відсутності тертя.

Дано:

α=30°

v_0=0

g=9,8 м/с^2

a_1 – ? a_2 – ? a_3 – ? a – ?

Розв'язання:

При скочуванні тіла з похилої площини його потенційна енергія переходить в кінетичну:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \tag{1}$$

де J – момент інерції тіла, m – маса тіла.

$$h = \ell \sin\alpha, \tag{2}$$

де ℓ – відстань від точки скочування до основи похилої площини. Кутова швидкість

$$\omega = \frac{v}{R}. \tag{3}$$

Підставляючи (2) і (3) в (1) отримаємо

$$mg\ell \sin\alpha = \frac{v^2}{2}\left(m + \frac{J}{R^2}\right). \tag{4}$$

Оскільки рух відбувається під дією постійної сили (результуюча сила – сила тяжіння і сила тертя), то рух тіл рівноприскорений, тому

$$\ell = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2}, \qquad (5)$$

$$\upsilon = \upsilon_0 + at = at. \qquad (6)$$

Підставляючи (5) і (6) в (4) отримаємо

$$mg\sin\alpha \frac{at^2}{2} = \frac{a^2t^2}{2}\left(m + \frac{J}{R^2}\right),$$

звідси

$$a = \frac{mg\sin\alpha}{m + \frac{J}{R^2}}. \qquad (7)$$

Момент інерції кулі

$$J = \frac{2}{5}mR^2,$$

тоді з (7) знайдемо

$$a_1 = \frac{mg\sin\alpha}{m + \frac{2mR^2}{5R^2}} = \frac{g\sin\alpha}{1 + \frac{2}{5}}$$

$$a_1 = \frac{9{,}8\sin 30°}{1 + \frac{2}{5}} = 3{,}5\ \text{м/с}^2$$

Момент інерції диска

$$J = \frac{1}{2}mR^2,$$

тоді з (7) знайдемо

$$a_2 = \frac{mg\sin\alpha}{m + \frac{mR^2}{2R^2}} = \frac{g\sin\alpha}{1 + \frac{1}{2}};$$

$$a_2 = \frac{9{,}8\sin 30°}{1 + \frac{1}{2}} = 3{,}27\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Момент інерції обруча

$$J = mR^2,$$

тоді з (7) знайдемо

$$a_3 = \frac{mg\sin\alpha}{m + \frac{mR^2}{R^2}} = \frac{g\sin\alpha}{1+1};$$

$$a_3 = \frac{9{,}8\sin 30°}{1+1} = 2{,}45\ \text{м/с}^2$$

За відсутності тертя на тіло діє тільки сила тяжіння і згідно з другим законом Ньютона при ковзанні по похилій площині

$$ma = mg\sin\alpha,$$

звідси

$$a = g\sin\alpha;$$

$$a = 9{,}8\sin 30° = 4{,}9\ \text{м/с}^2$$

Відповідь: a_1=3,5 м/с^2, a_2=3,27 м/с^2, a_3=2,45 м/с^2, a=4,9 м/с^2

Приклад 7. Вентилятор обертається з частотою ν_0=900 об/хв. Після вимкнення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки N=75 об. Робота сил гальмування A=44,4 Дж. Знайти момент інерції J вентилятора і момент сил гальмування M.

Дано:
ν_0=15 об/с
N=75 об
A=44,4 Дж
ν=0
J – ?
M – ?

Розв'язання:

Робота сил гальмування дорівнює зміні кінетичної енергії:

$$-A = E_k - E_{k0}.$$

Оскільки в момент зупинки $E_k = 0$, то

$$A = E_{k0} = \frac{J\omega_0^2}{2},$$

звідси

$$J = \frac{2A}{\omega_0^2}.$$

Враховуючи, що

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0, \qquad (1)$$

отримаємо

$$J = \frac{2A}{4\pi^2\nu_0^2};$$

$$J = \frac{2 \cdot 44{,}4}{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 15^2} = 0{,}01\text{кг} \cdot \text{м}^2$$

Момент сил гальмування

$$M = J \cdot \varepsilon, \tag{2}$$

де

$$\varepsilon = \frac{\omega_0}{t}. \tag{3}$$

Рівняння рівносповільненого обертального руху

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \tag{4}$$

де

$$\varphi = 2\pi N \tag{5}$$

кутове переміщення.

Підставляючи (1), (3), (5) в (4) отримаємо

$$2\pi N = 2\pi \nu_0 t - \frac{\omega_0 t^2}{2t},$$

звідси, враховуючи (1)

$$t = \frac{2\pi N}{\pi \nu_0} = \frac{2N}{\nu_0}. \tag{6}$$

Підставляючи (1) і (6) в (3) отримаємо

$$\varepsilon = \frac{\pi \nu_0^2}{N}. \tag{7}$$

Виходячи з рівнянь (7) і (2)

$$M = J\frac{\pi \nu_0^2}{N};$$

$$M = 0{,}01\frac{3{,}14 \cdot 15^2}{75} = 0{,}0942\ \text{Н} \cdot \text{м}$$

Відповідь: J=0,01 кг·м^2, M=94,2·10^{-3} Н·м

Приклад 8. Однорідний стрижень довжиною ℓ=1 м підвішений на горизонтальній вісі, яка проходить через верхній кінець стрижня. На який кут α треба відхилити стрижень, щоб нижній кінець стрижня при проходженні положення рівноваги мав швидкість υ=5 м/с?

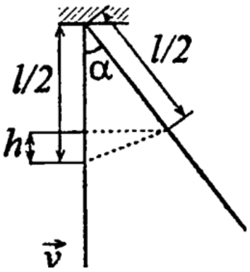
Дано:

ℓ=1 м

υ=5 м/с

α – ?

Розв’язання:



Розглянемо рух центра мас стрижня. При відхилені на кут a він має потенційну енергію

$$E_{\text{п}} = mgh.$$

Під час проходження положення рівноваги його потенційна енергія перейшла в кінетичну енергію обертання

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2},$$

тобто

$$mgh = \frac{J\omega^2}{2}. \quad (1)$$

$$h = \frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}\cos\alpha. \quad (2)$$

Момент інерції стрижня відносно вісі, яка проходить крізь його кінець, знайдемо по теоремі Штерна:

$$J = \frac{m\ell^2}{12} + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{m\ell^2}{3}. \quad (3)$$

Кутова швидкість нижнього кінця стрижня

$$\omega = \frac{\upsilon}{\ell}. \quad (4)$$

Підставляємо (2), (3) і (4) в (1)

$$mg\frac{\ell}{2}(1 - \cos\alpha) = \frac{m\ell^2\upsilon^2}{6\ell^2},$$

звідси

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\upsilon^2}{3g\ell};$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{5^2}{3 \cdot 9{,}8 \cdot 1} = 0{,}1497;\ \alpha = 81{,}4°$$

Відповідь: α=81,4°

Приклад 9. Горизонтальна платформа масою m=25 кг і радіусом R=0,8 м обертається з частотою ν_1=18 хв$^{-1}$. В центрі стоїть людина і тримає в розставлених руках гирі. Вважаючи платформу диском, визначити частоту обертання платформи, якщо людина, опустивши руки, зменшить свій момент інерції від J_1=3,5 кг·м^2 до J_2=1 кг·м^2.

Дано:

m=25 кг

ν_1=0,3 с$^{-1}$

R=0,8 м

J_1=3,5 кг·м^2

J_2=1 кг·м^2

ν_2 – ?

Розв'язання

Момент імпульсу системи до опускання людиною рук

$$L_1 = J\omega_1 + J_1\omega_1,$$

де момент інерції диска

$$J = \frac{1}{2}mR^2, \tag{1}$$

$$\omega_1 = 2\pi\nu_1 \tag{2}$$

кутове прискорення системи до опускання рук людиною. Момент імпульсу системи після опускання людиною рук

$$L_2 = J\omega_2 + J_2\omega_2,$$

де кутове прискорення системи після опускання рук людиною

$$\omega_2 = 2\pi\nu_2 \tag{3}$$

По закону збереження моменту імпульсу у замкнутій системі

$$L = L_1 = L_2,$$

тобто

$$\omega_1(J + J_1) = \omega_2(J + J_2). \tag{4}$$

Підставляючи (1), (2), (3) в (4) отримаємо

$$2\pi\nu_1\left(\frac{1}{2}mR^2 + J_1\right) = 2\pi\nu_2\left(\frac{1}{2}mR^2 + J_2\right),$$

звідси

$$\nu_2 = \frac{\nu_1(mR^2 + 2J_1)}{mR^2 + 2J_2};$$

$$\nu_2 = \frac{0{,}3(25 \cdot 0{,}8^2 + 2 \cdot 3{,}5)}{25 \cdot 0{,}8^2 + 2 \cdot 1} = 0{,}383\ c^{-1} = 23\ \text{хв}^{-1}.$$

Відповідь: ν_2=23 хв$^{-1}$

Задачі для самостійного розв’язання

Задача 1. Однорідний стрижень довжиною l=1 м і масою m=0,5 кг обертається у вертикальній площині навколо горизонтальної осі, що проходить через середину стрижня. З яким кутовим прискоренням ε обертається стрижень, якщо на нього діє момент сил M=98,1 мН·м? [*Відповідь*: ε=2,35 рад/с^2].

Задача 2. На барабан масою $m_о$=9 кг намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний вантаж масою m=2 кг. Знайти прискорення a вантажу. Барабан вважати однорідним циліндром. Тертям знехтувати. [*Відповідь*: a=3 м/с^2].

Задача 3. Куля масою m=1 кг, що котиться без ковзання, вдаряється об стінку і відкочується від неї. Швидкість кулі до удару об стінку v=10 м/с, після удару u=8 м/с. Знайти кількість теплоти Q, виділилася при ударі кулі об стінку. [*Відповідь*: Q=2,5 мДж].

Задача 4. Мідна куля радіусом R=10 см обертається з частотою ν=2 об/с навколо осі, що проходить через її центр. Яку роботу A треба зробити, щоб збільшити кутову швидкість ω обертання кулі вдвічі? [*Відповідь*: A=34,1 Дж].

Задача 5. Колесо, обертаючись рівносповільнено, зменшило за час t=1 хв частоту обертання від ν_1=300 об/хв до ν_2=180 об/хв. Момент інерції колеса J=2 кг·м^2. Знайти кутове прискорення ε колеса, момент сил гальмування M, роботу A сил гальмування і число обертів N, зроблених колесом за час t=1 хв. [*Відповідь*: ε=–0,21 рад/с^2, M=0,42 Н·м, A=630 Дж, N=240 об].

Задача 6. До обода диска масою m=5 кг прикладена дотична сила F=19,6 Н. Яку кінетичну енергію E_k буде мати диск через час t=5 с після початку дії сили? [*Відповідь*: E_k=1,92 кДж].

МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ. ТЕРМОДИНАМІКА

Практичне заняття № 4

Тема: *Молекулярно-кінетична теорія. Термодинаміка*

Основні формули і закони

- Кількість речовини тіла (системи)

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M},$$

де N – кількість структурних елементів (атомів, молекул, тощо), які складають тіло (систему), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – стала Авогадро, m – маса тіла, μ – молярна маса речовини.

- Рівняння Менделєєва–Клапейрона (рівняння стану ідеального газу)

$$pV = \frac{m}{M}RT = \nu RT,$$

де m –маса газу, μ – молярна маса газу, R=8,31 Дж/(моль·К) – газова стала, ν – кількість речовини, T – термодинамічна температура (К).

- Дослідні газові закони, що є окремими випадками рівняння Менделєєва–Клапейрона для ізопроцесів:

а) закон Бойля–Маріотта (ізотермічнй процес: T=*const*, m=*const*)

$$pV = const$$

або для двох станів газу

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

б) закон Гей– Люссака (ізобарний процес: p=*const*, m=*const*)

$$\frac{V}{T} = const$$

або для двох станів газу

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

в) закон Шарля (ізохорний процес: *V=const*, *m=const*)

$$\frac{p}{T} = const$$

або для двох станів газу

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

г) об’єднаний газовий закон (*m=const*)

$$\frac{pV}{T} = const$$

або

$$\frac{p_{1V_1}}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

де p_1, V_1, T_1 – тиск, об’єм та температура газу у початковому стані; p_2, V_2, T_2 – такі самі величини в кінцевому стані.

- Закон Дальтона, що визначає тиск суміші газів

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_n,$$

де p_i – парціальний тиск (тиск, що спричиняє газ, якщо він один знаходиться в сосуді, який займає суміш) компонентів суміші , n – число компонентів суміші.

- Концентрація молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho N_A}{M},$$

де N – кількість молекул в даній системі, ρ – густина речовини, V – об’єм системи.

- Залежність тиску газу від концентрації молекул та температури

$$p = nkT$$

- Основне рівняння кінетичної теорії газів

$$p = \frac{2}{3}n\langle E\rangle,$$

де $\langle E \rangle$ –середня кінетична енергія поступального руху молекули.

- Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

де $k = \frac{R}{N_A}$ – стала Больцмана.

- Повна середня кінетична енергія молекули

$$\langle E_i \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де i – кількість ступенів свободи.

- Середня квадратична швидкість молекул газу

$$\langle \upsilon_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

- Середня арифметична швидкість молекул газу

$$\langle \upsilon \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

- Найбільш ймовірна швидкість молекул газу

$$\langle \upsilon_{\text{ймов}} \rangle = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$$

- Середнє число зіткнень молекули за одиницю часу

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi \sigma^2 n \langle \upsilon \rangle$$

де σ – ефективний діаметр молекули, n – концентрація молекул.

- Перший закон термодинаміки: кількість теплоти ,що надається системі, витрачається на здійснення системою роботи проти зовнішніх тіл і на зміну внутрішньої енергії

$$Q = \Delta U + A$$

- Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT$$

- Молярна теплоємність ідеального газу при сталому об’ємі

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

- Молярна теплоємність ідеального газу при сталому тиску

$$C_p = C_V + R = \frac{(i+2)}{2}R$$

- Зв'язок між питомою та молярною теплоємностями

$$c = \frac{C}{M}$$

- Робота розширення газу:

  – в загальному випадку

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$

  – ізобарний процес

$$A = p(V_2 - V_1)$$

  –ізотермічний процес

$$A = \frac{m}{M}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$$

  – ізохорний процес $A=0$

- Рівняння Пуассона для адіабатичного процесу в ідеальному газі

$$pV^{\gamma} = const$$

де $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$

- Робота ідеального газу у випадку адіабатичного процесу

$$A = -\Delta U = \frac{m}{M}C_V(T_1 - T_2)$$

$$A = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$$

- Коефіцієнт корисної дії теплової машини

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де A – робота, скоєна робочою речовиною протягом циклу, Q_1 – кількість теплоти, що отримана від нагрівача, Q_2 – кількість теплоти, що віддана холодильнику, T_1 i T_2 – найвища і найнижча температури робочої речовини.

- Зміна ентропії тіла у будь–якому зворотному процесі, що переводить його із стану *A* в стан *B*, дорівнює

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

де dQ – елементарна кількість теплоти, що отримана тілом за температури T.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Який об'єм *V* займає маса *m*=10 г кисню при тиску *p*=100 кПа і температурі *t*=20 °C?

Дано:	Розв'язання
m=0,01 кг $p=10^5$ Па T=293 К M=0,032 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	Рівняння стану Менделєєва-Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$ звідси $V = \frac{mRT}{Mp}$
V – ?	$V = \frac{0{,}01 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{10^5 \cdot 0{,}032} = 7{,}6 \cdot 10^{-3}\text{м}^3$

Відповідь: $V=7{,}6 \cdot 10^{-3}$ м^3

Приклад 2. Тиск повітря всередині щільно закупореної пляшки при температурі t_1=7 °C був p_1=100 кПа. При нагріванні пляшки пробка вилетіла. До якої температури t_2 нагріли пляшку, якщо відомо, що пробка вилетіла при тиску в пляшці p_2=130 кПа?

Дано:	**Розв'язання**
T_1=280 К	За законом Шарля
$p_1=10^5$ Па	
$p_2=1{,}3\cdot10^5$ Па	
t_2 – ?	звідси

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2}$$

$$T_2=\frac{T_1p_2}{p_1}$$

$$T_2=\frac{280\cdot10^5}{1{,}3\cdot10^5}=364\text{ К}$$

$t_2=T_2-273=364-273=91\ ^{\circ}$C.

Відповідь: $t_2=91\ ^{\circ}$C

Приклад 3. В балоні знаходиться маса m_1=10 кг газу при тиску p_1=10 МПа. Яку масу Δm взяли з балону, якщо тиск став дорівнювати p_2=2,5 МПа? Температуру газу вважати постійною.

Дано:	**Розв'язання**
m_1=10 кг	Рівняння стану Менделєєва-Клапейрона до та після випускання газу з балона
$p_1=10^7$ Па	
$p_2=0{,}25\cdot10^7$ Па	
T=const	
V=const	
Δm – ?	Розділимо рівняння (1) на (2) і отримаємо

$$p_1V=\frac{m_1}{M}RT \qquad (1)$$

$$p_2V=\frac{m_2}{M}RT \qquad (2)$$

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{m_1}{m_2}$$

звідси

$$m_2=\frac{m_1p_2}{p_1}$$

$$m_2=\frac{10\cdot0{,}25\cdot10^7}{10^7}=2{,}5\text{ кг}$$

$\Delta m= m_1- m_2$=10–2,5=7,5 кг.

Відповідь: Δm=7,5 кг

Приклад 4. Маса m=12 г газу займає об'єм V_1=4 л при температурі t_1=7 °С. Після нагрівання газу при постійному тиску його густина стала дорівнювати ρ_2=0,6 кг/м^3. До якої температури нагріли газ?

Дано:	**Розв'язання**
m=0,012 кг $V_1=4\cdot10^{-3}$ м^3 T_1=280 К ρ_2=0,6 кг/м^3 R=8,31 Дж/(моль·К) p=const	Рівняння стану Менделєєва-Клапейрона до та після випускання газу з балона
t_2 – ?	

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1 \qquad (1)$$

$$pV_2 = \frac{m}{M}RT_2 \qquad (2)$$

Оскільки

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2}$$

то (2) можна переписати

$$p = \frac{\rho_2}{M}RT_2$$

звідси

$$T_2 = \frac{pM}{\rho_2 R} \qquad (3)$$

Тиск знайдемо з (1)

$$p = \frac{m}{V_1 M}RT_1 \qquad (4)$$

Підставивши (4) в (3) отримаємо

$$T_2 = \frac{mMRT_1}{V_1 M \rho_2 R} = \frac{mT_1}{V_1\rho_2}$$

$$T_2 = \frac{0{,}012\cdot280}{4\cdot10^{-3}\cdot0{,}6} = 1400\ \text{К}$$

Таким чином

$$t_2 = T_2 - 273 = 1127\ ^\circ\text{C}.$$

Відповідь: t_2=1127 °С

Приклад 5. В посудині об'ємом V=2 л знаходиться маса m_1=6 г вуглекислого газу (CO_2) і маса m_2=5 г закисі азоту (N_2O) при температурі t=127 °С. Знайти тиск p суміші в посудині.

Дано:	**Розв'язання**
$V=2\cdot10^{-3}$ м^3 m_1=0,006 кг m_2=0,005 кг T=400 К M_1=0,044 кг/моль M_2=0,044 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	За законом Дальтона
p – ?	

$$p = p_1 + p_2 \quad (1)$$

де, згідно з рівнянням Менделєєва-Клапейрона,

$$p_1 = \frac{m_1 RT}{VM_1} \quad (2)$$

парціальний тиск вуглекислого газу;

$$p_2 = \frac{m_2 RT}{VM_2} \quad (3)$$

парціальний тиск закисі азоту. Підставляючи (2) і (3) в (1) отримаємо

$$p = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)$$

$$p = \frac{8{,}31\cdot 400}{2\cdot 10^{-3}}\left(\frac{0{,}006}{0{,}044} + \frac{0{,}005}{0{,}044}\right) = 415{,}5\cdot 10^{3}\ \text{Па}$$

Відповідь: p=415,5 кПа

Приклад 6. Яка кількість молекул N знаходиться у кімнаті об'ємом V=80 м^3 при температурі t=17 $^{\circ}$С і тиском p=100 кПа?

Дано:	**Розв'язання**
V=80 м^3 T=290 К $p=10^5$ Па $N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$ R=8,31 Дж/(моль·К)	Кількість молекул N, які знаходяться в кімнаті, можна знайти за формулою
N – ?	

$$N = \frac{m}{M}N_A \quad (1)$$

Згідно з рівнянням Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

звідси

$$\frac{m}{M} = \frac{pV}{RT} \quad (2)$$

підставимо (2) в (1)

$$N = \frac{pV}{RT}N_A$$

$$N = \frac{10^5 \cdot 80}{8{,}31 \cdot 290} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 2 \cdot 10^{27}$$

Відповідь: N=2·10^{27}

Приклад 7. Густина деякого газу ρ=0,06 кг/м^3, середня квадратична швидкість його молекул $\sqrt{\bar{v}^2}$=500 м/с. Знайти тиск p, який газ чинить на стінки посудини.

Дано:	**Розв'язання:**
ρ=0,06 кг/м^3 $\sqrt{\bar{v}^2}$=500 м/с	Тиск газу визначимо через основне рівняння МКТ:
p – ?	

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \bar{v}^2 \qquad (1)$$

Концентрація дорівнює

$$n = \frac{N}{V} \qquad (2)$$

де N кількість молекул в об'ємі V.

Підставимо (2) в (1)

$$p = \frac{1}{3}\frac{N}{V} m_0 \bar{v}^2$$

Враховуючи, що маса газу дорівнює

$$m = m_0 N$$

та його густина

$$\rho = \frac{m}{V}$$

з останнього рівняння отримаємо

$$p = \frac{1}{3}\rho \bar{v}^2$$

$$p = \frac{1}{3} 0{,}06 \cdot 500^2 = 5 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Відповідь: p=5 кПа.

Приклад 8. Густина деякого газу ρ=0,082 кг/м^3 при тиску p=100 кПа і температурі t=17 °С. Знайти середню квадратичну швидкість $\sqrt{\bar{v}^2}$ молекул газу. Яка молярна маса M цього газу?

Дано:

ρ=0,082 кг/м^3 p=10^5 Па T=290 К R=8,31 Дж/(моль·К)	
$\sqrt{\bar{\upsilon}^2}$ – ? M – ?	

Розв'язання:

Середню квадратичну швидкість знайдемо з формули

$$p = \frac{1}{3}\rho\bar{\upsilon}^2$$

звідси

$$\sqrt{\bar{\upsilon}^2} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} \qquad (1)$$

$$\sqrt{\bar{\upsilon}^2} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^5}{0{,}082}} = 1913 \text{ м/с}$$

Молярну масу газу знайдемо за формулою

$$M = m_0 N_A \qquad (2)$$

За пишемо формули для знаходження середньої кінетичної енергії поступального руху однієї молекули

$$\bar{E}_0 = \frac{3}{2}kT = \frac{m_0\bar{\upsilon}^2}{2}$$

звідси, з урахуванням (1), отримаємо

$$m_0 = \frac{kT\rho}{p} \qquad (3)$$

Підставимо (3) в (2)

$$M = \frac{kT\rho}{p}N_A$$

Оскільки

$$R = kN_A$$

Отримаємо

$$M = \frac{RT\rho}{p}$$

$$M = \frac{8{,}31 \cdot 290 \cdot 0{,}082}{10^5} = 0{,}002 \text{ кг/моль}$$

Відповідь: $\sqrt{\bar{\upsilon}^2}$=1913 м/с, M=0,002 кг/моль

Приклад 9. Знайти середню довжину вільного пробігу $\bar{\lambda}$ молекул вуглекислого газу при температурі t=100 °C і тиску p=13,3 Па. Діаметр молекул газу σ=0,32 нм.

Дано:	Розв'язання:
p=13,3 Па T=373 К σ=0,32·10^-9 м k=1,38·10^-23 Дж/К	Середня довжина вільного пробігу молекул газу $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ (1) Концентрацію знайдемо з одного з різновидів основного рівняння МКТ:
$\bar{\lambda}$ – ?	

$$p = nkT,$$

звідси

$$n = \frac{p}{kT} \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1)

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 373}{\sqrt{2} \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}32 \cdot 10^{-9})^2 13{,}3} = 0{,}0085 \text{ м}$$

Відповідь: $\bar{\lambda}$ =8,5 мм

Приклад 10. Знайти середню кількість зіткнень $\bar{z}$ в одиницю часу молекул азоту при тиску p=53,33 кПа і температурі t=27 °C.

Дано:	Розв'язання:
p=53,33·10^3 Па T=300 К M=0,028 кг/моль σ=0,3·10^-9 м	Середня довжина вільного пробігу молекул газу $\bar{\lambda} = \frac{\bar{\upsilon}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ (1) Концентрацію знайдемо з одного з різновидів основного рівняння МКТ:
$\bar{z}$ – ?	

$$p = nkT,$$

де k=1,38·10^-23 Дж/К

звідси

$$n = \frac{p}{kT} \tag{2}$$

Середня арифметична швидкість

$$\bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \tag{3}$$

Підставимо (2) і (3) в (1) і виразимо середню кількість зіткнень в одиницю часу

$$\bar{z} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \cdot \frac{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}{kT} = \sqrt{\frac{R\pi}{MT}} \cdot \frac{4\sigma^2 p}{k}$$

$$\bar{z} = \sqrt{\frac{8,31 \cdot 3,14}{0,028 \cdot 300}} \cdot \frac{4 \cdot (0,3 \cdot 10^{-9})^2 53.33 \cdot 10^3}{1,38 \cdot 10^{-23}} = 24,5 \cdot 10^8\ c^{-1}$$

Відповідь: $\bar{z}$=24,5·10^8 $с^{-1}$

Приклад 11. Знайти коефіцієнт дифузії *D* і в'язкість *η* повітря при тиску *p*=101,3 кПа і температурі *t*=10 °С. Діаметр молекул повітря *σ*=0,3 нм.

Дано:	Розв'язання:
p=101,3·10^3 Па T=283 К σ=0,3·10^{-9} м M=0,029 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	Коефіцієнт дифузії $$D = \bar{\upsilon}\frac{\bar{\lambda}}{3} \tag{1}$$ де середня арифметична швидкість $$\bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \tag{2}$$
D – ? η – ?	

середня довжина вільного пробігу молекул газу

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$$

де концентрація

$$n = \frac{p}{kT}$$

звідси

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p} \tag{3}$$

Підставимо (3) і (2) в (1)

$$D = \frac{kT}{3\pi\sigma^2 p} \cdot \sqrt{\frac{4RT}{\pi M}}$$

$$D = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 283}{3 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}3 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 101{,}3 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 8{,}31 \cdot 283}{3{,}14 \cdot 0{,}029}} = 1{,}46 \cdot 10^{-5}\ \text{м}^2/\text{с}$$

В’язкість

$$\eta = \bar{\upsilon}\frac{\bar{\lambda}\rho}{3} \qquad (4)$$

Враховуючи (1) в (4) отримаємо

$$\eta = D\rho \qquad (5)$$

Густину знайдемо з рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

звідси

$$\frac{m}{V} = \rho = \frac{pM}{RT} \qquad (6)$$

Підставимо (6) в (5)

$$\eta = D\frac{pM}{RT}$$

$$\eta = 1{,}46 \cdot 10^{-5}\frac{101{,}3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}029}{8{,}31 \cdot 283} = 18{,}2 \cdot 10^{-6}\text{Па} \cdot \text{с}$$

Відповідь: D=1,46·10^{-5} м^2/с, η=18,2 мкПа·с

Приклад 12. Знайти коефіцієнт дифузії D і в’язкість η повітря при тиску p=101,3 кПа і температурі t=10 $^{\circ}$C. Діаметр молекул повітря σ=0,3 нм.

Дано:	**Розв'язання:**
p=101,3·10^3 Па T=283 К σ=0,3·10^{-9} м M=0,029 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	Коефіцієнт дифузії $$D = \bar{v}\frac{\bar{\lambda}}{3} \qquad (1)$$ де середня арифметична швидкість $$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \qquad (2)$$
D – ? η – ?	

середня довжина вільного пробігу молекул газу

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$$

де концентрація

$$n = \frac{p}{kT}$$

звідси

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p} \qquad (3)$$

Підставимо (3) і (2) в (1)

$$D = \frac{kT}{3\pi\sigma^2 p} \cdot \sqrt{\frac{4RT}{\pi M}}$$

$$D = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 283}{3 \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}3 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 101{,}3 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot 8{,}31 \cdot 283}{3{,}14 \cdot 0{,}029}} = 1{,}46 \cdot 10^{-5}\ \text{м}^2/\text{с}$$

В'язкість

$$\eta = \bar{v}\frac{\bar{\lambda}\rho}{3} \qquad (4)$$

Враховуючи (1) в (4) отримаємо

$$\eta = D\rho \qquad (5)$$

Густину знайдемо з рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

звідси

$$\frac{m}{V} = \rho = \frac{pM}{RT} \qquad (6)$$

Підставимо (6) в (5)

$$\eta = D\frac{pM}{RT}$$

$$\eta = 1{,}46 \cdot 10^{-5}\frac{101{,}3 \cdot 10^{3} \cdot 0{,}029}{8{,}31 \cdot 283} = 18{,}2 \cdot 10^{-6}\text{Па} \cdot \text{с}$$

Відповідь: D=1,46·10^{-5} м^2/с, η=18,2 мкПа·с

Приклад 13. Знайти енергію поступального руху молекул $U_{пост}$ і енергію обертального руху $U_{обер}$ маси m=20 г кисню при температурі t=10 °С.

Дано:	Розв'язання:
m =0,02 кг T=283 К M=0,032 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	Внутрішня енергія газу $$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT \qquad (1)$$ Для двохатомного газу число ступенів свободи i=5, причому для поступального руху i=3, а для обертального руху i=2. З (1) маємо
$U_{пост}$ – ? $U_{обер}$ – ?	

$$U_{\text{пост}} = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT$$

$$U_{\text{пост}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{0{,}02}{0{,}032}8{,}31 \cdot 283 = 2205 \text{ Дж}$$

$$U_{\text{обер}} = \frac{m}{M}RT$$

$$U_{\text{обер}} = \frac{0{,}02}{0{,}032}8{,}31 \cdot 283 = 1470 \text{ Дж}$$

Відповідь: $U_{пост}$=2205 Дж, $U_{обер}$=1470 Дж

Приклад 14. Знайти питому теплоємність c кисню для: а) V=const; б) p=const.

Дано:	Розв'язання:
V=const. p=const. M=0,032 кг/моль	Молярна теплоємність C і питома теплоємність c пов'язані співвідношенням
c_V – ? c_p – ?	$$C = Mc$$

Звідси

$$c = \frac{C}{M}$$

При V=const

$$c_V = \frac{C_V}{M}$$

де

$$C_V = \frac{i}{2}R$$

де R=8,31 Дж/(моль·К)

Для кисню i=5 (кисень двохатомний газ), отже

$$C_V = \frac{5}{2}R$$

Тоді питома теплоємність при постійному об'ємі

$$c_V = \frac{5R}{2M}$$

$$c_V = \frac{5 \cdot 8{,}31}{2 \cdot 0{,}032} = 649\ (\text{Дж/кг} \cdot \text{К})$$

б) При p=const

$$C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R$$

Звідси

$$\text{c}_p = \frac{7R}{2M}$$

$$\text{c}_p = \frac{7 \cdot 8{,}31}{2 \cdot 0{,}032} = 909\ (\text{Дж/кг} \cdot \text{К})$$

Відповідь: c_V=649 Дж/(кг·К), c_p=909 Дж/(кг·К)

Приклад 15. Маса m=10 г кисню знаходиться під тиском p=0,3 МПа і температурі t=10 °С. Після нагрівання при p=const газ зайняв об'єм V_2=10 л. Знайти кількість теплоти Q, яку газ отримав, і енергію теплового руху молекул U до та після нагрівання.

Дано:	**Розв'язання:**
$i=5$ $m=0{,}01$ кг $p=0{,}3\cdot10^6$ Па $T_1=283$ К $V_2=10^{-2}$ м^3 $M=0{,}032$ кг/моль $R=8{,}31$ Дж/(моль·К)	Енергій теплового руху молекул до нагрівання $$U_1=\frac{i}{2}\frac{m}{M}RT_1$$ $$U_1=\frac{5}{2}\cdot\frac{0{,}01}{0{,}032}8{,}31\cdot283=1772\text{ Дж}$$ після нагрівання $$U_2=\frac{i}{2}\frac{m}{M}RT_2 \qquad (1)$$
Q – ? U_1 – ? U_2 – ?	При нагріванні газом була здійснена робота (p=const)

$$A=p\Delta V=p(V_2-V_1) \qquad (2)$$

Кількість теплоти, яку отримав газ відповідно з першим законом термодинаміки

$$Q=\Delta U+A \qquad (3)$$

Зміна внутрішньої енергії газу

$$\Delta U=U_2-U_1 \qquad (4)$$

Рівнянням Менделєєва-Клапейрона до нагрівання

$$pV_1=\frac{m}{M}RT_1 \qquad (5)$$

після нагрівання

$$pV_2=\frac{m}{M}RT_2 \qquad (6)$$

З (5)

$$V_1=\frac{m}{pM}RT_1 \qquad (7)$$

з (6)

$$T_2=\frac{pV_2M}{mR} \qquad (8)$$

Підставимо (8) в (1)

$$U_2=\frac{5}{2}pV_2$$

$$U_2=\frac{5}{2}\cdot0{,}3\cdot10^6\cdot10^{-2}=7500\text{ Дж}$$

Враховуючи (2) і (4) в (3) отримаємо

$$Q = U_2 - U_1 + p(V_2 - \frac{m}{pM}RT_1)$$

$$Q = 7500 - 1772 + 0{,}3 \cdot 10^6 \left(10^{-2} - \frac{0{,}01}{0{,}3 \cdot 10^6 \cdot 0{,}032} 8{,}31 \cdot 283\right) = 7993 \text{ Дж}$$

Відповідь: U_1=1772 Дж, U_2=7500 Дж, Q=7993 Дж.

Приклад 16. Маса m=10,5 г азоту ізотермічно розширюється при температурі t=–23 °С, причому його тиск змінюється від p_1=250 кПа до p_2=100 кПа. Знайти роботу A, газу при розширенні.

Дано:	Розв'язання:
m=0,0105 кг T=250 К p_1=2,5·10^5 Па p_2=10^5 Па M=0,028 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	Робота, яку робить газ при ізотермічному зміні об'єму $$A = RT\frac{m}{M}\ln\frac{V_2}{V_1} \quad (1)$$ З закону Бойля-Маріота $$p_1V_1 = p_2V_2$$ звідси $$\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad (2)$$
A – ?	

Підставимо (2) в (1)

$$A = RT\frac{m}{M}\ln\frac{p_1}{p_2}$$

$$A = 8{,}31 \cdot 250 \frac{0{,}0105}{0{,}028} \ln 2{,}5 = 714 \text{ Дж}$$

Відповідь: A=714 Дж

Приклад 17. До якої температури t_2 охолоне повітря, яке знаходиться при t_1=0 °С, якщо воно розширюється адіабатично від об'єму V_1 до V_2=2V_1?

Дано:	Розв'язання:
T_1=273 К V_2=2V_1	Повітря можна вважати двохатомним газом і число ступенів свободи i=5. Показник адіабати
t_2 – ?	$$\gamma = c_p / c_V ,$$

де $c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}$ і $c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}$,

тоді

$$\gamma = \frac{i+2}{i};$$

$$\gamma = \frac{5+2}{5} = 1{,}4.$$

З рівняння Пуассон

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{2V_1}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 2^{\gamma-1},$$

звідси

$$T_2 = \frac{T_1}{2^{\gamma-1}};$$

$$T_2 = \frac{273}{2^{1,4-1}} = 207 \text{ К}$$

отже t_2=-66 °C.

Відповідь: t_2=-66 °C

Приклад 18. Маса *m*=10 г кисню знаходиться під тиском *p*=300 кПа і температурі *t*=10 °C. Після нагрівання при *p=const* газ зайняв об'єм *V*=10 л. Знайти кількість теплоти *Q*, яку отримав газ, зміну ΔU внутрішньої енергії газу та роботу *A*, яку здійснив газ при розширенні.

Дано:

m=0,01 кг

$p=3\cdot10^5$ Па

T_1=283 К

$V_2=10^{-2}$ м^3

M=0,032 кг/моль

Q – ? ΔU – ? A – ?

Розв'язання:

Кількість теплоти, яку отримав газ визначається наступним співвідношенням:

$$Q = c_p m(T_2 - T_1) \tag{1}$$

де c_p – питома теплоємність при *p=const*

$$c_p = \frac{C_p}{M} \tag{2}$$

а

$$C_p = \frac{i+2}{2}R$$

де R=8,31 Дж/(моль·К)

Оскільки кисень двохатомний газ то i=5 і

$$C_p = \frac{7}{2}R \tag{3}$$

Підставимо (2) і (3) в (1)

$$Q = \frac{7}{2}R\ \frac{m(T_2 - T_1)}{M} \tag{4}$$

Зміна внутрішньої енергії для двохатомного газу

$$\Delta U = \frac{5}{2}R\ \frac{m(T_2 - T_1)}{M} \tag{5}$$

Робота газу при p=*const*

$$A = p(V_2 - V_1) \tag{6}$$

За пишемо рівняння стану газу до і після нагрівання:

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT_1 \tag{7}$$

та

$$pV_2 = \frac{m}{M}RT_2 \tag{8}$$

З рівняння (7) отримаємо

$$V_1 = \frac{m}{pM}RT_1 \tag{9}$$

а з рівняння (8)

$$T_2 = \frac{pV_2M}{mR} \tag{10}$$

Підставимо (10) в (4) і (5):

$$Q = \frac{7}{2}\left(pV_2 - \frac{m}{M}RT_1\right)$$

$$Q = \frac{7}{2}\left(3 \cdot 10^5 \cdot\ 10^{-2} - \frac{0{,}01}{0{,}032}8{,}31 \cdot 283\right) = 7{,}92 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

$$\Delta U = \frac{5}{2}\left(pV_2 - \frac{m}{M}RT_1\right)$$

$$Q = \frac{5}{2}\left(3 \cdot 10^5 \cdot\ 10^{-2} - \frac{0{,}01}{0{,}032}8{,}31 \cdot 283\right) = 5{,}66 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Підставимо (9) в (6)

$$A = pV_2 - \frac{m}{M}RT_1$$

$$A = 3 \cdot 10^5 \cdot \ 10^{-2} - \frac{0{,}01}{0{,}032}8{,}31 \cdot 283 = 2{,}26 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Відповідь: Q=7,92 кДж, ΔU=5,66 кДж, A=2,26 кДж

Приклад 19. Кількість v=2 кмоль вуглекислого газу нагрівають при постійному тиску на ΔT=50 К. Знайти зміну ΔU внутрішньої енергії газу, роботу A розширення газу та кількість теплоти Q, яку передали газу.

Дано:
$v=2\cdot10^3$ моль
ΔT=50 К
M=0,044 кг/моль
R=8,31 Дж/(моль·К)

Q – ? ΔU – ? A – ?

Розв'язання:

Зміна внутрішньої енергії газу

$$\Delta U = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R\Delta T \qquad (1)$$

де i=6, оскільки газ багатоатомний.

Кількість речовини

$$\nu = \frac{m}{M} \qquad (2)$$

Підставимо (2) в (1) з урахування числа ступенів свободи

$$\Delta U = 3\nu R\Delta T$$

$$\Delta U = 3 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 8{,}31 \cdot 50 = 2{,}5 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Робота, яку робить газ при розширенні (p=*const)*

$$A = p\Delta V \qquad (3)$$

Згідно з рівнянням Менделєєва-Клапейрона

$$p\Delta V = \frac{m}{M}R\Delta T = \nu R\Delta T \qquad (4)$$

Підставимо (4) в (3)

$$A = \nu R\Delta T$$

$$A = 2 \cdot 10^3 \cdot 8{,}31 \cdot 50 = 0{,}8 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Згідно з першим законом термодинаміки

$$Q = \Delta U + A$$

$$Q = 2{,}5 \cdot 10^6 + 0{,}8 \cdot 10^6 = 3{,}3 \cdot 10^6 \text{ Дж}$$

Відповідь: ΔU=2,5 МДж, A=0,8 МДж, Q=3,3 МДж.

Приклад 20. Ідеальна теплова машина, яка працює по циклу Карно отримує від нагрівача кількість теплоти Q_1=2,512 кДж. Температура нагрівача T_1=400 К, температура холодильника T_2=300 К. Знайти роботу A, яку робить машина за один цикл, і кількість теплоти Q_2, яку віддають холодильнику.

Дано:	**Розв’язання:**
Q_1=2512 Дж	Коефіцієнт корисної дії машини, яка працює за циклом Карно
T_1=400 К	$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (1)$$
T_2=300 К	
A – ? Q_2 – ?	Також ККД визначається рівнянням

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad (2)$$

Прирівнявши праві частини рівнянь (1) і (2) отримаємо

$$Q_2 = Q_1 - \frac{(T_1 - T_2)Q_1}{T_1}$$

$$Q_2 = 2512 - \frac{(400 - 300)2512}{400} = 1884 \text{ Дж}$$

Робота, яку робить машина

$$A = Q_1 - Q_2$$

$$A = 2512 - 1884 = 628 \text{ Дж}$$

Відповідь: Q_2=1884 Дж, A=628 Дж

Задачі для самостійного розв’язання

Задача 1. Який об’єм V займає маса m=10 г кисню при тиску p=100 кПа і температурі t=20°С? [*Відповідь*: V=7,6 л].

Задача 2. В сосуді знаходиться маса m_1=10 г вуглекислого газу і маса m_2=15г азоту. Знайти густину ρ суміші при температурі t=27 °С і тиску p=150 кПа. [*Відповідь*: ρ=1,98 кг/м^3].

Задача 3. В сосуді об’ємом V=2 л знаходиться маса m=10 г кисню при тиску p=90,6 кПа. Знайти середню квадратичну швидкість $\sqrt{\overline{\upsilon}^2}$ молекул газу, кількість молекул N та густину ρ газу. [*Відповідь*: $\sqrt{\overline{\upsilon}^2}$ =230 м/с; N=1,9·10^{23}; ρ=5 кг/м^3].

Задача 4. Знайти внутрішню енергію U двохатомного газу, який знаходиться в сосуді об'ємом V=2 л під тиском p=150 кПа. [*Відповідь*: У 1,44.10^7 рази].

Задача 5. Знайти питому теплоємність c_p газової суміші, яка складається з кількості v_1=3 кмоль аргону і кількості v_2= 2 кмоль азоту. [*Відповідь*: c_p =685 Дж/(кг·К)].

Задача 6. Кількість v=2 кмоль вуглекислого газу нагрівають при постійному тиску на ΔT=50 К. Знайти зміну ΔU внутрішньої енергії газу, роботу A розширення газу та кількість теплоти Q, яку передали газу. [*Відповідь*: ΔW=2,5 МДж; A=0,83 МДж; Q=3,33 МДж].

Задача 7. В сосуді під поршнем знаходиться маса m=1 г азоту. Яку кількість теплоти Q потрібно затратити, щоб нагріти азот на ΔT=10 К? На скільки при цьому підійметься поршень? Маса поршню M=1 кг, площа його поперечного перерізу S=10 см^2. Тиск над поршнем p=100 кПа. [*Відповідь*: Q=10,4 Дж; Δh=2,8 см].

ЕЛЕКТОСТАТИКА ТА МАГНІТНЕ ПОЛЕ

Практичне заняття № 5

Тема: *Електростатика*

Основні формули і закони

- При перерозподілі електричних зарядів в ізольованій системі взаємодіючих тіл алгебраїчна сума електричних зарядів залишається постійною:

$$\sum_{i-1}^{n} q_i = const$$

  Це закон збереження електричного заряда.

- За законом Кулона сила електростатичної взаємодії між двома зарядженими тілами, розміри яких малі порівняно з відстанню *r* між ними, визначається формулою

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2},$$

  где q_1 и q_2 – електричні заряди тел, ε – відносна діелектрична проникність середовища, ε_o=8,85418782·10^{-12} Ф/м – електрична стала.

- Напруженість електричного поля визначається формулою

$$E = \frac{F}{q}$$

де F – сила, що діє на заряд q.

- Напруженість поля точкового заряду

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$$

- Напруженість поля, утвореного зарядженої нескінченно довгою ниткою,

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon a}$$

де τ - лінійна густина заряду на нитці, a – відстань від нитки.

Якщо нитка має скінчену довжину, то напруженість поля в точці, що знаходиться на перпендикулярі, проведеним з середини нитки на відстані a від неї ,

$$E = \frac{\tau \sin \Theta}{2\pi\varepsilon_0 \varepsilon a}$$

де θ – кут між напрямом нормалі до нитки і радіус-вектору, який проведений з точки, яку розглядають, до кінця нитки.

- Напруженість поля, утвореного зарядженою нескінченно протяжною площиною,

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$$

де σ – поверхнева густина заряду на площині.

- Напруженість поля, утвореного різнойменно зарядженими паралельними нескінченими площинками (поле плоского конденсатора) ,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$$

- Напруженість поля , утвореного зарядженою кулею,

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}$$

де q – заряд кулі радіусом R і r – відстань від центру кулі , причому $r > R$.

- Різниця потенціалів між двома точками електричного поля визначається роботою, яку треба здійснити, щоб одиницю позитивного заряду перенести з однієї точки в іншу:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}$$

- Потенціал поля точкового заряду

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r}$$

де r – відстань від заряду.

- Напруженість електричного поля і потенціал пов'язані співвідношенням

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}$$

- У разі однорідного поля плоского конденсатора напруженість

$$E = \frac{U}{d}$$

де U – різниця потенціалів між пластинами конденсатора, d – відстань між ними.

- Потенціал відокремленого провідника і його заряд пов'язані співвідношенням

$$q = C\varphi$$

де C – ємність відокремленого провідника.

- Ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

де S – площина кожної пластини конденсатора.

- В окремому випадку, коли $R = \infty$, ємність відокремленого кулі

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$$

- Ємність системи конденсаторів:

при паралельному з'єднанні конденсаторів

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots + C_n$$

при послідовному з'єднанні конденсаторів

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$

- Енергія відокремленого зарядженого провідника може бути знайдена з одній з наступних формул:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

- У випадку плоского конденсатора енергія

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S E^2 d}{2} = \frac{S\sigma^2 d}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$$

де S – площа кожної пластини конденсатора, σ – поверхнева густина заряду на пластинах, U – різниця потенціалів між пластинами, d – відстань між ними.

- Величина об'ємної густини енергії електричного поля

$$W_0 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$$

- Сила притягання між пластинами плоского конденсатора

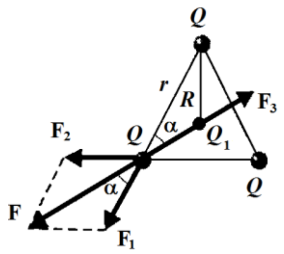
$$F = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d^2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S E^2}{2} = \frac{S\sigma^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}$$

Приклади розв’язання задач

Приклад 1. В вершинах рівнобічного трикутника знаходяться однакові позитивні заряди q=2 нКл. Який негативний заряд q_1 необхідно помістити в центр трикутника, щоб сила притягання з його боку врівноважила сили відштовхування позитивних зарядів?

Дано:
$q=2\cdot10^{-9}$ Кл
$\varepsilon=1$
$F=0$
---
q_1 – ?

Розв’язання:



Розглянемо сили, які діють на будь-який заряд у вершині. З боку двох зарядів у вершинах на нього діють сили $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, при чому

$$F_1 = F_2 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}, \qquad (1)$$

де r – сторона трикутника.

Сила, яка діє на обраний заряд з боку заряду q_1, дорівнює

$$F_3 = \frac{q|q_1|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}. \qquad (2)$$

Оскільки трикутник рівнобічний то $\alpha=30^0$ і відстані з центру до вершин трикутника однакові і дорівнюють R. З теореми косинусів знайдемо R:

$$r = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2\cos(180° - 2\alpha)},$$

звідси

$$R = \frac{r}{\sqrt{3}}. \qquad (3)$$

Підставимо (3) в (2)

$$F_3 = \frac{3q|q_1|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}. \qquad (4)$$

Умова рівноваги заряду:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0. \qquad (5)$$

В проекції на вісь *x* (5) має вигляд:

$$F_1 \cos 30° + F_2 \cos 30° - F_3 = 0. \qquad (6)$$

Підставивши (1) та (4) в (6) отримаємо

$$\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2}\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3q|q_1|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} = 0;$$

$$|q_1| = \frac{q}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{3}} = 1{,}15 \text{ нКл}.$$

Відповідь: q_1=1,15 нКл.

Приклад 2. Два точкових заряди q_1=7,5 нКл і q_2=–14,7 нКл розміщенні на відстані *r*=5 см. Знайти напруженість *E* електричного поля в точці, яка знаходиться на відстанях *a*=3 см від позитивного заряду і *b*=4 см від негативного.

Дано:

$q_1=7{,}5\cdot10^{-9}$ Кл

$q_2=-14{,}7\cdot10^{-9}$ Кл

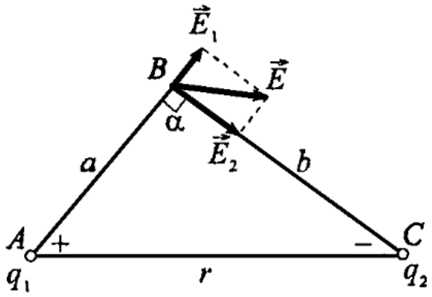
r=0,05 м

a=0,03 м

b=0,04 м

E – ?

Розв’язання:



Сторони трикутника *a*, *b*, *r* задовольняють умові

$$a^2 + b^2 = r^2,$$

згідно з цим, трикутник прямокутний, кут $\alpha=90^0$. Згідно з принципом суперпозиції полів результуюча напруженість в точці *B*:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

де

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon a^2} \tag{1}$$

де ε=1 ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м напруженість, яку утворює позитивний заряд,

$$E_2 = \frac{|q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon b^2} \tag{2}$$

негативний.

Оскільки кут між векторами напруженості 90^0, то по правилу складання векторів та теоремі Піфагора. Результуюча напруженість

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}. \tag{3}$$

Підставимо (1) і (2) в (3)

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\sqrt{\frac{q_1^2}{a^4} + \frac{q_2^2}{b^4}}$$

$$E = 9\cdot 10^9\sqrt{(0{,}694 + 0{,}844)\cdot 10^{-10}} = 112\cdot 10^3 \text{В/м}$$

Відповідь: E=112 кВ/м

Приклад 3. Свинцева куля (ρ_1=11300 кг/м^3) діаметром d=0,5 см знаходиться в гліцерині (ρ_2=1260 кг/м^3). Визначити заряд кулі, якщо в однорідному електростатичному полі куля опинилася в стані рівноваги. Електростатичне поле направлено вертикально вгору, і його напруженість E=4 кВ/см.

Дано:

ρ_1=11300 кг/м^3

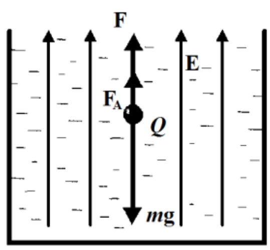
d=5·10^{-3} м

ρ_2=1260 кг/м^3

E=4·10^5 В/м

q – ?

Розв’язання:



На кулю діють три сили: сила тяжіння, сила виштовхування Архімеда та сила електростатичного відштовхування. Умова рівноваги куль у векторному виді

$$m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F} = 0.$$

В проекціях на ось x:

$$mg - F_A - F = 0. \tag{1}$$

Маса кулі

$$m = \rho_1 V = \rho_1 \frac{4}{3}\pi r^3 = \rho_1 \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{\rho_1 \pi d^3}{6}. \tag{2}$$

Сила Архімеда

$$F_A = \rho_2 V g = \frac{\rho_2 \pi d^3 g}{6}. \tag{3}$$

Сила електростатичного відштовхування

$$F = qE. \tag{4}$$

Підставимо (2), (3) і (4) в (1)

$$\frac{\rho_1 \pi d^3 g}{6} - \frac{\rho_2 \pi d^3 g}{6} - qE = 0,$$

$$q = \frac{\pi d^3 g(\rho_1 - \rho_2)}{6E}$$

$$q = \frac{3{,}14(5 \cdot 10^{-3})^3 9{,}8(11300 - 1260)}{6 \cdot 4 \cdot 10^5} = 1{,}6 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

Відповідь: q=1,6 нКл.

Приклад 4. Знайти силу F, яка діє на заряд q=0,67 нКл, якщо заряд помістили: а) на відстані r=2 см від зарядженої нитки з лінійною густиною заряду τ=0,2 мкКл/м; б) в поле зарядженої площини з поверхневою густиною заряду σ=20 мкКл/м^2; в) на відстані r=2 см від поверхні зарядженого кулі з радіусом R=2 см і поверхневою густиною заряду σ=20 мкКл/м^2. Діелектрична проникність середовища ε=6.

Дано:	**Розв'язання:**
q=0,67·10^{-9} Кл r=0,02 м τ=0,2·10^{-6} Кл/м σ =20·10^{-6} Кл/м^2 R=0,02 м ε=6 ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м	а) Напруженість електричного поля зарядженої нитки
F_1 –? F_2 –? F_3 –?	

$$E_1 = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r},$$

таким чином на заряд q діє електростатична сила

$$F_1 = E_1 q = \frac{q\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r};$$

$$F_1 = \frac{0{,}67 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}02} = 20{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ Н}.$$

б) Аналогічно для зарядженої площини

$$F_2 = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon};$$

$$F_2 = \frac{0{,}67 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1} = 126{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

в) Напруженість електричного поля зарядженої кулі

$$E_3 = \frac{q_k}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},$$

де заряд кулі

$$q_k = \sigma S = \sigma 4\pi R^2.$$

Тоді

$$E_3 = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0\varepsilon(R+r)^2},$$

а сила яка діє на заряд

$$F_3 = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon_0\varepsilon(R+r)^2}$$

$$F_3 = \frac{0{,}67 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}02^2}{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (0{,}02 + 0{,}02)^2} = 60{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

Відповідь: F_1=20,1 мкН, F_2=126,2 мкН, F_3=60,3 мкН

Приклад 5. Дві кулі з зарядами q_1=6,66 нКл і q_2=–13,33 нКл знаходяться на відстані r_1=40 см. Яку роботу A потрібно здійснити, щоб зблизити їх до відстані r_2=25 см?

Дано:

$q_1=6{,}66\cdot10^{-9}$ Кл

$q_2=-13{,}33\cdot10^{-9}$ Кл

r_1=0,4 м

r_2=0,25 м

ε=1

$\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м

A – ?

Розв'язання:

Енергія електростатичної взаємодії куль

$$W = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}.$$

Для зближення куль потрібно виконати роботу

$$A = \Delta W = W_2 - W_1.$$

Оскільки

$$W_1 = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1}, \qquad W_2 = \frac{|q_1||q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_2},$$

то

$$A=\frac{|q_1||q_2|}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right);$$

$$A=\frac{6{,}66\cdot 10^{-9}\cdot|-13{,}33\cdot 10^{-9}|}{4\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1}\left(\frac{1}{0{,}25}-\frac{1}{0{,}4}\right)=1{,}2\cdot 10^{-6}\text{ Дж.}$$

Відповідь: A=1,2 мкДж.

Приклад 6. Куля масою m=1 г і зарядом q=10 нКл переміщується з точки *1*, потенціал якої φ_1=600 В, в точку *2*, потенціал якої φ_2=0. Знайти її швидкість в точці *1*, якщо в точці *2* вона стала дорівнювати υ_2=20 см/с.

Дано:	**Розв’язання:**
m=10^{-3} кг	Робота по переміщенню кулі з точки *1* в точку *2* дорівнює
q=10^{-8} Кл	$A=q(\varphi_1-\varphi_2)$. (1)
φ_1=600 В, φ_2=0	З іншого боку робота дорівнює зміні його кінетичної
υ_2=0,2 м/с	енергії:
υ_1- ?	$A=\frac{m\upsilon_2^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}$. (2)

З рівнянь (1) і (2) отримаємо

$$q(\varphi_1-\varphi_2)=\frac{m\upsilon_2^2}{2}-\frac{m\upsilon_1^2}{2}=\frac{m}{2}(\upsilon_2^2-\upsilon_1^2),$$

$$\upsilon_1=\sqrt{\upsilon_2^2-\frac{2q(\varphi_1-\varphi_2)}{m}};$$

$$\upsilon_1=\sqrt{0{,}2^2-\frac{2\cdot 10^{-8}(600-0)}{10^{-3}}}=0{,}167\text{ м/с.}$$

Відповідь: υ_1=16,7 см/с.

Приклад 7. Знайти потенціал φ точки поля, яка знаходиться на відстані r=10 см від центру зарядженої кулі радіусом R=1 см. Задачу розв’язати, якщо: а) відома поверхнева густина заряду на кулі σ=0,1 мкКл/м^2; б) відомий потенціал кулі φ_0=300 В.

Дано:	**Розв'язання:**
r=0,1 м R=0,01 м σ=10^{-7} Кл/м^2 φ_0=300 В ε=1 ε_0=$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м	Потенціал поля, який утворюється кулею, на відстані r від її центру
φ_1 – ? φ_2 – ?	

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}, \qquad (1)$$

де q – заряд кулі.

а) Оскільки

$$q = \sigma S = \sigma\pi d^2 = \sigma 4\pi R^2,$$

то з (1) отримаємо

$$\varphi_1 = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0\varepsilon r};$$

$$\varphi_1 = \frac{10^{-7}\cdot 0{,}01^2}{8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1\cdot 0{,}1} = 11{,}3\text{ В}.$$

б) Потенціал кулі

$$\varphi_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R},$$

звідси

$$q = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R\varphi_0.$$

Тоді з (1) отримаємо

$$\varphi_2 = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R\varphi_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r} = \frac{R\varphi_0}{r};$$

$$\varphi_2 = \frac{0{,}01\cdot 300}{0{,}1} = 30\text{ В}.$$

Відповідь: φ_1=11,3 В, φ_2=30 В

Приклад 8. Куля, яка знаходиться в керосині, має потенціал φ=4,5 кВ і поверхневу густину заряду σ=11,3 мкКл/м^2. Знайти радіус r, заряд q, ємність C і енергію W кулі.

Дано:	**Розв’язання:**
$\varphi=4{,}5\cdot10^3$ В $\sigma=11{,}3\cdot10^{-6}$ Кл/м^2 $\varepsilon=2$ $\varepsilon_0=8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м	Потенціал кулі φ і його заряд q зв’язані співвідношенням $$q = C\varphi, \qquad (1)$$
r – ?, q – ?, C – ? W – ?	де $q = \sigma S$.

Площа поверхні кулі $S = 4\pi r^2$,

$$q = 4\pi r^2 \sigma. \qquad (2)$$

Підставивши (2) в (1) отримаємо

$$C = \frac{4\pi r^2 \sigma}{\varphi}. \qquad (3)$$

Вважаємо, що радіус зовнішньої сфери конденсатора $R = \infty$, тоді його ємність

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r. \qquad (4)$$

Прирівнявши (3) і (4) отримаємо

$$r = \frac{\varepsilon\varepsilon_0\varphi}{\sigma} = \frac{2\cdot 8{,}85\cdot10^{-12}\cdot 4{,}5\cdot10^{3}}{11{,}3\cdot10^{-6}} = 7\cdot10^{-3}\text{ м.}$$

З (2) отримаємо

$$q = 4\cdot 3{,}14\cdot(7\cdot10^{-3})^2\cdot 11{,}3\cdot10^{-6} = 7\cdot10^{-9}\text{ Кл.}$$

З (3) отримаємо

$$C = \frac{4\cdot 3{,}14\cdot(7\cdot10^{-3})^2\cdot 11{,}3\cdot10^{-6}}{4{,}5\cdot10^{3}} = 1{,}56\cdot10^{-12}\text{ Ф.}$$

Енергія зарядженої кулі

$$W = \frac{q^2}{2C}$$

$$W = \frac{(7\cdot10^{-9})^2}{2\cdot 1{,}56\cdot10^{-12}} = 15{,}7\cdot10^{-6}\text{ Дж.}$$

Відповідь: r=7 мм, q=7 нКл, C=1,56 пФ, W=15,7 мкДж.

Приклад 9. Три конденсатори ємністю C_1=1 мкФ, C_2=2 мкФ, C_3=3 мкФ з’єднані послідовно та приєднані до джерела струму з різницею потенціалів 220 В. Знайти заряд і напругу на кожному конденсаторі?

Дано:	**Розв’язання:**
C_1=1·10^{-6} Ф C_2=2·10^{-6} Ф C_3=3·10^{-6} Ф U=220 В	При послідовному з’єднанні конденсаторів заряди на будь – якому із конденсаторів однакові. Нехай $$q_1 = q_2 = q_3 = q. \quad (1)$$ За визначенням, напруга джерела
q_1 – ? q_2 – ? q_3 – ? U_1 – ? U_2 – ? U_3– ?	$$U = \frac{q}{C}, \quad (2)$$ де С – ємність послідовно з’єднаних конденсаторів

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Із (2) знаходимо

$$q = \frac{U}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

$$q = \frac{220}{\frac{1}{10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{3 \cdot 10^{-6}}} = 12 \cdot 10^{-5}\ \text{Кл}$$

Напруга на окремих конденсаторах:

$$U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{10^{-6}} = 120\ \text{В};$$

$$U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} = 60\ \text{В};$$

$$U_3 = \frac{q}{C_3} = \frac{12 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 10^{-6}} = 40\ \text{В}.$$

Відповідь: $q_1 = q_2 = q_3$=12·10^{-5} Кл, U_1=120 В, U_2=60 В, U_3=40 В.

Приклад 10. Різниця потенціалів між пластинами плоского конденсатора U=280 В. Площа пластин конденсатора S=0,01 м^2; поверхнева густина заряду на пластинах σ=495 нКл/м^2. Знайти: а) напруженість E поля всередині конденсатора; б) відстань d між пластинами; в) швидкість υ, яку отримає електрон, пройшовши в конденсаторі шлях від однієї пластини до другої; г) енергію W конденсатора; д) ємність C конденсатора; е) силу притягування F пластин конденсатора.

Дано:	**Розв'язання:**
U=280 В S=0,01 м^2 σ=495·10^{-9} Кл/м^2 e=1,6·10^{-19} Кл m=9,1·10^{-31} кг ε=1 ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м	Напруженість поля плоского конденсатора $$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$$ $$E = \frac{495 \cdot 10^{-9}}{8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 56 \cdot 10^3\ \text{В/м}.$$ З іншого боку $$E = \frac{U}{d}$$ звідси $$d = \frac{U}{E}$$
E – ? d – ? v – ? W – ? C – ? F – ?	

$$d = \frac{280}{56 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

При переміщенні електрона від однієї пластини до іншої сили поля здійснюють роботу

$$A = eU,$$

в наслідок чого електрон набуває кінетичної енергії

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Таким чином

$$A = E_k \qquad \text{або} \qquad eU = \frac{mv^2}{2},$$

звідси

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 280}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 10^7\text{м/с}.$$

Енергія плоского конденсатора

$$W = \frac{\sigma^2 S d}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$W = \frac{(495 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 0{,}01 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 0{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C = \frac{1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}01}{5 \cdot 10^{-3}} = 17{,}7 \cdot 10^{-12} \text{ Ф.}$$

Сила протягування пластин

$$F = E_1 q;$$

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0};$$

$$q = \sigma S$$

де E_1 – напруженість поля однієї пластини, а q – заряд другої пластини.

Тоді

$$F = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0}$$

$$F = \frac{(495 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 0{,}01}{2 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}} = 138{,}4 \cdot 10^{-6} \text{ Н.}$$

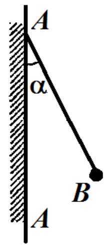
Відповідь: E=56 кВ/м, d=5 мм, $\upsilon=10^7$ м/с, W=0,7 мкДж, C=17,7 пФ, F=138,4 мкН.

Задачі для самостійного розв’язання

Задача 1. Два точкових заряди знаходяться в повітрі (ε_1=1) на відстані r_1=20 см один від одного, взаємодіють з деякою силою. На якій відстані r_2 потрібно встановити ці заряди в маслі (ε_2=5), щоб отримати таку саме силу взаємодії? [*Відповідь*: r_2=8,94 см.]

Задача 2. Знайти напруженість E електричного поля в точці, яка лежить посередині між точковими зарядами q_1=8 нКл і q_2=–6 нКл. Відстань між зарядами r=10 см; ε=1. [*Відповідь*: E=50,4 кВ/м.]

Задача 3. Дві кулі однакового радіусу і маси підвішені на нитках однакової довжини, так що їх поверхні торкаються. Після передачі кулям заряду q_0=0,4 мкКл вони відштовхнулися одна від одної і розійшлися на кут $2\alpha=60^{\circ}$. Знайти масу m кожної кулі, якщо відстань від центру кулі до точки підвісу $l=20$ см. [*Відповідь*: $m=1{,}6$ г.]



Задача 4. На рисунку *AA* – заряджена нескінчена площина з поверхневою густиною заряду $\sigma=40$ мкКл/м^2 і *B* – однойменно заряджена куля масою $m=1$ г і зарядом $q=1$ нКл. Який кут α з площиною *AA* утворює нитка, на якій висить куля? [*Відповідь*: $\alpha=13^0$.]

Задача 5. Електростатичне поле утворюється сферою радіусом $R=5$ см, рівномірно зарядженою з поверхневою густиною заряду $\sigma=1$ нКл/м^2. Визначити різницю потенціалів між двома точками поля, які лежать на відстанях $r_1=10$ см і $r_2=15$ см від центру сфери. [*Відповідь*: $\varphi=0{,}94$ В.]

Задача 6. Конденсатор відключили від джерела, після цього відстань між пластинами зменшилася в 2 рази. Як зміниться його заряд, напруженість поля, різниця потенціалів і ємність. [*Відповідь*: заряд і напруженість не змінюються, різниця потенціалів зменшується в 2 рази, а ємність конденсатора зростає у 2 рази.].

Практичне заняття № 6

Тема: *Постійний струм*

Основні формули і закони

- Сила струму (струм) I чисельно дорівнює кількості електрики, яка проходить крізь поперечний перетин провідника за одиницю часу:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Якщо сила струму I=const, то

$$I = \frac{q}{t}$$

- Густина електричного струму

$$j = \frac{I}{S},$$

де S – площа поперечного перетину провідника.

- Закон Ома для ділянки однорідного (не містить електрорушійних сил) ланцюга

$$I = \frac{U}{R},$$

де U – різниця потенціалів на кінцях ділянки, R – опір цієї ділянки.

- Опір провідника

$$R = \rho\frac{\ell}{S} = \frac{\ell}{\sigma S},$$

де ρ – питомий опір, σ – питома провідність, ℓ – довжина і S – площа поперечного перетину провідника.

- Питомий опір металів залежить від температури наступним чином:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t),$$

де ρ_o – питомий опір при t_o=0 C, α – температурний коефіцієнт опору.

- Робота електричного струму на ділянці кола визначається формулою

$$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$$

- Для замкненого кола закон Ома має вигляд

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

де ε – ЕРС джерела струму, R – зовнішній опір, r – внутрішній опір джерела струму.

- Повна потужність, яка виділяється в колі,

$$P = \varepsilon I$$

- Закон Джоуля–Ленца має вигляд

$$Q = I^2 R t$$

де Q –кількість теплоти, яка виділилась в колі, по якому тече струм I, за час t.

- Для розгалужених ланцюгів мають місце два закони Кірхгофа:

перший закон Кірхгофа – алгебраїчна сума струмів, які сходяться у вузлу, дорівнює нулю:

$$\sum I_i = 0$$

другий закон Кірхгофа – в будь-якому замкнутому контурі алгебраїчна сума падінь потенціалу на окремих ділянках ланцюга дорівнює алгебраїчної сумі ЕРС, що зустрічаються в цьому контурі:

$$\sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i$$

При застосуванні законів Кірхгофа треба керуватися наступними правилами.

На схемі довільно вказуються стрілками напрямки струмів у відповідних опорах. Обходячи контур в довільному напрямку, будемо вважати позитивними ті струми, напрямки яких збігаються з напрямом обходу, і негативними ті, напрямки яких протилежні напрямку обходу.

Позитивними ЕРС будемо вважати ті ЕРС, які підвищують потенціал у напрямку обходу, тобто ЕРС буде позитивною, якщо при обході доведеться йти від мінуса до плюса всередині генератора.

В результаті розв’язування складених рівнянь визначені величини можуть вийти негативними. Негативне значення струму вказує на те, що фактичний напрям струму на даній ділянці ланцюга має протилежний напрям прийнятому.

Приклади розв'язання задач

Приклад 1. Струм I в провіднику змінюється з часом t по рівнянню $I = 4 + 2t$, де I – в амперах і t – в секундах. Яка кількість електрики q проходить через поперечний переріз провідника за час від t_1=2 с, до t_2=6 с? При якому постійному струмі I_0 через поперечний переріз провідника за той же час проходить така ж кількість електрики?

Дано:	Розв'язання:
$I = 4 + 2t$	За визначенням
t_1=2 с	$$I = \frac{dq}{dt},$$
t_2=6 с	звідси
q – ? I_0 – ?	

$$dq = Idt;$$

$$q = \int_{t_1}^{t_2} (4 + 2t)dt\,;$$

$$q = 4(t_2 - t_1) + t_2^2 - t_1^2$$

$$q = 4(6 - 2) + 6^2 - 2^2 = 48 \text{ Кл}.$$

При постійному струмі

$$I_0 = \frac{q}{t},$$

де $t = t_2 - t_1$.

Підставляючи числові значення, отримаємо

$$I_0 = \frac{48}{4} = 12 \text{ А}.$$

Відповідь: q=48 Кл, I_0=12 А.

Приклад 2. Визначити густину стуму j, якщо за t=2 с через провідник перерізом S=1,6 мм^2 пройшло N=2·10^{19} електронів.

Дано:

t=2 с S=1,6·10^{-6} м^2 N=2·10^{19} e=1,6·10^{-19} Кл	**Розв'язання:** Густина струму
j – ?	

$$j = \frac{I}{S}. \qquad (1)$$

Якщо струм, який проходить через провідник не змінюється з часом, то

$$I = \frac{q}{t}, \qquad (2)$$

де q–заряд, який пройшов через провідник за час t.

$$q = Ne. \qquad (3)$$

Підставимо (3) в (2), а (2) в (1)

$$j = \frac{Ne}{St}$$

$$j = \frac{2 \cdot 10^{19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 2} = 10^{6}\ \text{А/м}^2.$$

Відповідь: j=10^6 А/м^2.

Приклад 3. Знайти опір R залізного стрижня діаметром d=1 см, якщо маса стрижня m=1 кг. Густина заліза $\rho_з$=7900 кг/м^3, питомий опір заліза при 0^{o}С ρ=0,087 мкОм·м

Дано: d=0,01 м m=1 кг $\rho_з$=7900 кг/м^3 ρ=8,7·10^{-8} Ом·м	**Розв'язання:** Опір стрижня
R – ?	

$$R = \rho\frac{\ell}{S}, \qquad (1)$$

де ℓ – довжина стрижня, S – площа поперечного перерізу.

$$S = \pi r^2 = \pi\frac{d^2}{4}. \qquad (2)$$

Маса стрижня

$$m = \rho_з V = \rho_з \ell S,$$

звідси

$$\ell = \frac{m}{\rho_з S}. \qquad (3)$$

Підставимо (3) і (2) в (1)

$$R = \rho \frac{16m}{\pi^2 d^4 \rho_з};$$

$$R = 8{,}7 \cdot 10^{-8} \frac{16 \cdot 1}{3{,}14^2 0{,}01^4 7900} = 1{,}78 \cdot 10^{-3}\ \text{Ом}$$

Відповідь: R=1,78 мОм

Приклад 4. Вольфрамова нитка електричної лампочки при t_1=20 °C має опір R_1=35,8 Ом. Якою буде температура t_2 нитки лампочки, якщо при вмиканні в коло з напругою U=120 В по нитці йде струм I=0,33 А? Температурний коефіцієнт опору вольфраму $\alpha=4{,}6\cdot10^{-3}$ К^{1}.

Дано:	**Розв'язання:**
t_1=20 °C	Залежність опору нитки від температури
R_1=35,8 Ом	$R_1 = R_0(1+\alpha t_1)$,
U=120 В	де R_0 – опір нитки при температурі t_0=0 °C.
I=0,33 А	Звідси
$\alpha=4{,}6\cdot10^{-3}$ К$^{-1}$	
t_2 – ?	

$$R_0 = \frac{R_1}{1+\alpha t_1}$$

$$R_0 = \frac{35{,}8}{1+4{,}6\cdot10^{-3}\cdot 20} = 32{,}8\ \text{Ом.}$$

З закону Ома

$$I = \frac{U}{R_2},$$

звідси

$$R_2 = \frac{U}{I}$$

$$R_2 = \frac{120}{0{,}33} = 363{,}6\ \text{Ом.}$$

Оскільки

$$R_2 = R_0(1+\alpha t_2),$$

то

$$t_2 = \frac{R_2 - R_0}{\alpha R_0}$$

$$t_2 = \frac{362{,}6 - 32{,}8}{4{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot 32{,}8} = 2192{,}5\ ℃$$

Відповідь: t_2=2192,5 °С.

Приклад 5. Елемент, який має ЕРС ε=1,1 В і внутрішній опір r=1 Ом, замкнутий на зовнішній опір R=9 Ом. Знайти струм I в ланцюзі, падіння потенціалу U в зовнішньому ланцюзі і падіння потенціалу U_r всередині елементу. З яким ККД η працює елемент?

Дано:	Розв'язання:
ε=1,1 В	Згідно із законом Ома для замкнутого кола
r=1 Ом	$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$
R=9 Ом	
I –? U –? U_r –? η–?	$$I = \frac{1{,}1}{9 + 1} = 0{,}11\ \text{А}.$$

Згідно закону Ома для ділянки кола

$$I = \frac{U}{R}$$

звідси

$$U = IR$$

$$U = 0{,}11 \cdot 9 = 0{,}99\ \text{В}.$$

Окрім того

$$I = \frac{U_r}{r}$$

звідси

$$U_r = Ir$$

$$U_r = 0{,}11 \cdot 1 = 0{,}11\ \text{В}.$$

ККД джерела струму

$$\eta = \frac{P_1}{P} 100\%$$

де P_1– корисна потужність, а P – повна або витрачена потужність.

$$P_1 = UI$$

$$P = \varepsilon I$$

Тоді ККД джерела струму

$$\eta = \frac{U}{\varepsilon} 100\%$$

$$\eta = \frac{0{,}99}{1{,}1} 100\% = 90\%.$$

Відповідь: η=90%.

Приклад 6. Опір R_2=20 Ом та R_3=15 Ом. Через опір R_2 тече струм I_2=0,3 А. Амперметр показує струм I=0,8 А. Знайти опір R_1.

Дано:

R_2=20 Ом

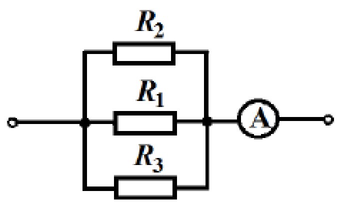
R_3=15 Ом

I_2=0,3 А

I=0,8 А

R_1 – ?

Розв’язання:



При паралельному з’єднані провідників струм, який тече через опір R_{123}, дорівнює сумі струмів, які течуть через R_1, R_2, R_3, тобто

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \qquad (1)$$

При цьому усі провідники знаходяться під однією різницею потенціалів, тобто

$$U = U_1 = U_2 = U_3.$$

Згідно із законом Ома для ділянки кола

$$U = I_2 R_2 = 0{,}3 \cdot 20 = 6 \text{ В}.$$

Сила струму

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{6}{15} = 0{,}4 \text{ А}.$$

З (1)

$$I_1 = I - I_2 - I_3$$

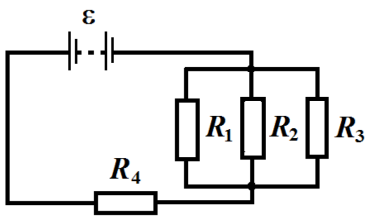
$$I_1 = 0{,}8 - 0{,}3 - 0{,}4 = 0{,}1 \text{ А}.$$

Тоді опір

$$R_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{6}{0{,}1} = 60 \text{ Ом}.$$

Відповідь: R_1=60 Ом.

Приклад 7. ЕРС батареї ε=100 В, опір R_1=R_3=40 Ом, R_2=80 Ом та R_4=34 Ом. Знайти струм I_2, який тече через опір R_2 і падіння потенціалу U_2 на ньому.

Дано:	**Розв'язання:**
ε=100 В R_1=R_3=40 Ом R_2=80 Ом R_4=34 Ом	
I_2 – ? U_2 – ?	

Для паралельних провідників струм

$$I_{123} = I_1 + I_2 + I_3;$$

напруга

$$U_{123} = U_1 = U_2 = U_3.$$

Струм, який тече через опір R_4 і R_{123} однаковий, тобто

$$I = I_{123} = I_4.$$

Опір паралельної ділянки

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

звідси

$$R_{123} = \frac{R_1R_2R_3}{R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2},$$

$$R_{123} = \frac{40 \cdot 80 \cdot 40}{80 \cdot 40 + 40 \cdot 40 + 40 \cdot 80} = 16 \text{ Ом}.$$

Опір усіх провідників

$$R = R_4 + R_{123};$$

$$R = 34 + 16 = 50 \text{ Ом}.$$

Оскільки опір батареї $r \ll R$, то з закону Ома для повного кола

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{\varepsilon}{R};$$

$$I = \frac{100}{50} = 2 \text{ А}.$$

Напруга на опорі R_4

$$U_4 = IR_4;$$

$$U_4 = 2 \cdot 34 = 68 \text{ В}.$$

Оскільки $r \ll R$, то

$$\varepsilon = U = U_4 + U_{123},$$

звідси

$$U_{123} = U_2 = 32 \text{ В.}$$

Струм

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2};$$

$$I_2 = \frac{32}{80} = 0,4 \text{ А.}$$

Відповідь: U_2=32 В, I_2=0,4 А

Приклад 8. Різниця потенціалів між точками *A* і *B* дорівнює *U*=9 В. Маємо два провідники з опорами R_1=5 Ом та R_2=3 Ом. Знайти кількість теплоти *Q*, яка виділяється в кожному провіднику в одиницю часу, якщо провідники між точками *A* і *B* з'єднані: а) послідовно; б) паралельно.

Дано:	**Розв'язання:**
U=9 В	Згідно із законом Джоуля-Ленца кількість
R_1=5 Ом	теплоти, яка виділяється в провіднику
R_2=3 Ом	$Q = I^2Rt$
t=1 с	а) При послідовному з'єднані провідників струм,
Q_1 – ? Q_2 – ? Q_3 – ? Q_4 – ?	який тече в них

$$I_1 = I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2}.$$

Кількість теплоти, яка виділиться на першому провіднику

$$Q_1 = I_1^2 R_1 t = \frac{U^2 R_1 t}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$Q_1 = \frac{9^2 \cdot 5 \cdot 1}{(5+3)^2} = 6,3 \text{ Дж.}$$

Так само

$$Q_2 = I_2^2 R_2 t = \frac{U^2 R_2 t}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$Q_1 = \frac{9^2 \cdot 3 \cdot 1}{(5+3)^2} = 3,8 \text{ Дж.}$$

б) При паралельному з'єднані

$$U_1 = U_2 = U$$

Тоді струм

$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad \text{а} \quad I_2 = \frac{U}{R_2}.$$

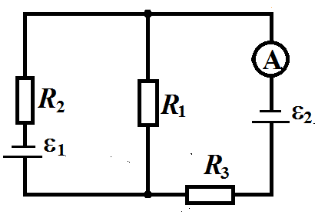
Звідси

$$Q_3 = \frac{U^2 t}{R_1}; \quad Q_4 = \frac{U^2 t}{R_2}$$

$$Q_3 = \frac{9^2 \cdot 1}{5} = 16{,}2 \text{ Дж};$$

$$Q_4 = \frac{9^2 \cdot 1}{3} = 27 \text{ Дж}.$$

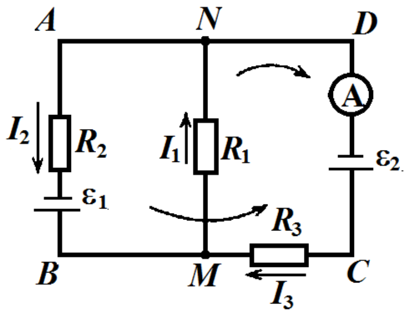
Відповідь: Q_1=6,3 Дж, Q_2=3,8 Дж, Q_3=16,2 Дж, Q_4=27 Дж.



Приклад 9. Батареї мають ЕРС ε_1=2 В і ε_2=1 В, опори R_1=1 кОм, R_2=0,5 кОм і R_3=0,2 кОм, опір амперметра R_A=0,2 кОм. Знайти показання амперметра.

Дано:
ε_1=2 В
ε_2=1 В
$R_1=10^3$ Ом
R_2=500 Ом
R_3=200 Ом
R_A=200 Ом
$I_3 = I_A$
I_A– ?

Розв'язання:



Розглянемо контури *ABCD* та *NDCM*, для кожного з них оберемо напрям обходу. Припустимо напрям струмів є таким як вказано на схемі. Для кожного контуру по другому правилу Кірхгофа отримаємо

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_A R_A, \qquad (1)$$

$$\varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_3 R_3 + I_A R_A. \qquad (2)$$

Згідно з першим правилом Кірхгофа для вузла *N* маємо

$$I_A = I_1 - I_2. \qquad (3)$$

З урахуванням того, що $I_3 = I_A$ перепишемо рівняння (1) і (2)

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_2 R_2 - I_A (R_3 + R_A), \qquad (4)$$

$$\varepsilon_2 = I_1 R_1 + I_A (R_3 + R_A). \tag{5}$$

З рівнянь (4) і (5) виразимо струми I_2 і I_1:

$$I_2 = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_A (R_3 + R_A)}{R_2}; \tag{6}$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_2 - I_A (R_3 + R_A)}{R_1}. \tag{7}$$

Підставимо (6) і (7) в (3)

$$I_A = \frac{\varepsilon_2 - I_A (R_3 + R_A)}{R_1} - \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + I_A (R_3 + R_A)}{R_2},$$

звідси

$$I_A = \frac{\varepsilon_2 R_2 - R_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{R_1 R_2 + R_2 (R_3 + R_A) + R_1 (R_3 + R_A)},$$

$$I_A = \frac{1 \cdot 500 - 1000(2 - 1)}{1000 \cdot 500 + 500(200 + 200) + 1000(200 + 200)} = -0{,}45 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Знак «мінус» струму I_A вказує на те, що його напрям протилежний обраному.

Відповідь: I_A=0,45 мА

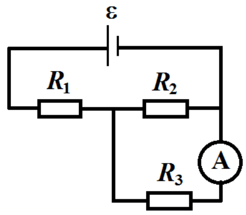
Задачі для самостійного розв'язання

Задача 1. Сила струму в провіднику рівномірно зростає від I_0=0 до I=2 А протягом часу t=5 с. Визначити заряд, який пройшов по провіднику. [*Відповідь*: q=5 Кл.].

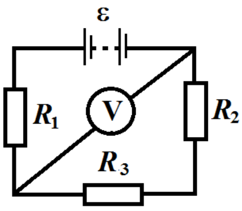
Задача 2. Скільки витків ніхромового дроту діаметром d=1 мм потрібно навити на фарфоровий циліндр радіусом a=2,5 см, щоб отримати піч опором R=40 Ом? Питомий опір ніхрому при 0°С ρ=1мкОм·м. [*Відповідь*: N=200].

Задача 3. Обмотка котушки із мідного дроту при t_1=14°С має опір R_1=10 Ом. Після пропускання струму опір котушки став рівним R_2=12,2 Ом. До якої температури нагрілась обмотка? Температурний коефіцієнт опору вольфраму α=4,15·10^{-3} К$^{-1}$? [*Відповідь*: t_2=70°С].

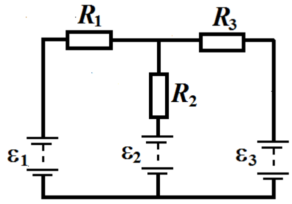
Задача 4. Напруга на затискачах елемента в замкнутому колі U=2,1 В, опір R_1=5 Ом, R_2=6 Ом та R_3=3 Ом. Який струм I показує амперметр? [*Відповідь*: I_3=0,2 А.].



Задача 5. Е.р.с. батареї ε=100 В, опір R_1=100 Ом, R_2=200 Ом та R_3=300 Ом, опір вольтметра R_V=2 кОм. Яку різницю потенціалів U_V покаже вольтметр? [*Відповідь*: U_V=80 В].



Задача 6. Батареї мають е.р.с. ε_1=2 В, ε_2=4 В, E_3=6 В, опори R_1=4 Ом, R_2=6 Ом і R_3=8 Ом. Знайти струми I_i на всіх гілках ланцюгу. [*Відповідь*: I_1=385 мА, I_2=77 мА, I_3=308 мА].



Практичне заняття № 7

Тема: *Магнітне поле. Рух зарядів у магнітному полі. Робота. Електромагнітна індукція*

Основні формули і закони

- З закону Біо–Савара–Лапласа елемент контуру $d\ell$, по якому тече струм I, створює в деякій точці A простору магнітне поле напруженістю

$$dH = \frac{I \sin\alpha}{4\pi r^2} d\ell$$

де r – відстань від точки A до елементу струму $d\ell$, α – кут між радіус–вектором r і напрямом струму в елементі $d\ell$.

Застосування закону Біо-Савара-Лапласа до контурів різного виду.

- Напруженість магнітного поля у центрі кругового струму

$$H = \frac{I}{2R}$$

де R – радіус кругового контура зі струмом.

- Напруженість магнітного поля, створеного нескінченно довгим прямолінійним провідником,

$$H = \frac{I}{2\pi a}$$

де a – відстань від точки, де шукають напруженість, до провідника зі струмом.

- Напруженість магнітного поля на осі кругового струму

$$H = \frac{IR^2}{2(R^2 + a^2)^{3/2}}$$

- Зв'язок магнітної індукції B з напруженістю H магнітного поля

$$B = \mu\mu_0 H$$

де μ – магнітна проникність ізотропної середи; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала.

У вакуумі $\mu=1$, і тоді магнітна індукція у вакуумі

$$B = \mu_0 H$$

- Напруженість магнітного поля усередині тороїда і нескінченно довгого соленоїда

$$H = n \cdot I$$

де n – число витків на одиницю довжини соленоїда (тороїда).

- Напруженість магнітного поля на осі соленоїда кінцевої довжини

$$H = \frac{n \cdot I}{2}(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)$$

де β_1 і β_2 – кут між віссю соленоїда та радіус-вектором, проведеним з розглядуваний точки до кінців соленоїда.

- Сила, що діє на елемент провідника зі струмом в магнітному полі (*закон Ампера)*

$$dF = IBd\ell \sin\alpha$$

де dℓ – елемент провідника зі струмом I, α – кут між напрямом струму в провіднику і вектором магнітної індукції $\vec{B}$.

- Два паралельних нескінченно довгих прямолінійних провідника зі струмами I_1 і I_2 взаємодіють між собою з силою

$$F = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2 \ell}{2\pi d}$$

де ℓ – довжина ділянки провідників, d – відстань між ними.

- Різниця потенціалів на кінцях дроту, рухомого зі швидкістю v в магнітному полі,

$$U = B\ell v \sin\alpha$$

де ℓ – довжина дроту; α – кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

- На замкнутий контур зі струмом в магнітному полі діє пара сил з моментом, що обертає

$$M = pB \sin\alpha$$

де p – магнітний момент контуру зі струмом, α – кут між направленим магнітного поля і нормаллю до площини контуру.

- Магнітний момент контуру зі струмом

$$p = I \cdot S$$

де S - площа контуру, так що $M = ISB\sin\alpha$.

- Сила, з якою магнітне поле діє на рухому заряджену частку (*сила Лоренца*)

$$F = QBv\sin\alpha$$

де v – швидкість зарядженої частинки, Q – її заряд, α – кут між векторами $\vec{v}$ і $\vec{B}$.

- Потік вектора $\vec{B}$ крізь довільну поверхню S

$$\Phi_B = \int_S B_n\, dS$$

де B_n – проекція вектора $\vec{B}$ на напрям нормалі до площини;

dS – елементарна площина.

- Теорема Гаусса для вектора $\vec{B}$

$$\oint_S B_n\, dS = 0$$

- Елементарна робота з переміщення провідника зі струмом у магнітному полі

$$dA = Id\Phi$$

де dΦ – магнітний потік, який перетинається провідником.

- Робота з переміщення замкненого контуру зі струмому магн ітному полі

$$A = I\Delta\Phi$$

де $\Delta\Phi$ – зміна магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром.

- ЕРС електромагнітної індукції

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

- Заряд, що тече по замкненому контуру при зміні магнітного потоку, що пронизує цей контур

$$Q = \Delta\Phi / R \text{ або } Q = \frac{N\Delta\Phi}{R} = \frac{\Delta\Psi}{R},$$

де R – опір контура, $\Delta\Psi$ – потокозчеплення.

- Індуктивність контура

$$L = \Phi / I \ .$$

- ЕРС самоіндукції

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} \ .$$

- Індуктивність соленоїда

$$L = \mu\mu_o n^2 V \ ,$$

де $n -$ число витків на одиницю довжини котушки, $V -$ об'єм котушки.

- Енергія магнітного поля

$$W = \frac{LI^2}{2} \ .$$

Приклади розв’язання задач

Приклад 1. Знайти індукцію магнітного поля у точці, на відстані a=2 см від нескінченно довгого провідника, по якому тече струм I=5 А.

Дано:

$a=2 \cdot 10^{-2}$ м

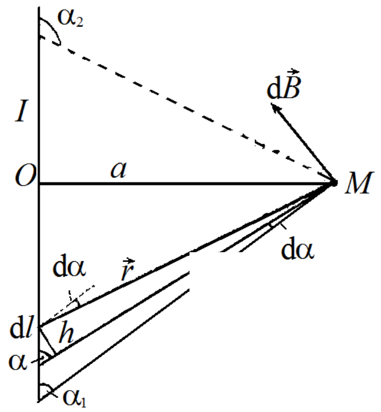
I=5 А

$\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

μ=1

$B - ?$

Розв’язання:



Виберемо на провіднику зі струмом елемент струму довжиною $d\vec{\ell}$ (див.рис.). Індукція магнітного поля, створювана цим елементом в точці M, згідно закону Біо-Савара-Лапласа,

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\left[d\vec{\ell} \times \vec{r}\right]}{r^3}.$$

Вектор $d\vec{B}$ у точці M спрямований від нас в площину рисунка. Модуль цього вектора

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I \sin\alpha}{r^2}d\ell.$$

Виразимо r і $d\ell$ через кут α:

$$r = \frac{a}{\sin\alpha},$$

а оскільки

$$\frac{h}{d\ell} = \frac{rd\alpha}{d\ell} = \sin\alpha,$$

то

$$d\ell = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{ad\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Тоді

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Ia\sin\alpha\sin^2\alpha}{a^2\sin^2\alpha}d\alpha = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a}\sin\alpha\, d\alpha.$$

Результуючу індукцію магнітного поля в точці *M* знайдемо інтегруванням:

$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a}\sin\alpha\, d\alpha,$$

де α – кут між напрямом струму в провіднику і вектором $\vec{r}$, проведеним від елементу $d\vec{\ell}$ в точку *M*, в якій визначається індукція магнітного поля. Якщо провідник нескінченно довгий, то $\alpha_1=0$, $\alpha_2=\pi$. Тоді результуюча індукція магнітного поля

$$B = \int_{0}^{\pi}\frac{\mu\mu_0 I}{4\pi a}\sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a},$$

Підставимо численне значення

$$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 5}{2\pi\cdot 2\cdot 10^{-2}} = 5\cdot 10^{-5}\ \text{Тл}.$$

Відповідь: *B*=0,5 мкТл.

Приклад 2. Визначити індукцію магнітного поля у центрі кругового дротяного витка радіусом *R*=1 см, по якому тече струм *I*=1 А.

Дано:

R=10^{-2} м

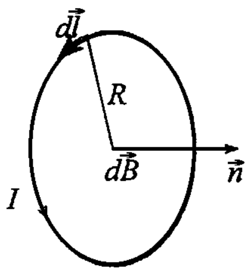
I=1 А

μ_0=4π·10^{-7} Гн/м

μ=1

B – ?

Розв'язання:



Кожен елемент струму створює в центрі індукцію, спрямовану уздовж позитивної нормалі до контура.

Тому векторне складання $d\vec{B}$ зводиться до складання їх модулів. За законом Біо-Савара-Лапласа

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}d\ell.$$

Проінтегруємо цей вираз по усьому контуру:

$$B = \int dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}\oint d\ell = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}2\pi R = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{2R}.$$

Підставимо численне значення

$$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 1}{4\pi\cdot 2\cdot 10^{-2}} = 5\cdot 10^{-4}\ \text{Тл}.$$

Відповідь: B=50 мТл.

Приклад 3. Струм 20 А, протікаючи по кільцю з мідного дроту перерізом 1 мм^2, створює в центрі кільця напруженість магнітного поля 178 А/м. Яка різниця потенціалів U прикладена до кінців дроту, що утворює кільце?

Дано:

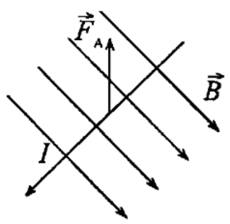
S=1 мм^2=10^{-6} м^2

I=20 А

H=178 А/м

U – ?

Розв'язання:



Напруженість в центрі кругового струма

$$H = \frac{I}{2r}, \qquad (1)$$

де r – радіус витка. До кінців дроту прикладена різниця потенціалів

$$U = I \cdot R, \tag{2}$$

де R – опір дроту.

$$R = \rho \frac{\ell}{S}, \tag{3}$$

де ρ=0,017 мкОм·м – питома провідність дроту, ℓ – довжина дроту.

$$\ell = 2\pi r. \tag{4}$$

Зі рівняння (1) знайдемо

$$r = \frac{I}{2H}. \tag{5}$$

Рішаємо спільно (2) – (5), отримуємо

$$U = \frac{\pi \rho I^2}{HS}.$$

Підставимо численне значення

$$U = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}017 \cdot 10^{-6} \cdot 20^2}{178 \cdot 10^{-6}} = 0{,}12 \text{ В}.$$

Відповідь: U=0,12 В.

Приклад 4. Між полюсами електромагніту створюється однорідне магнітне поле з індукцією B=0,1 Тл. По дроту завдовжки ℓ=70 см, тече струм I=70 А. Визначити силу, що діє на дріт.

Дано:	**Розв'язання:**
B=0,1Тл I=70 А ℓ=70 см=0,7 м	Модуль сили, що діє на елемент провідника зі струмом в магнітному полі (*закон Ампера)* $dF = IBd\ell \sin \alpha,$
F – ?	де dℓ – елемент провідника зі струмом I, α – кут між

напрямом струму в провіднику і вектором магнітної індукції $\vec{B}$.

Оскільки sinα=1, то

$$dF = IBd\ell \quad \text{або} \quad F = IB\int_0^{\ell} d\ell = IB\ell.$$

Підставимо численне значення

$$F = 70 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}7 = 4{,}9\ \text{Н}.$$

Відповідь: F=4,9 Н.

Приклад 5. Два прямолінійних довгих паралельних провідника знаходяться на відстані d_1=10 см один від одного. По провідниках в одному напрямі течуть струми I_1=20 А і I_2=30 А. Яку роботу потрібно виконати (на одиницю провідників), щоб розсунути ці провідники до відстані d_2=20 см?

Дано:	Розв'язання:
d_1=10 см	Згідно із законом Ампера для паралельних струмів сила, що
I_1=20 А	діє на одиницю довжини кожного з провідників,
I_2=30 А	$F = \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r}.$
d_2=20 см	Робота, що витрачається на одиницю довжини провідника,
A_ℓ – ?	при переміщенні одного провідника із струмом в магнітному полі,

що створюється іншим провідником із струмом,

$$A_\ell = \int_{d_1}^{d_2} F dr = \int_{d_1}^{d_2} \frac{\mu\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{r} dr = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{d_2}{d_1}$$

Підставимо численне значення

$$A_\ell = \frac{1 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 30}{2 \cdot 3{,}14}\ln\frac{20}{10} = 83 \cdot 10^{-6}\text{Дж/м}.$$

Відповідь: A_ℓ=83 мкДж/м.

Приклад 6. Електрон, прискорений різницею потенціалів U=300 В, рухається паралельно прямолінійному довгому дроту на відстані a=4 мм від нього. Яка сила буде F діяти на електрон, якщо по провідникові пустити струм I=5 А?

Дано:

U=300 В

a=4 мм=$4 \cdot 10^{-3}$ м

I=5 А

μ_o=$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

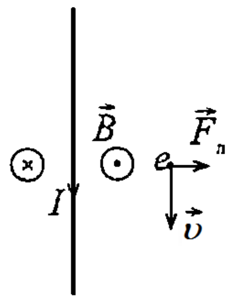
μ=1

e=$1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

m=$9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

F – ?

Розв'язання:



З боку магнітного поля, що створюється провідником зі струмом, на електрон діє сила Лоренца

$$\vec{F}_{Л} = -e\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right].$$

Напрям сили Лоренца визначається за правилом лівої руки. У скалярному виді

$$F_{Л} = Be\upsilon \sin\alpha. \qquad (1)$$

Індукція магнітного поля провідника зі струмом дорівнює

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}. \qquad (2)$$

Кінетична енергія електрона, що пройшов різницю потенціалів U, дорівнює

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = eU,$$

звідки

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \qquad (3)$$

Підставляючи (2) і (3) в (1), отримаємо

$$F = e\sqrt{\frac{2eU}{m}} \cdot \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}.$$

Підставимо числові дані

$$F = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 300}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7} 5}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 4{,}12 \cdot 10^{-16} \text{ Н}.$$

Відповідь: F=$4{,}12 \cdot 10^{-16}$ Н.

Приклад 7. Визначити кінетичну енергію W (у електрон-вольтах) протона, що рухається по дузі кола радіусом 60 см в магнітному полі з індукцією 1 Тл.

Дано:

R=60 см=0,6 м B=1 Тл q=1,6·10^{-19} Кл m=1,67·10^{-27} кг	**Розв'язання:** На протон, що рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца
W – ?	

$$\vec{F}_Л = -e\left[\vec{v}, \vec{B}\right]. \quad (1)$$

Оскільки протон рухається по колу без поступального руха, отже, вектор $\vec{F}$ перпендикулярний вектору $\vec{v}$, а також, і вектору $\vec{B}$. Тоді рівняння (1) можна записати в скалярному виді:

$$F = qBv. \quad (2)$$

Щоб протон утримався на круговій орбіті, повинна виконуватися рівність

$$F = ma_n = m\frac{v^2}{R}. \quad (3)$$

Прирівнюючи (2) і (3), отримаємо

$$qBv = m\frac{v^2}{R},$$

звідки швидкість протона

$$v = \frac{qBR}{m}. \quad (4)$$

Кінетична енергія протона дорівнює

$$W = \frac{mv^2}{2}$$

або, з врахуванням (4)

$$W = \frac{q^2B^2R^2}{2m},$$

де q – заряд протона, m – маса протона.

Підставляючи числові дані, отримаємо

$$W = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 1^2 \cdot 0{,}6^2}{2 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}} = 0{,}28 \cdot 10^{-4}\ Дж$$

$$W = \frac{0{,}28 \cdot 10^{-4}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 17{,}5\ МеВ.$$

Відповідь: W=17,5 МеВ.

Приклад 8. Круговий контур поміщений в однорідне магнітне поле так, що площина контура перпендикулярна до напряму магнітного поля. Напруженість магнітного поля *H*=150 кА/м. По контуру тече струм *I*=2 А. Радіус контура *R*=2 см. Яку роботу *A* потрібно вчинити, щоб повернути контур на кут φ=90° навколо осі, співпадаючої з діаметром контура?

Дано:	**Розв'язання:**
H=150 кА/м=$150\cdot10^3$А/м	Робота по переміщенню провідника в магнітному полі дорівнює
I=2 А	$$dA = Id\Phi,$$
R=2 см=0,02 м	звідки
φ=90°	
$A-?$	

$$A = I\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

де

$$\Phi_2 = BS\cos\alpha_2 = 0; \qquad \alpha_2 = \frac{\pi}{2};$$

$$\Phi_1 = BS\cos\alpha_1 = BS\alpha_1 = 0.$$

Площа контура $S = \pi R^2$. Остаточно

$$A = IB\pi R^2 = I\mu_0 H\pi R^2.$$

Підставимо численне значення

$$A = 2\cdot4\cdot\pi^2\cdot10^{-7}\cdot150\cdot10^3\cdot0{,}02 = 0{,}5\cdot10^{-3}\text{ Дж}.$$

Відповідь: *A*=0,5 мДж.

Приклад 9. У однорідне магнітне поле з індукцією 0,1 Тл рухається провідник завдовжки 10 см. Швидкість руху провідника 15 м/с і спрямована перпендикулярно до магнітного поля. Знайти індуковану в провіднику ЕРС.

Дано:	**Розв'язання:**
B=0,1 Тл	ЕРС індукції визначається за законом Фарадея
ℓ=10 см= 0,1 м	$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$
υ=15 м/с	
$\varepsilon-?$	У цьому рівняння знак "–" відповідає правилу Ленца. Оскільки

$$d\Phi = BdS = B\ell dx,$$

то

$$\varepsilon = B\ell\frac{dx}{dt} = B\ell\upsilon.$$

Підставимо чисельні дані

$$\varepsilon = 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 15 = 0{,}15 \text{ В}$$

Відповідь: ε=0,15 В.

Приклад 10. Котушка діаметром 10 см, що складається з 500 витків дроту, знаходиться в магнітному полі. Знайти середню ЕРС індукції, що виникає в цій котушці, якщо індукція магнітного поля збільшується впродовж часу Δt=0,1 с від 0 до 2 Тл.

Дано:	**Розв'язання:**
B_2=2 Тл D=10 см=0,1 м N=500 витків Δt=0,1 с	Згідно з законом Фарадея $$\varepsilon_{\text{сер}} = -\frac{d\Phi}{dt},$$ де зміна магнітного потоку $$\Delta\Phi = NS\Delta B.$$
$\varepsilon_{\text{сер}}$ – ?	Отже,

$$\varepsilon_{\text{сер}} = NS\frac{\Delta B}{\Delta t},$$

де $\Delta B = B_2 - B_1$, $S = \pi\frac{D^2}{4}$ – площа котушки.

За умовою B_1=0, B_2=2 Тл. Тоді

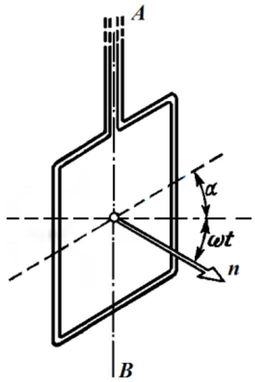
$$\varepsilon_{\text{сер}} = N\pi\frac{D^2}{4}\frac{B_2}{\Delta t}.$$

Підставляючи чисельні значення отримаємо

$$\varepsilon_{\text{сер}} = 500 \cdot 3{,}14\frac{0{,}1^2}{4} \cdot \frac{2}{0{,}1} = 78{,}5 \text{ В}.$$

Відповідь: $\varepsilon_{\text{сер}}$=78,5 В.

Приклад 11. У однорідному магнітному полі з індукцією 0,1 Тл рівномірно з частотою 10 с$^{-1}$ обертається рамка, яка містить 1000 витків. Площа рамки дорівнює 150 см^2. Визначити миттєве значення ЕРС, відповідне куту повороту рамки 30°.

Дано:	**Розв'язання:**
B=0,1 Тл N=1000 витків S=150 см^2=1,5·10^{-2} м^2 ν=10 с$^{-1}$ α=30°	
ε – ?	

Миттєве значення ЕРС індукції ε_i визначається основним рівнянням електромагнітної індукції Фарадея–Максвелла

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \qquad (1)$$

Потокощеплення

$$\Psi = N\Phi,$$

де N – число витків.

Що пронизуються магнітним потоком Ф.

Підставивши вираження Ψ у формулу (1), отримаємо

$$\varepsilon_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

При обертанні рамки магнітний потік Ф, пронизуючий рамку у момент часу t, змінюється згідно із законом

$$\Phi = BS\cos\omega t,$$

де B – магнітна індукція, S – площа рамки, ω – кутова частота.

Підставимо у формулу (2) вираження Ф і продиференціювавши за часом, знайдемо миттєве значення ЕРС індукції

$$\varepsilon_i = NBS\omega\sin\omega t. \qquad (3)$$

Кутова частота ω пов'язана з частотою обертання ν співвідношенням $\omega = 2\pi\nu$ і, якщо кут $\omega t = \frac{\pi}{2} - \alpha$, отримаємо (з врахуванням $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos\alpha$).

$$\varepsilon_i = 2\pi\nu NBS\cos\alpha. \qquad (4)$$

Провівши обчислення за формулою (4), знайдемо

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 1000 \cdot 0{,}1 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2} \cos 30^0 = 81{,}6 \text{ В}.$$

Відповідь: ε_i =81,6 В.

Приклад 12. Соленоїд з осердям з немагнітного матеріалу містить 1200 витків дроту, щільно прилеглих один до одного. З силою струму 4 А, магнітний потік 6 мкВб. Визначити індуктивність соленоїда і енергію магнітного поля соленоїда.

Дано:	Розв'язання:
N=1200 витків I=4 А $\Phi=6 \cdot 10^{-6}$ Вб $\mu_o=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м μ=1	Індуктивність L пов'язана з потокощепленням Ψ і силою струму I співвідношенням $$\Psi = LI. \quad (1)$$ Потокощеплення, у свою чергу, може бути визначене через потік Ф і число витків N (за умови, що витки щільно прилягають один до одного)
L– ? W – ?	

$$\Psi = N\Phi. \quad (2)$$

Зі формул (1) і (2) знаходимо індуктивність соленоїда

$$L = \frac{N\Phi}{I}. \quad (3)$$

Енергія магнітного поля соленоїда

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Враховуючи L згідно(3), отримаємо.

$$W = \frac{N\Phi I}{2}. \quad (4)$$

Підставимо у формули (3) і (4) значення фізичних величин і зробимо обчислення

$$L = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 1{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$W = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 4}{2} = 1{,}44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$$

Відповідь: L=1,8 мГн; W=14,4 мДж.

Приклад 13. По довгому соленоїду з немагнітним сердечником перерізом 5 см^2, що містить, 1200 витків, тече струм силою 2 А. Індукція магнітного поля в центрі соленоїда 10 мТл. Визначте його індуктивність L.

Дано:	**Розв'язання:**
B=10 мТл I=2 А S=5 см^2 N=1200 витків	Індуктивність довгого соленоїда виражається формулою $$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{\ell} S. \quad (1)$$
L– ?	Невідому величину ℓ знайдемо, скориставшись формулою

$$B = \mu_0 \frac{NI}{\ell}$$

для магнітної індукції усередині довгого соленоїда.

Звідки

$$\ell = \mu_0 \frac{NI}{B}.$$

Підставивши значення ℓ в (1) і зробивши скорочення, отримаємо відповідь

$$L = \frac{NSB}{I}.$$

Виконавши обчислення, знайдемо

$$L = \frac{1200 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-2}}{2} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

Відповідь: L = 3 мГн.

Приклад 14. У магнітному полі, індукція якого 0,1 Тл, поміщена квадратна рамка з мідного дроту. Площа поперечного перерізу дроту 1 мм^2, площа рамки 25 см^2. Нормаль до площини рамки паралельна магнітному полю. Яка кількість електрики q пройде по контуру рамки при зникненні магнітного поля?

Дано:	**Розв'язання:**
B=0,1 Тл s=1 мм^2 S=25 см^2 ρ=8930 кг/м^3	Кількість електрики, що пройшла через поперечний переріз провідника при виникненні в нім індукційного струму,
q – ?	

$$dq = -\frac{1}{R}d\Phi.$$

Звідси

$$q = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = -\frac{1}{R}(\Phi_2 - \Phi_1). \qquad (1)$$

По умові Φ_2=0, а $\Phi_1 = BS$. Опір рамки

$$R = \rho\frac{\ell}{s} = \rho\frac{4a}{s} = \rho\frac{4\sqrt{S}}{s},$$

де a – сторона рамки.

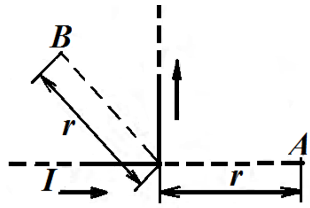
Тоді з (1) отримаємо

$$q = \frac{Bs\sqrt{S}}{4\rho}$$

$$q = \frac{0{,}1\cdot10^{-6}\sqrt{25\cdot10^{-4}}}{4\cdot8930} = 74\cdot10^{-3}\text{ Кл}.$$

Відповідь: q=74 мКл.

Задачі для самостійного розв'язання



Задача 1. Струм, сила якого I=16 А, проходить по нескінченно довгому проводу, зігнутому під прямим кутом (див.рис.). Визначити індукцію магнітного поля B в точках, що містяться на відстані r=10 см від вершини: а) на продовженні однієї зі сторін кута; б) на бісектрисі кута. [*Відповідь:* а) B=16 мкТл; б) B=77,6 мкТл].

Задача 2. По двох паралельних провідниках, довжина кожного ℓ=3 м, проходять струми однакової сили. Відстань між провідниками d=1 см. Струми взаємодіють між собою із силою F=0,5 мН. Визначити силу струму I в провідниках. [*Відповідь:* I=4,6 А].

Задача 3. По тонкому провіднику у вигляді кільця радіуса r=20 см проходить струм, сила якого I=100 А. Перпендикулярно до площини кільця збуджено однорідне магнітне поле, індукція якого B=20 мТл. Обчислити силу F, що розтягує кільце. [*Відповідь:* F=0,4 Н].

Задача 4. Визначити магнітний момент $p_м$ кругового витка зі струмом, якщо, радіус витка R=10 см, індукція магнітного поля у його центрі B=6 мкТл. [*Відповідь:* $p_м$=30 мА·м^2].

Задача 5. Електрон, на який діє прискорювальна різниця потенціалів U=3,5 кВ, влітає в однорідне магнітне поле, індукція якого B=0,01 Тл, перпендикулярно до ліній магнітної індукції й рухається по колу радіуса R=2 см. Обчислити відношення заряду електрона до його маси. [*Відповідь:* e/m=1,76·10^{11} Кл/кг].

Задача 6. У середній частині соленоїда, який містить n=10 витків на кожний сантиметр довжини, вміщено круговий виток діаметра d=1 см. Площина витка розміщена під кутом α=30° до осі соленоїда. Визначити магнітний потік Ф, що пронизує виток, якщо по обмотці соленоїда проходить струм, сила якого I=10 А. [*Відповідь:* Ф=4,9 нВб].

Задача 7. Плоский контур зі струмом, сила якого 50 А, розміщено в однорідному магнітному полі (B=0,6 Тл) так, що нормаль є перпендикулярною до ліній магнітної індукції. Визначити роботу, яка виконується силами поля у разі повільного повертання контуру навколо осі, розміщеної в площині контуру, на кут α=30°. Площа контуру 200 см. При повороті контуру сила струму підтримується незмінною. [*Відповідь:* A=0,3 Дж].

Задача 8. В однорідному магнітному полі, індукція якого B=1 Тл, розміщується плоска котушка з N=100 витків радіуса r=10 см, площина якої утворює кут β=60° з напрямом поля. По котушці проходить струм, сила якого 1=10 А. Визначити роботу A, яку потрібно виконати для видалення цієї котушки з магнітного поля. [*Відповідь:* A=27,2 Дж].

Задача 9. Соленоїд, довжина якого ℓ=3 м і площа поперечного перерізу S=20 см^2, містить N=3500 витків. Визначити повний магнітний потік, зчеплений з усіма витками соленоїда Ψ, якщо сила струму в обмотці I=10 А. [*Відповідь:* Ψ=308 мВб].

Задача 10. На загальний каркас намотано дві котушки. Визначити взаємну індуктивність котушок L_{12}, якщо постійний струм у першій котушці, сила якого I_1=5 А, утворює в другій магнітне потокозчеплення Ψ=40 мВб. [*Відповідь:* L_{12}=8 мГн].

Задача 11. В обмотці соленоїда, опір якого R=1 Ом, а індуктивність L=20 мГн, проходить струм. Сила струму I=5 А. Чому дорівнює енергія W магнітного поля соленоїда через час t=1 с після від'єднання джерела напруги та короткого замикання кінців обмотки? [*Відповідь:* W=0,23 Дж].

Задача 12. Обмотка соленоїда містить один шар витків мідного дроту діаметра d=0,2 мм, які щільно прилягають один до одного. Діаметр соленоїда D=5 см, кількість витків N=400. По соленоїду проходить струм, сила якого I_o=1 А. Визначити кількість теплоти Q, що виділяється в обмотці за час t=0,1 мкс після того, як її кінці замкнено коротко. [*Відповідь:* Q=3,2 мкДж].

Задача 13. Соленоїд містить N=1000 витків проводу. Сила струму в його обмотці I=1 А, а магнітний потік крізь переріз соленоїда Φ=0,1 мВб. Визначити енергію W магнітного поля в соленоїді. [*Відповідь:* W=50 мДж].

ОПТИКА. КВАНТОВА ПРИРОДА СВІТЛА

Практичне заняття № 8

Тема: *Оптика. Теплове випромінювання. Квантова природа світла.*

Основні формули і закони

- Швидкість світла в середовищі

$$v = c/n,$$

де c – швидкість світла у вакуумі, n – показник заломлення середовища.

- Закон заломлення світла та граничний кут повного відбивання

$$n_1 sin\alpha = n_2 sin\alpha;\ \alpha_{гр} = arcsin(n_1/n_2),\ n_1 > n_2$$

- Формула тонкої лінзи

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

знак відстаней від лінзи до дійсних точок “+” а до уявних “-”

- Світловий потік Ф визначається енергією, що переноситься світловими хвилями через дану площу в одиницю часу

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

- Точкове джерело з силою світла I створює на майданчику, що відстоїть від нього на відстані r, освітленість

$$E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha,$$

де α – кут падіння променів.

- Світність R чисельно дорівнює потоку, що випускається одиницею площі тіла, що світиться

$$R = \frac{d\Phi}{dS}.$$

- Якщо світність тіла обумовлена його освітленістю, то

$$R = \rho E$$

де ρ – коефіцієнт відбиття.

- Оптична довжина шляху світлової хвилі

$$L = n\ell,$$

де ℓ – геометрична довжина шляху світлової хвилі в середовищі з показником заломлення n.

- Оптична різниця ходу двох світлових хвиль

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

- Залежність різниці фаз від оптичної різниці ходу світлових хвиль

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right),$$

де λ – довжина світлової хвилі.

- Відстань між інтерференційними смугами на екрані, який розташовано паралельно двом когерентним джерелами світла

$$\ell = \frac{L}{d}\lambda$$

де λ – довжина хвилі світла, L - відстань від екрана до джерел світла, віддалених один від одного на відстані d (при цьому $L>>d$).

- Умова максимального посилення світла при інтерференції

$$\Delta = \pm k\lambda = \pm 2k\frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0,1,3\ldots)$$

- Умова максимального послаблення світла при інтерференції

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

- Оптична різниця ходу світлових хвиль, що виникає при відображенні монохроматичного світла від тонкої плівки,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2} \quad \text{або} \quad \Delta = 2dn\cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2},$$

де d – товщина плівки, n – показник заломлення плівки, i_1 – кут падіння, i_2 – кут заломлення світла у плівці.

- Радіус світлих кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}}, \qquad (k = 1,2,3\dots),$$

де k –номер кільця, R – радіус кривизни лінзи.

- Радіус темних кілець Ньютона у відбитому світлі

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}$$

У світлі, що проходить, розташування світлих і темних кілець обратно їх розташуванню у відбитому світлі.

- Кут φ відхилення променів, що відповідає максимуму (світла смуга) при дифракції на одній щілині, визначається з умови

$$a\sin\varphi = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

де a – ширина щілини, k – порядковий номер максимуму.

- Кут φ відхилення променів, відповідний максимуму (світла смуга) при дифракції світла на дифракційних решітках, визначається з умови

$$d\sin\varphi = k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

де d – період дифракційних решіток.

- Закон Стефана–Больцмана

$$R_e = \sigma T^4$$

де R_e – енергетично світимість (випромінювальна) абсолютно чорного тіла σ=5,67·10^{-8} Вт/(м^2·К^4) – стала Стефана–Больцмана,

T – термодинамічна температура Кельвіна.

- Якщо випромінюється тіло не є абсолютно чорним, то

$$R_e' = k\sigma T^4$$

де коефіцієнт k завжди менше одиниці.

- Закон зміщення Віна

$$\lambda_B = \frac{b}{T}$$

де λ_B – довжина хвилі, на яку доводиться максимум енергії випрямінювання, b=2,9·10^{-3} м·К – стала Віна.

- Енергія фотона

$$\lambda = h\nu$$

$$\varepsilon = \hbar\omega$$

де h=6,63·10^{-34} Дж·с – стала Планка, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, ν –частота фотона, ω – циклічна частота.

- Маса фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$$

де c=3·10^8 м/с – швидкість світла у вакуумі, λ – довжина хвилі фотона.

- Імпульс фотона

$$p = mc = h\lambda$$

- Формула Ейнштейна для фотоефекту

$$h\nu = A + T_{max} = A + \frac{mv_{max}^2}{2}$$

де $h\nu$ – енергія фотона, падаючого на поверхню металу, A – робота виходу електрона, T_{max} – максимальна кінетична енергія фотоелектрона.

- Червона границя фотоефекту

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \qquad \text{або} \qquad \lambda_0 = \frac{hc}{A}$$

де ν_0 – мінімальна частота світла, при якій ще можливий фотоефект, λ_0 – максимальна довжина хвилі світла, при якій ще можливий фотоефект, h – стала Планка.

- Світловий тиск

$$P = \frac{E}{c}(1 + \rho)$$

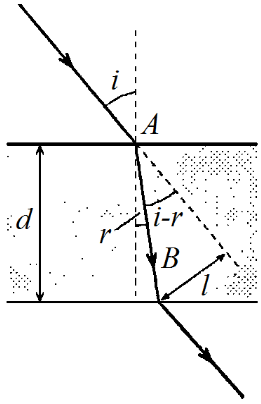
де E – енергія, падаюча на одиницю поверхні за одиницю часу,

ρ – коефіцієнт відбиття світла.

Приклади розв’язання задач

Приклад 1. Промінь світла падає під кутом i=30° на плоскопаралельну скляну пластинку і виходить з неї паралельно первісним променю. Показник заломлення скла n=1,5. Яка товщина d пластинки, якщо відстань між променями ℓ=1,94 см?

Дано:	**Розв’язання:**
i=30°	Зсув променя $\ell = AB\sin(i-r)$,
n=1,5	де r – кут заломлення променя в склі.
ℓ=0,0194 м	Товщина пластинки d пов'язана зі
d - ?	



зміщенням променя наступним співвідношенням:

$$d = AB\cos r = \frac{\ell\cos r}{\sin i\cos r - \cos i\sin r}.$$

Відповідно до закону заломлення

$$\sin r = \frac{\sin i}{n},$$

тобто

$$\cos r = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}},$$

Тому

$$d = \frac{\ell\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{\sin i\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 i - \cos i}\right)}.$$

Підставляючи числові дані, одержимо

$$d = \frac{0{,}0194\sqrt{1{,}5^2 - \sin^2 30°}}{\sin 30°\left(\sqrt{1{,}5^2 - \sin^2 30° - \cos 30°}\right)} = 0{,}1 \text{ м}.$$

Відповідь: d=0,1 м.

Приклад 2. Знайти фокусну відстань F_1 лінзи з кварцу для ультрафіолетової лінії спектра ртуті λ_1=259 нм, якщо фокусна відстань для жовтої лінії натрію

λ_2= 589 нм – F_2=16 см. Показники заломлення кварцу для цих довжин хвиль рівні n_1=1.504 і n_2=1,458.

Дано:	**Розв'язання:**
F_2=16 см	Для лінзи, що має радіуси кривизни R_1 і R_2, маємо
n_1=1.504	$$(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{1}{F}, \quad (1)$$
n_2=1,458	
F_1 - ?	де n – показник заломлення матеріалу, з якого виготовлена лінза.

Для жовтої лінії (1) маємо

$$F_2=\frac{R_1R_2}{(n_2-1)(R_2-R_1)},$$

Звідки

$$\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}=F_2(n_2-1). \quad (2)$$

Оскільки для ультрафіолетової лінії

$$F_1=\frac{R_1R_2}{(n_1-1)(R_2-R_1)}, \quad (3)$$

то, підставляючи (2) в (3), отримаємо

$$F_1=\frac{F_2(n_2-1)}{(n_1-1)}$$

$$F_1=\frac{0{,}16(1{,}458-1)}{(1{,}504-1)}=0{,}145 \text{ м.}$$

Відповідь: F_1 =14,5 см.

Приклад 3. Лампа, що підвішена до стелі, дає в горизонтальному напрямку силу світла I=60 кд. Який світловий потік Ф падає на картину площею S=0,5 м^2, що висить вертикально на стіні на відстані r=2 м від лампи, якщо на протилежній стіні знаходиться велике дзеркало на відстані a=2 м від лампи?

Дано:	**Розв'язання:**
I=60 кд S=0,5 м^2 r=2 м a=2 м	Лампа створює на площі S картини освітленість $$E_1 = \frac{I}{r^2}\cos\alpha$$ або, оскільки $\cos\alpha = 1$, $$E_1 = \frac{I}{r^2}.$$
Φ - ?	

Зображення лампи в дзеркалі, що знаходиться на відстані r+2a від картини, створює освітленість

$$E_2 = \frac{I}{(r+2a)^2}.$$

Результуюча напруженість

$$E = E_1 + E_2 = I\left(\frac{I}{r^2} + \frac{1}{(r+2a)^2}\right)$$

Крім того $E = \frac{\Phi}{S}$, звідки

$$\Phi = ES = IS\left(\frac{I}{r^2} + \frac{1}{(r+2a)^2}\right).$$

Підставляючи числові дані, одержимо

$$\Phi = 60 \cdot 0{,}5\left(\frac{60}{2^2} + \frac{1}{(2+2\cdot 2)^2}\right) = 8{,}3 \text{ лм}.$$

Відповідь: Φ=8,3 лм.

Приклад 4. У скільки разів збільшиться відстань між сусідніми інтерференційними смугами на екрані в досліді Юнга, якщо зелений світлофільтр (λ_1= 500 нм) замінити червоним (λ_2= 650 нм)?

Дано:	**Розв'язання:**
λ_1= 500 нм λ_2= 650 нм	Умова інтерференційного максимуму: $$y_{max} = k\frac{L}{d}\lambda, \quad \text{де} \quad k = 0, 1, 2, 3\ldots \qquad (1)$$
$\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1}$ – ?	Умова інтерференційного мінімуму: $$y_{min} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{L}{d}\lambda, \quad \text{де} \quad k = 0, 1, 2, 3\ldots \qquad (2)$$

Відстань між двома сусідніми максимумами інтенсивності називається відстанню між інтерференційними смугами, а відстань між сусідніми мінімумами інтенсивності – шириною інтерференційної смуги.

З (1) і (2) випливає, що відстань між смугами і ширина смуги мають однакове значення, рівне

$$\Delta y = \frac{L}{d}\lambda.$$

Тоді відстань між інтерференційними смугами при зеленому світлофільтрі

$$\Delta y_1 = \frac{L}{d}\lambda_1,$$

при червоному

$$\Delta y_2 = \frac{L}{d}\lambda_2,$$

де L – відстань від екрана до джерел світла.

Оскільки величини L і d не змінюються, то

$$\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{650}{500} = 1{,}3.$$

Відповідь: $\frac{\Delta y_2}{\Delta y_1} = 1{,}3$.

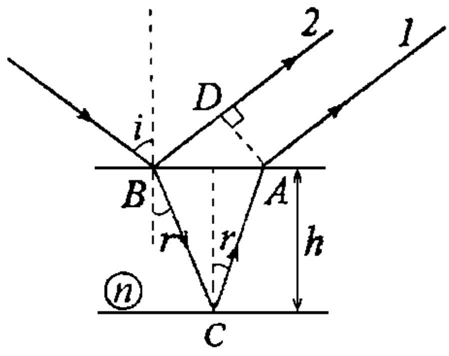
Приклад 5. На мильну плівку падає біле світло під кутом i=45° до поверхні плівки. При якій найменшій товщини плівки відбиті промені будуть пофарбовані в жовтий колір (λ=600 нм)? Показник заломлення мильної води n=1,33.

Дано:
i=45°
n=1,33
$\lambda=6\cdot10^{-7}$ м
h – ?

Розв'язання:

За умовою відбиті промені забарвлені в жовтий колір. Це означає, що максимум відображення спостерігається в жовтій частині спектра. Максимум відображення спостерігається, коли світлові хвилі, відбиті від обох поверхонь пластинки (див. рис.), підсилюють один одного.

Для цього оптична різниця ходу Δd пучків *1* і *2* повинна дорівнювати цілому числу k довжин хвиль:



$$\Delta d = \frac{\lambda}{2} + n(AC + BC) - AD = k\lambda.$$

Доданок $\frac{\lambda}{2}$ враховує, що при відображенні пучка *1* від оптично більш щільного середовища фаза коливань електромагнітного поля змінюється на протилежну, тобто виникає така ж зміна фази, як при проходженні шляху $\frac{\lambda}{2}$.

Множник n враховує зменшення швидкості світла в середовищі – на шляху s в середовищі виникає така ж зміна фази $\Delta\varphi$, як на шляху ns у вакуумі:

$$\Delta\varphi = \frac{\omega s}{v} = \frac{n\omega s}{c}.$$

Використовуючи співвідношення

$$AC = BC = \frac{h}{\cos r},$$

$$AD = 2h\sin i\tan r,$$

а також застосовуючи закон заломлення, отримуємо

$$\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 i},$$

Звідки

$$h = \frac{\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}.$$

При k=1 мінімальна товщина плівки

$$h = \frac{\left(k - \frac{1}{2}\right)6 \cdot 10^{-7}}{2\sqrt{1{,}33^2 - \sin^2 45°}} = 0{,}13 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Відповідь: h=0,13 мкм.

Приклад 6. Установка для отримання кілець Ньютона освітлюється білим світлом, падаючим по нормалі до поверхні пластинки. Радіус кривизни лінзи R=5 м. Спостереження ведеться в прохідному світлі. Знайти радіуси r_c

четвертого синього кільця ($\lambda_с$= 400 нм) і $r_{чер}$ третього червоного кільця ($\lambda_{чер}$= 630 нм).

Дано:	**Розв'язання:**
R=5 м	Радіус світлого кільця в прохідному світлі, що визначається формулою
$\lambda_с=4\cdot10^{-7}$ м	$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$
$\lambda_{чер}=6{,}3\cdot10^{-7}$ м	
$r_с$ –? $r_{чер}$–?	Звідси

$$r_c = \sqrt{4R\lambda_c}.$$

$$r_c = \sqrt{4\cdot 5\cdot 5\cdot 10^{-7}} = 2{,}8\cdot 10^{-3}\ \text{м};$$

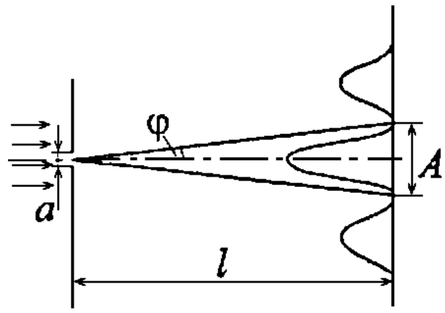
$$r_{\text{чер}} = \sqrt{3R\lambda_{\text{чер}}}$$

$$r_{\text{чер}} = \sqrt{3\cdot 5\cdot 6{,}3\cdot 10^{-7}} = 3{,}1\cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Відповідь: r_c=2,8 мм, $r_{чер}$=3,1 мм.

Приклад 7. На щілину шириною a=20 мкм падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла (λ=500 нм). Знайти ширину A зображення щілини на екрані, віддаленому від щілини на відстань ℓ=1 м. Шириною зображення вважати відстань між першими дифракційними мінімумами, розташованими по обидві сторони від головного максимуму освітленості.

Дано:	**Розв'язання:**
$a=2\cdot10^{-5}$ м	З малюнка видно, що
$\lambda=5\cdot10^{-7}$ м	$$\frac{A}{2} = \ell\tan\varphi.$$
ℓ=1 м	
A – ?	Оскільки



кут φ малий, то можна прийняти

$$\tan\varphi = \sin\varphi.$$

Тоді

$$A = 2\ell\sin\varphi. \qquad (1)$$

Умова максимумів інтенсивності світла

$$a\sin\varphi = k\lambda,$$

звідки при k=1

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{a}. \qquad (2)$$

Підставляючи (2) в (1), отримаємо

$$A = \frac{2}{\frac{\lambda}{a}} = \frac{2a}{\lambda}$$

$$A = \frac{2\cdot 5\cdot 10^{-7}}{2\cdot 10^{-5}} = 0{,}05 \text{ м}.$$

Відповідь: A=0,05.

Приклад 8. Яке число штрихів N_o на одиницю довжини має дифракційна решітка, якщо зелена лінія ртуті (λ=546,1 нм) у спектрі першого порядку спостерігається під кутом φ=19°8'?

Дано:	Розв'язання:
$\lambda=546{,}1\cdot 10^{-9}$ м	Відповідно до формули дифракційної решітки
$\varphi=19^{o}8'$	$d\sin\varphi = k\lambda.$
k=1	Оскільки число штрихів N_o, що припадають на одиницю
N_o – ?	довжини решітки, пов'язане з періодом решітки d

співвідношенням

$$N_0 = \frac{1}{d},$$

то

$$\frac{\sin\varphi}{N_0} = k\lambda,$$

звідки

$$N_0 = \frac{\sin\varphi}{k\lambda}$$

$$N_0 = \frac{\sin 19^{0}8'}{546{,}1\cdot 10^{-9}} = 600 \text{ мм}^{-1}.$$

Відповідь: N_o=600 мм$^{-1}$.

Приклад 9. Знайти температуру T печі, якщо відомо, що випромінювання з отвору в ній площею S=6,1 см^2 має потужність N=34,6 Вт. Випромінювання вважати близьким до випромінювання абсолютно чорного тіла.

Дано:	**Розв'язання:**
$S=6{,}1\cdot10^{-4}$ м^2 N=34,6 Вт $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4)	
T – ?	

Потужність випромінювання з отвору печі визначається співвідношенням

$$N = R_e S. \tag{1}$$

Оскільки за умовою випромінювання близько до випромінювання абсолютно чорного тіла, то за законом Стефана–Больцмана

$$R_e = \sigma T^4, \tag{2}$$

де σ – стала Стефана–Больцмана.

Підставляючи (2) в (1), отримуємо

$$N = \sigma T^4 S,$$

звідки температура печі

$$T = \sqrt[4]{\frac{N}{\sigma S}}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{34{,}6}{5{,}67\cdot10^{-8}\cdot6{,}1\cdot10^{-4}}} = 1000 \text{ К}.$$

Відповідь: T=1000 К.

Приклад 10. Довжина хвилі, на яку припадає максимум енергії в спектрі випромінювання чорного тіла λ_0=0,58 мкм. Визначити енергетичну світність R_e поверхні тіла.

Дано:	**Розв'язання:**
$\lambda_0=5{,}8\cdot10^{-7}$ м	
R_e-?	

Енергетична світимість R_e абсолютно чорного тіла відповідно до закону Стефана–Больцмана пропорційна четвертій мірі термодинамічної температури і виражається формулою

$$R_e = \sigma T^4, \tag{1}$$

де σ – постійна Стефана–Больцмана, T – термодинамічна температура.

Температуру T можна обчислити за допомогою закону зміщення Віна

$$\lambda_0 = b/\mathrm{T}, (2)$$

де b – постійна закону зміщення Віна.

Використовуючи формули (2) і (1), отримуємо

$$R_e = \sigma(b/\lambda_0)^4, \qquad (3)$$

Проведемо обчислення

$$R_e = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\left(\frac{2{,}90 \cdot 10^{-3}}{5{,}8 \cdot 10^{-7}}\right)^4 = 3{,}54 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2.$$

Відповідь: R_e=35,4 МВт/м^2.

Приклад 11. Знайти енергію ε, масу m і імпульс p фотона, якщо відповідна йому довжина хвилі λ=1,6 пм.

Дано:	**Розв'язання:**
$\lambda=1{,}6 \cdot 10^{-12}$ м $h=6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с $c=3 \cdot 10^8$ м/с	Маємо
ε – ? m –? p–?	

$$E = h\frac{c}{\lambda}; \qquad m = \frac{h}{c\lambda}.$$

Імпульс фотона

$$p = mc = \frac{h}{\lambda}.$$

Підставляючи числові дані, одержимо

$$E = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\frac{3 \cdot 10^8}{1{,}6 \cdot 10^{-12}} = 1{,}15 \cdot 10^{-13} \text{ Дж};$$

$$m = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{3 \cdot 10^8 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}} = 1{,}38 \cdot 10^{-30} \text{ кг};$$

$$p = 1{,}38 \cdot 10^{-30} \cdot 3 \cdot 10^8 = 4{,}1 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Відповідь: $E=1{,}15 \cdot 10^{-13}$ Дж; $m=1{,}38 \cdot 10^{-30}$ кг; $p=4{,}1 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

Приклад 12. Визначити червону границю фотоефекту для цезію, якщо при опроміненні його поверхні фіолетовими променями довжиною хвилі 400 нм максимальна швидкість фотоелектронів $6{,}5 \cdot 10^5$ м/с.

Дано:	**Розв'язання:**
λ=4·10^{-7} м υ_{max}=6,5·10^{5}м/с h=6,63·10^{-34} Дж·с c=3·10^{8} м/с m_e=9,1·10^{-31} кг	Червоною границею фотоефекту називається найбільша довжина хвилі λ_0 опромінюючого світла, при якій ще можливий фотоефект з поверхні даного металу. При опроміненні світлом цієї довжини хвилі швидкість, а, отже, і кінетична енергія фотоелектронів дорівнюють
λ_o – ?	

нулю.

Тому рівняння Ейнштейна для фотоефекту

$$\varepsilon = A + T \tag{1}$$

в разі червоної границі запишеться у вигляді ε=A або

$$h\frac{c}{\lambda_0} = A.$$

Звідси

$$\lambda_0 = h\frac{c}{A}. \tag{2}$$

Роботу виходу для цезію визначимо за допомогою рівняння (1)

$$A = \varepsilon - T = \frac{hc}{\lambda} - \frac{m\upsilon^2}{2}, \tag{3}$$

$$A = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{4 \cdot 10^{-7}} - \frac{9{,}1 \cdot 10^{-31}(6{,}5 \cdot 10^{5})^2}{2} = 3{,}05 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж.}$$

Червоний кордон фотоефекту буде дорівнювати

$$\lambda_0 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3{,}05 \cdot 10^{-19}} = 6{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{м}$$

Відповідь: λ_o =650 нм.

Приклад 13. При фотоефекті з платинової поверхні електрони повністю затримуються різницею потенціалів U=0,8 В. Знайти довжину хвилі λ застосовуваного опромінення і граничну довжину хвилі λ_o, при якій ще можливий фотоефект.

Дано:	**Розв'язання:**
U=0,8 В h=6,63·10^{-34} Дж·с c=3·10^{8} м/с e=1,6·10^{-19} Кл A=10^{-18} Дж	З рівняння Ейнштейна для фотоефекту $$h\frac{c}{\lambda} = A + eU,$$ маємо $$\lambda = \frac{hc}{A + eU},$$
λ_o–? λ – ?	де h – постійна Планка; c – швидкість світла у вакуумі; e

– заряд електрона; A – робота виходу електрона.

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{10^{-18} + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}8} = 204 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Граничну довжину хвилі λ_o, при якій ще можливий фотоефект, знайдемо із співвідношення

$$A = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0},$$

звідки

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A}$$

$$\lambda_0 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{10^{-18}} = 234 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Відповідь: λ=204 нм, λ_o =234 нм.

Приклад 14. Знайти світовий тиск P на стінки електричної 100–ватної лампи. Колба лампи являє собою сферичний посудину радіусом r=5 см. Стінки лампи відображають 4% і пропускають 6% падаючого на них світла. Вважати, що вся споживана потужність йде на випромінювання.

Дано:	**Розв'язання:**
r=0,05 м N=100 Вт c=3·10^{8} м/с	За визначенням світлового тиску $$P = \frac{E_e(\rho + 1)}{c}, \quad (1)$$
P – ?	де E_e – енергія, падаюча на одиницю поверхні за одиницю часу, N – потужність лампи, S – площа поверхні колби, ρ – коефіцієнт

відбиття світла.

$$E_e = \frac{N}{S} \tag{2}$$

$$S = 4\pi r^2 \tag{3}$$

Підставляючи (3) в (2), отримуємо

$$E_e = \frac{N}{4\pi r^2}, \tag{4}$$

потім, підставляючи (4) в (1), остаточно знаходимо

$$P = \frac{N(\rho + 1)}{4\pi r^2 c}.$$

Зробимо обчислення

$$P = \frac{100(1+1)}{4\pi \cdot 0{,}05^2 \cdot 3 \cdot 10^8} = 11{,}03 \cdot 10^{-6}\ \text{Па.}$$

Відповідь: P =11,03 мкПа.

Приклад 15. Пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі λ=663 нм падає нормально на дзеркальну плоску поверхню. Потік випромінювання Φ_e=0,6 Вт. Визначити силу тиску, яку зазнає поверхня і число фотонів, які щомиті падають на неї.

Дано:
λ= 6,63·10^{-7} м
Φ_e =0,6 Вт
h=6,63·10^{-34} Дж·с
c=3·10^8 м/с
F – ? n_1 – ?

Розв'язання:

Сила світлового тиску на поверхню дорівнює добутку світлового тиску p на площу S поверхні

$$F = pS. \tag{1}$$

Світловий тиск може бути знайдено за формулою

$$p = \frac{E_e(\rho + 1)}{c}, \tag{2}$$

де E_e – енергетична освітленість, c – швидкість світла у вакуумі, ρ – коефіцієнт відбиття.

Підставляючи праву частину виразу (2) у формулу (1), отримуємо

$$F = \frac{E_e S(\rho + 1)}{c}. \tag{3}$$

Оскільки E_eS являє собою потік випромінювання Φ_e, то

$$F = \frac{\Phi_e(\rho + 1)}{c}. \tag{4}$$

Зробимо обчислення, враховуючи, що для дзеркальної поверхні ρ=1

$$F = \frac{0{,}6(1+1)}{3 \cdot 10^{8}} = 4 \cdot 10^{-9}\ \text{Н}.$$

Прибуток енергії ε одного фотона на число фотонів n_1, щосекунди падаючих на поверхню, дорівнює потужності випромінювання, тобто потоку випромінювання:

$$\Phi_e = \varepsilon n_1,$$

а так як енергія фотона

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda},$$

то

$$\Phi_e = \frac{hcn_1}{\lambda},$$

звідки

$$n_1 = \frac{\Phi_e \lambda}{hc}. \qquad (5)$$

Зробимо обчислення

$$n_1 = \frac{0{,}6 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-7}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 2 \cdot 10^{18}\ \text{с}-1$$

Відповідь: F =4 нН, n_1 =$2 \cdot 10^{18}$ с^{-1}

Задачі для самостійного розв'язання

Задача 1. Відстань між другим і третім темними кільцями Ньютона у відбитому світлі Δr_1=1 мм. Обчислити відстань Δr_2 між 20-м і 21-м темними кільцями. [*Відповідь:*Δr_2 =0,34 мм].

Задача 2. Заповнюючи прозорою рідиною простір між лінзою та пластинкою в установці для спостереження кілець Ньютона, радіуси темних кілець у відбитому світлі зменшили у k=1,21 раза. Визначити показник заломлення n рідини. [*Відповідь:* n=1,46].

Задача 3. На круглий отвір у непрозорій перешкоді діаметра d=5 мм падає нормально плоска монохроматична хвиля (λ=500 нм). За отвором на відстані

b=2,5 м від нього розміщено екран. Яким буде центр дифракційної картини на екрані: темним чи світлим? [*Відповідь:* m=5].

Задача 4. Знаючи межі видимої частини спектра (400...760 нм), розрахувати період d дифракційної ґратки, для якої кутові розміри спектра першого порядку $\Delta\varphi$=20°. [*Відповідь:* d=1,2 мкм].

Задача 5. На дифракційну ґратку падає нормально випромінювання від розрядної трубки з криптоном. П'ятий дифракційний максимум для зеленої лінії, довжина хвилі якої λ_1=566 нм, міститься під кутом φ_1=34°30'. Визначити кутову відстань $\Delta\varphi$ між зеленою (λ_1= 566 нм) та фіолетовою (λ_2= 404 нм) лініями у спектрі третього порядку. [*Відповідь:* $\Delta\varphi$=5°54'].

Задача 6. Нагріта куля радіуса R=5 см випускає випромінювання потужністю P=1 кВт. Визначити температуру кулі T, розглядаючи її як сіре тіло, поглинальна здатність якого a=0,25. [*Відповідь:* T=1224 К].

Задача 7. Максимум спектральної випромінювальної здатності залізної кулі діаметра d=10 см, яка вважається абсолютно чорним тілом, припадає на довжину хвилі λ_{max}=1,6 мкм. Визначити температуру T тіла через $t=2$ с з початку охолодження, якщо крім випромінювання інших механізмів втрати теплоти немає. [*Відповідь:* T=1791 К].

Задача 8. Визначити довжину хвилі λ фотона, маса якого дорівнює масі m_e спокою електрона, а також масу m фотона, для якого довжина хвилі λ_1=2 пм. [*Відповідь:* $\lambda=2{,}4\cdot10^{-12}$ м, $m=1{,}8\cdot10^{-31}$ кг].

Задача 4. У разі опромінювання металу γ-квантами з нього вилітають фотоелектрони з максимальною швидкістю υ_{max}=290 Мм/с. Визначити енергію квантів ε, їх імпульс p та масу m. [*Відповідь:* ε=1,49 МеВ, $p=7{,}92\cdot10^{-22}$ кг·м/с, $m=2{,}64\cdot10^{-30}$ кг].

Задача 9. Пучок електронів пройшов прискорювальну різницю потенціалів U=2кВ. Визначити кількість дифракційних максимумів n, що виникне під час інтерференційного відбивання пучка таких електронів від поверхні кристалу, для якого стала граток d=0,3 нм. [*Відповідь:* n=43].

ЛІТЕРАТУРА

1. Загальна фізика : Підручник . Реком. ВР КНУ ім. Т. Шевченка Г. С. Фелінський. Київ. Каравела. т/обкл. 656 с. 2023 р.
2. Воловик П.М. Фізика. (Підручник для університетів). – К.; Ірпінь: Перун, 2005. – 864 с.
3. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. - Київ,: Техніка, 2006. - 532 с.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 2. Електрика і магнетизм. – К.: Техніка, 2006. – 452 с.
5. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 3. Оптика. Квантова фізика. – К.: Техніка, 2006. – 518 с.
6. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. К.: Техніка, 2004. – 560 с.
7. Савчук Н.В., Іовчев С.І. Навчальний посібник до самостійної роботи. Частина 1. — Одесса: ОНМУ, 2021. — 110 с.
8. Фізика. Навчально-методичний посібник до самостійної роботи у чотирьох частинах. Частина 2. «Молекулярна фізика і термодинаміка»/ Іовчев С.І., Чінарова Л.Л., Савчук Н.В. – Одеса: ОНМУ, 2024. – 68 с.
9. Савчук Н.В., Іовчев С.І. Навчальний посібник до самостійної роботи. Частина 3. — Одесса: ОНМУ, 2021. — 146 с.
10. Савчук Н.В., Іовчев С.І. Навчальний посібник до самостійної роботи. Частина 4. — Одесса: ОНМУ, 2021. — 78 с.

ДОДАТОК

Таблиця 1

Основні фізичні постійні

Фізична постійна	Позначення	Значення
Прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с^2
Гравітаційна постійна	G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Швидкість світла у вакуумі	c	$3\cdot10^8$ м/с
Елементарний заряд	e	$1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Електрична постійна	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнітна постійна	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м
Постійна Планка	h	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с
Молярна газова постійна	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постійна Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Постійна Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Атомна одиниця маси	а.о.м.	$1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Постійна Рідберга	R	$1{,}1\cdot10^7$ м$^{-1}$
Радіус Бора	a	$0{,}29\cdot10^{-10}$ м
Енергія іонізації атома водню	E_i	$2{,}18\cdot10^{-18}$ Дж (13,6 еВ)

Таблиця 2.

Густина твердих тіл, кг/м^3

Найменування	Значення	Найменування	Значення
Алюміній	2700	Олово	7200
Мідь	8930	Сталь	7700

Таблиця 3

Густина рідин, кг/м^3

Найменування	Значення	Найменування	Значення
Гліцерин	1260	Сірковуглець	1260
Ртуть	13600	Спирт	800

Таблиця 4

Діелектрична проникність

Речовина	Проникність	Речовина	Проникність
Вода	81	Парафін	2
Масло	5	Стекло	6

Таблиця 5

Питомий опір металів, Ом·м

Найменування	Значення	Найменування	Значення
Алюміній	$2{,}53 \cdot 10^{-8}$	Ніхром	$100 \cdot 10^{-8}$
Залізо	$8{,}7 \cdot 10^{-8}$	Свинець	$22 \cdot 10^{-8}$
Мідь	$1{,}7 \cdot 10^{-8}$	Сталь	$10 \cdot 10^{-8}$

Таблиця 6

Показник заломлення, n

Найменування	Значення	Найменування	Значення
Алмаз	2,42	Гліцерин	1,47
Вода	1,33	Скло	1,50
Лід	1,31	Сірковуглець	1,63

Таблиця 7

Робота виходу електронів

Метал	$A \cdot 10^{-19}$, Дж	*A,* еВ	Метал	$A \cdot 10^{-19}$, Дж	*A,* еВ
Калій	3,5	2,2	Рубідій	3,4	2,1
Літій	3,7	2,3	Срібло	7,5	4,7
Платина	10	6,3	Цезій	3,2	2,0
Цинк	6,4	4,0			