МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра «Суднова електроенергетика, фізика, експлуатація електрообладнання»

С. І. Іовчев, Г.М. Акопян

ФІЗИКА

Навчально-методичний посібник до практичних занять

Частина 1

Одеса – 2026

УДК 53(075.8)

Рекомендовано науково-методичною комісією
Навчально-Наукового Інституту Морського Флоту
протокол № 4 від 10 лютого 2026 року.

Автор: С.І. Іовчев, Г.М. Акопян

Рецензенти: А.В. Єрпельова – кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри «СЕФЕЕ» ОНМУ

Фізика. Навчально-методичний посібник до практичних занять. Частина 1. Для здобувачів вищої освіти за освітньо-професійною програмою: « Морський та внутрішній водний транспорт», / Іовчев С.І., Акопян Г.М. – Одеса: ОНМУ, 2026. – 52 с.

Навчально-методичний посібник до практичних занять. Частина 1. складова комплексу робочих матеріалів, створений для забезпечення якісної підготовки фахівців денної та заочної форми навчання за освітньо-професійною програмою: «*Морський та внутрішній водний транспорт*» за спеціальністю J5.02 Управління судновими технічними системами і комплексами.

Посібник 1 частина містить короткі теоретичні відомості таких розділів фізики, як «Кінематика і динаміка материальної точки», «Молекулярно-кінетична теорія. Термодинаміка», основні формули, приклади роз'язання типових задач, задачі для самостійної роботи, відповідає чинним навчальним програмам підготовки.

УДК 53(075.8)

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Навчально-методичний посібник призначений для надання методичної допомоги у вивченні дисципліни «Фізика» і виконанні індивідуальних завдань студентами денної і заочної форми навчання спеціальності J5.02 Управління судновими технічними системами і комплексами.

Посібник 1 частина охоплює такі розділи фізики, як «Кінематика і динаміка материальної точки», «Молекулярно-кінетична теорія. Термодинаміка». На початку кожного розділу надаються основні закони і формулі. Основну частину посібника складають приклади розв'язування типових задач та задачі для самостійної роботи студентів. У додатках наведені довідкові таблиці, що доповнюють умови задач. Вказана основна і додаткова сучасна навчальна література до опрацювання.

Фізичні принципи кінематики і динаміки є фундаментальними для розуміння роботи суднових технічних систем та механізмів. Молекулярно-кінетична теорія та термодинаміка безпосередньо застосовуються при вивченні суднових енергетичних установок, теплових процесів у суднових системах та процесів перетворення енергії.

Матеріал посібника сприяє формуванню у майбутніх фахівців з управління судновими технічними системами і комплексами необхідних компетентностей для розуміння фізичних основ роботи суднового обладнання, систем автоматизації та управління. Знання з механіки забезпечують розуміння принципів функціонування суднових механічних систем, а термодинамічні знання є основою для експлуатації суднових енергетичних установок.

ТЕМИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Тема 1: *Кінематика поступального та обертального руху. Динаміка поступального руху*

1. Відносність руху.
2. Рівномірний і рівнозмінний прямолінійний рух.
3. Рівномірне і рівнозмінне обертання по колу. Зв'язок лінійних і кутових величин.
4. Основний закон динаміки.
5. Рух по похилій площині
6. Рух пов’язаних тіл.

Тема 2: *Робота. Кінетична і потенціальна енергія. Закони збереження.*

1. Робота. Теорема про кінетичну енергію. Робота сили тяжіння.
2. Закон збереження повної механічної енергії.
3. Робота неконсервативних сил.
4. Імпульс. Закон збереження імпульсу. Імпульс сили.
5. Удар абсолютно пружних і не пружних тіл.
6. Енергія пружно-деформованого тіла.
7. Закон Всесвітнього тяжіння. Космічні швидкості.

Тема 3: *Механіка твердого тіла. Динаміка обертального руху.*

1. Момент сили, плече.
2. Момент інерції твердого тіла.
3. Теорема Штейнера.
4. Кінетична енергія обертального руху.
5. Основне рівняння динаміки обертального руху.
6. Момент імпульсу і закон його збереження.

Тема 4: *Молекулярно-кінетича теорія. Термодинаміка.*

1. Закони ідеальних газів
2. Кінетична теорія газів
3. Перший закон термодинаміки.
4. Другий закон термодинаміки
5. ККД теплових двигунів

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Для успішного розв'язання задач спочатку необхідно розібрати відповідний теоретичний матеріал за підручником. Після цього можна розглянути наведені в цьому посібнику формули та задачі з розв'язанням.

Приступаючи до розв'язання задачі, необхідно з'ясувати її фізичний зміст і постановку питання. Правильний запис умови задачі в скороченому вигляді є першим і необхідним етапом розв'язання задач.

Розв'язувати задачі необхідно в загальному вигляді, тобто виразити шукану величину через буквені позначення величин, заданих в умові задачі. За такого способу розв'язання обчислення проміжних величин не проводяться.

Для перевірки правильності отриманої розрахункової формули слід у її праву частину замість символів величин підставити позначення одиниць вимірювання цих величин, провести з ними необхідні дії і переконатися, що отримана при цьому розмірність шуканої величини відповідає останній.

Числові значення величин при їх підстановці в розрахункову формулу слід виражати в одиницях СІ. Як виняток, допускається вираження в будь-яких, але однакових одиницях числових значень однорідних величин, що стоять у чисельнику і знаменнику дробу та мають однакові розмірності.

При підстановці у формули і при записі відповіді числові значення величин слід записувати як добуток десяткового дробу з однією цифрою перед комою на відповідний степінь десяти. Наприклад, замість 3520 треба записати $3{,}52\cdot10^3$, замість 0,00129 записати $1{,}29\cdot10^{-3}$ і тому подібне.

При обчисленнях слід дотримуватися правил наближених обчислень.

Після одержання числового результату варто оцінити його правдоподібність. Така оцінка іноді допомагає виявити допущену помилку. Наприклад, швидкість частинки не може перевищувати швидкості світла, або заряд частинки не може бути меншим за заряд електрона тощо.

Практичне заняття № 1

Тема 1: *Кінематика поступального та обертального руху. Динаміка поступального руху.*

1. Відносність руху.
2. Рівномірний і рівнозмінний прямолінійний рух.
3. Рівномірне і рівнозмінне обертання по колу. Зв'язок лінійних і кутових величин.
4. Основний закон динаміки.
5. Рух по похилій площині
6. Рух пов'язаних тіл.

Основні формули і закони

- Швидкість та прискорення прямолінійного руху в загальному випадку визначаються формулами

$$\upsilon = \frac{ds}{dt}, \qquad a = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

- У випадку прямолінійного рівномірного руху

$$\upsilon = \frac{s}{t} = \text{const}, \qquad a = 0.$$

- У випадку прямолінійного рівнозмінного руху

$$s = \upsilon_o t + \frac{at^2}{2}, \upsilon = \upsilon_o + at, \qquad a = \text{const}.$$

У цих рівняннях прискорення a набуває позитивного значення при рівноприскореному русі та негативного — при рівносповільненому

- При криволінійному русі повне прискорення

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Тут a_τ – тангенціальне (дотичне) прискорення і a_n – нормальне (доцентрове) прискорення

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}, \qquad a_n = \frac{\upsilon^2}{R},$$

де υ – швидкість руху і R – радіус кривизни траєкторії в даній точці.

- При обертальному русі в загальному випадку кутова швидкість і кутове прискорення знаходяться за формулами

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \qquad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

- У випадку рівномірного обертального руху кутова швидкість

$$\omega = \frac{\varphi}{T} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

де T – період обертання, ν – частота обертання, тобто кількість обертів за одиницю часу.

- Кутова швидкість ω пов’язана з лінійною швидкістю υ співвідношенням

$$\upsilon = \omega R.$$

- Тангенціальне і нормальне прискорення при обертальному русі можуть бути виражені у вигляді

$$a_\tau = \varepsilon R, \qquad a_n = \omega^2 R$$

В таблиці 1 надані співставлення рівнянь поступального руху з рівняннями обертального руху.

Табл.1

Поступальний рух	Обертальний рух
Рівномірний	
$s = \upsilon t$ $\upsilon = \text{const}$ $a = 0$	$\varphi = \omega t$ $\omega = \text{const}$ $\varepsilon = 0$
Рівнозмінний	
$s = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$ $\upsilon = \upsilon_0 + at$ $a = \text{const}$	$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ $\varepsilon = \text{const}$
Нерівномірний	
$s = f(t)$ $\upsilon = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ $a = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$	$\varphi = f(t)$ $\omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}$ $\varepsilon = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2}$

- Основний закон динаміки (другий закон Ньютона) виражається рівнянням

$$F\mathrm{d}t = \mathrm{d}(m\upsilon).$$

Якщо маса m постійна, то

$$F = m\frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = ma\ ,$$

де a – прискорення, яке набуває тіло масою m під дією сили F.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. Пароплав іде по річці від пункту А до пункта В зі швидкістю u_1 = 10 км/год, а назад — зі швидкістю u_2 = 16 км/год. Швидкість пароплава u відносно води є постійною. Знайти середню швидкість пароплава та швидкість течії ріки.

Дано:
υ_1=2,8 м/с
υ_2=4,4 м/с
s_1=s_2

$\bar{\upsilon}$ – ?
u – ?

Розв'язання:

Середня швидкість

$$\bar{\upsilon} = \frac{s}{t}\ , \qquad (1)$$

де t=t_1+t_2, а $s_1 = s_2 = \frac{s}{2}$.

Тоді

$$t_1 = \frac{s}{2\upsilon_1} \text{ і } t_2 = \frac{s}{2\upsilon_2},$$

звідси

$$t = \frac{s(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{2\upsilon_1\upsilon_2} \qquad (2)$$

Підставляючи (2) в (1), отримаємо

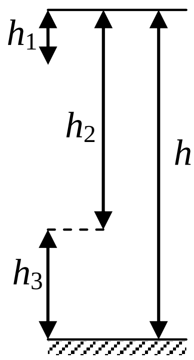
$$\bar{\upsilon} = \frac{s \cdot 2\upsilon_1\upsilon_2}{s(\upsilon_1 + \upsilon_2)} = \frac{2\upsilon_1\upsilon_2}{(\upsilon_1 + \upsilon_2)} = \frac{2 \cdot 2{,}8 \cdot 4{,}4}{(2{,}8 + 4{,}4)} = 3{,}4\,\text{м/с}$$

Відповідно до закону додавання швидкостей при русі за течією $\upsilon = \upsilon_1 + u$, а при русі проти течії $\upsilon = \upsilon_2 - u$. Прирівняємо праві частини рівнянь і виразимо u:

$$\upsilon_1 + u = \upsilon_2 - u,\; u = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{2} = \frac{4{,}4 - 2{,}8}{2} = 0{,}8\,\text{м/с}$$

Відповідь: $\bar{\upsilon} = 3{,}4\,\text{м/с}$, $u = 0{,}8\,\text{м/с}$

Приклад 2. Тіло падає з висоти h=19,6 м з початковою швидкістю υ_0=0. Який шлях пройде тіло за першу та за останню 0,1 с свого руху.



Дано:
h=19,6 м
υ_0=0
g=9,8 м/с^2
t_1=t_3=0,1 с

h_1 –?
h_3 –?

Розв’язання:

За першу 0,1 с руху тіло пройде шлях

$$h_1 = \upsilon_0 + \frac{gt_1^2}{2} = \frac{9{,}8 \cdot 0{,}1^2}{2} = 0{,}049\,\text{м}.$$

Весь шлях

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

тіло пройде за час

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 19{,}6}{9{,}8}} = 2\,\text{с}.$$

За останню 0,1 с руху тіло пройде шлях

$$h_3 = h - h_2,$$

де h_2 – шлях який пройшло тіло за час t_2=t–t_3.
Оскільки

$$h_2 = \frac{gt_2^2}{2} = \frac{g(t - t_3)^2}{2},$$

то шлях

$$h_3 = h - \frac{g(t - t_3)^2}{2} = 19{,}6 - \frac{9{,}8(2 - 0{,}1)^2}{2} = 1{,}9\,\text{м}.$$

Відповідь: $h_1 = 0{,}049\,\text{м}$, $h_3 = 1{,}9\,\text{м}$

Приклад 3. Потяг рухається зі швидкістю υ_0 = 36 км/год. Якщо вимкнути струм, то потяг, рухаючись рівносповільнено, зупиняється через час t = 20 с.

Чому дорівнює прискорення a потяга? На якій відстані s від місця вимкнення струму потяг зупиниться?

Дано:	Розв'язання:
υ_0=10 м/с t=20 с υ=0	Рух рівносповільнений, тому рівняння шляху в проекції на напрям руху має вигляд:
a – ? s –?	

$$s = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}, \tag{1}$$

а рівняння швидкості

$$\upsilon = \upsilon_0 - at. \tag{2}$$

Оскільки υ=0, то з (2)

$$a = \frac{\upsilon_0}{t} = \frac{10}{20} = 0{,}5\,\text{м/с}^2.$$

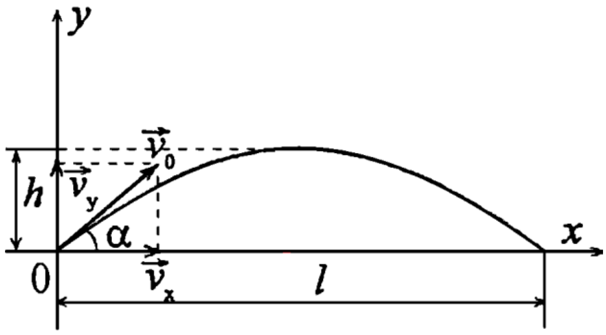
З рівняння (1) знаходимо відстань до зупинки

$$s = 10 \cdot 20 - \frac{0{,}5 \cdot 20^2}{2} = 100\,\text{м}$$

Відповідь: $a = 0{,}5\,\text{м/с}^2$, s=100 м

Приклад 4. М'яч кинули зі швидкістю υ_0 = 10 м/с під кутом α = 40° до горизонту. На яку максимальну висоту h_{max} підніметься м'яч? На якій відстані l від місця кидання він впаде на землю? Скільки часу t він буде в русі?

Дано:	Розв'язання:
υ_0=10 м/с α=40° g=9,8 м/с^2	
$h_{\max}$ – ? l –? t –?	



Переміщення м'яча вздовж осі Оy дорівнює

$$h = s_y = (\upsilon_0 \sin\alpha) \cdot t - \frac{gt^2}{2}, \tag{1}$$

де $\upsilon_0 \sin\alpha = \upsilon_{0y}$ – проекція початкової швидкості на вісь Оy.

Вертикальна складова швидкості

$$\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt. \tag{2}$$

Переміщення м'яча по горизонталі дорівнює

$$l = s_x = (\upsilon_0 \cos\alpha) \cdot t, \tag{3}$$

де $\upsilon_0 \cos\alpha = \upsilon_{0x}$ – проекція початкової швидкості на вісь Оx.

В момент часу t_1, коли м'яч знаходиться у найвищій точці траєкторії, маємо $h_{max} = s_y$, $\upsilon_y = 0$, отже, з (2) отримаємо

$$\upsilon_0 \sin\alpha = gt_1,$$

звідси

$$t_1 = \frac{\upsilon_0 \sin\alpha}{g}. \qquad (4)$$

Підставляючи (4) в (1) отримаємо

$$h_{max} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{g} - \frac{g\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g^2} = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{10^2 \sin^2 40^o}{2\cdot 9{,}8} = 2{,}1\text{м}.$$

Час польоту м'яча становить

$$t = 2t_1 = \frac{2\upsilon_0 \sin\alpha}{g} = \frac{2\cdot 10\cdot \sin 40^o}{9{,}8} = 1{,}3\,\text{с}. \qquad (5)$$

Підставляючи (5) в (3) отримаємо

$$l = \frac{2\upsilon_0^2 \sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{10^2 \sin(2\cdot 40)}{9{,}8} = 10\,\text{м}.$$

Відповідь: h_{max}=2,1 м, l=10 м, t=1,3 с

Приклад 5. Вентилятор обертається з частотою n_0 = 900 об/хв. Після вимкнення він, рухаючись рівносповільнено, зробив до зупинки N = 75 обертів. Який час t пройшов від моменту вимкнення вентилятора до його повної зупинки?

Дано:
ν_0=15 об/с
N=75 об
ω=0
t –?

Розв'язання:

Обертальний рух за умовою задачі рівносповільнений тому

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \qquad (1)$$

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t, \qquad (2)$$

де

$$\varphi = 2\pi N \qquad (3)$$

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0. \qquad (4)$$

З (2) та (4)

$$t = \frac{\omega_0}{\varepsilon} = \frac{2\pi\nu_0}{\varepsilon}. \qquad (5)$$

Переписавши (1) з урахуванням (3), (4), (5) маємо

$$2\pi N = \frac{(2\pi\nu_0)^2}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon(2\pi\nu_0)^2}{2\varepsilon^2} = \frac{(2\pi\nu_0)^2}{2\varepsilon};\ N = \frac{\pi{\nu_0}^2}{\varepsilon},$$

звідси

$$\varepsilon = \frac{\pi{\nu_0}^2}{N}.$$

Підставивши останнє рівняння в (5), отримаємо

$$t = \frac{2\pi\nu_0 N}{\pi\nu_0^{\ 2}} = \frac{2N}{\nu_0} = \frac{2\cdot 75}{15} = 10\,\text{с}.$$

Відповідь: t=10 с

Приклад 6. Колесо обертається з кутовим прискоренням ε=2 рад/с^2. Через час t=0,5 с після початку руху повне прискорення колеса a=13,6 см/с^2. Знайти радіус R колеса.

Дано:	Розв'язання:
ε=2 рад/с^2 t=0,5 с a=0,136 м/с^2 ω_0=0	Нормальне прискорення колеса $$a_n = \frac{\upsilon^2}{R}. \quad (1)$$ Оскільки ε=const, тому
R – ?	

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\omega}{t},$$

звідси

$$\omega = \varepsilon t.$$

Лінійна швидкість точок на ободі колеса

$$\upsilon = \omega R = \varepsilon \cdot t \cdot R. \qquad (2)$$

Підставивши (2) в (1), отримаємо

$$a_n = \varepsilon^2 t^2 R.$$

Тангенціальне прискорення

$$a_\tau = \varepsilon R.$$

Повне прискорення

$$a^2 = a_n^2 + a_\tau^2;\ a^2 = \varepsilon^4 t^4 R^2 + \varepsilon^2 R^2 = \varepsilon^2 R^2 \left(\varepsilon^2 t^4 + 1\right).$$

Звідси

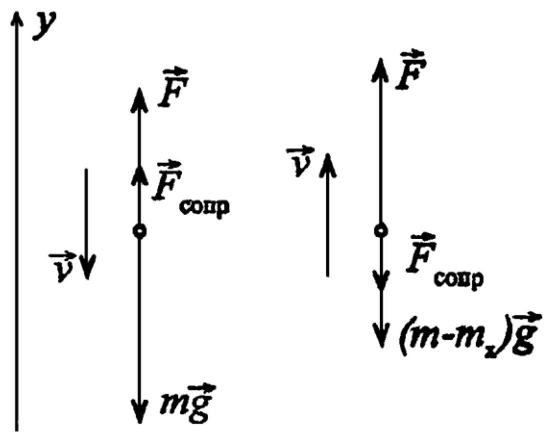
$$R = \frac{a}{\varepsilon\sqrt{\varepsilon^2 t^4 + 1}} = \frac{0{,}136}{2\sqrt{2^2 \cdot 0{,}5^4 + 1}} = 0{,}06\,\text{м}.$$

Відповідь: $R = 0{,}06\,\text{м}$

Приклад 7. Якої маси m_x баласт треба скинути з аеростату, який рівномірно спускається, щоб він почав рівномірно підійматися з такою самою швидкістю? Маса аеростату з баластом m=1600 кг, підйомна сила F=12 кН. Враховувати силу опору повітря однаковою під час підйому і спуску.

Дано:
m=1600 кг
F=12000 Н
g=9,8 м/с^2
a=0
υ=const
---
m_x – ?

Розв’язання:



За другим законом Ньютона

$$\begin{cases} \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{опору}} = 0; \\ \vec{F} + (m - m_x)\vec{g} + \vec{F}_{\text{опору}} = 0. \end{cases}$$

В проекціях на вісь y

$$\begin{cases} F - mg + F_{\text{опору}} = 0; \\ F - (m - m_x)g - F_{\text{опору}} = 0. \end{cases}$$

Перше рівняння описує рух аеростата вниз, друге – рух вгору. Розв’язавши систему рівнянь, отримуємо

$$m_x = \frac{2(mg - F)}{g} = \frac{2(1600 \cdot 9{,}8 - 12000)}{9{,}8} = 751 \text{ кг}$$

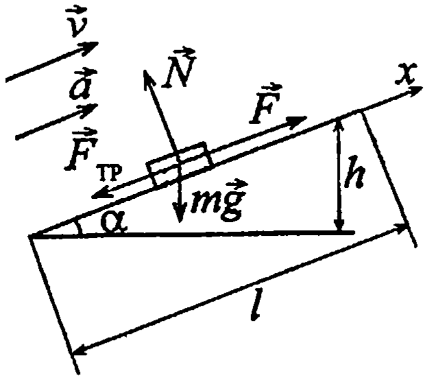
Відповідь: $m_x = 751$ кг

Приклад 8. На автомобіль масою m=1 т під час руху діє сила тертя $F_{\text{тер}}$, яка становить 0,1 діючої на нього сили тяжіння mg. Знайти силу тяги F, яку розвиває мотор автомобіля, якщо він рухається з прискоренням a=1 м/с^2 в гору по дорозі з ухилом 1 м на кожні 25 м шляху.

Дано:
m=1000 кг
$F_{\text{тер}}$=0,1mg
g=9,8 м/с^2
a=1 м/с^2
h=1 м
l=25 м

F – ?

Розв’язання:



Задамо напрям осі x вздовж похилої площини за напрямом руху автомобіля і запишемо другий закон Ньютона в проекції на цю ось

$$F - mg\sin\alpha - F_{\text{тер}} = ma\,, \qquad (1)$$

де

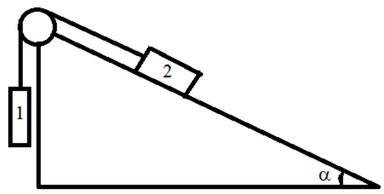
$$\sin\alpha = \frac{h}{l}\,. \qquad (2)$$

З урахуванням рівнянь (1) та (2), сила тяги, яку розвиває мотор автомобіля дорівнює

$$F = ma + mg\frac{h}{l} + 0{,}1mg = m\left(a + g\frac{h}{l} + 0{,}1g\right) = 1000\left(1 + 9{,}8\frac{1}{25} + 0{,}1\cdot 9{,}8\right) = 2372 \text{ Н}$$

Відповідь: F=2372 Н

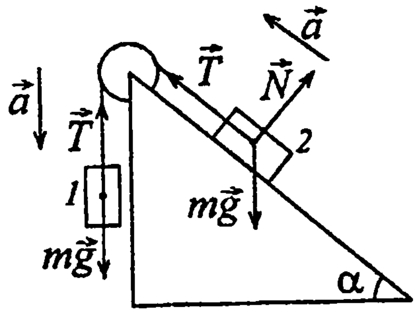
Приклад 9. Невагомий блок закріплений у вершині похилої площини (див. рис.), яка утворює з горизонтом кут $\alpha=30^o$. Гирі *1* і *2* однакової маси $m_1=m_2=1$ кг з'єднані ниткою й перекинуті через блок. Знайти прискорення a, з яким рухаються гирі, і силу натягу нитки T. Тертям між гирею *2* та похилою площиною, а також тертям у блоці знехтувати.



Дано:
$\alpha=30^o$
$m=m_1=m_2=1$ кг
$g=9{,}8$ м/с^2

a –?
T –?

Розв'язання:



Оскільки блок невагомий, то за третім законом Ньютона

$$T_1=T_2=T.$$

Запишемо рівняння другого закону Ньютона для першої і другої гирі в проекціях на напрям їх руху:

$$mg - T = ma$$
$$T - mg\sin\alpha = ma$$

Склавши рівняння отримаємо прискорення, з яким рухаються гирі:

$$a = \frac{g - g\sin\alpha}{2} = \frac{9{,}8 - 9{,}8\sin 30^o}{2} = 2{,}45 \text{ м/с}^2.$$

З (1) знаходимо силу натягу нитки

$$T = mg - ma = 1\cdot 9{,}8 - 1\cdot 2{,}45 = 7{,}35 \text{ Н}.$$

Відповідь: $T = 7{,}35$ Н

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

Задача 1. Тіло падає з висоти h=19,6 м з початковою швидкістю υ_0=0. За який час тіло пройде перший і останній 1м свого шляху? [Відповідь: t_1=0,45 с, t_3=0,05 с].

Задача 2. Камінь, кинутий горизонтально, через час t=0,5 с після початку руху мав швидкість υ, в 1,5 разів більше швидкості υ_x в момент кидання. З якою швидкістю υ_x кинуто камінь? [Відповідь: υ_x=4,47 м/с].

Задача 3. Знайти кутове прискорення ε колеса, якщо відомо що через час t=2 с після початку руху вектор повного прискорення точки, яка лежить на ободі, складає кут $\alpha=60^o$ з вектором її лінійної швидкості. [Відповідь: ε=0,43 рад/с^2].

Задача 4. Точка рухається по колу радіусом R=2 см. Залежність шляху від часу дається рівнянням $s=Ct^3$, де C=0,1 см/с^3. Знайти нормальне a_n і тангенціальне a_τ прискорення точки в момент, коли лінійна швидкість точки υ=0,3 м/с. [Відповідь: a_n=4,5 м/с^2, a_τ=0,06 м/с^2].

Задача 5. Тіло ковзає по похилій площині, яка утворює із горизонтом кут α=45°. Залежність пройденого тілом шляху s від часу t дається рівнянням $s=Ct^2$, де C=1,73 м/с^2. Знайти коефіцієнт тертя μ тіла о площину. [Відповідь: μ=0,5].

Задача 6. Дві гирі масами m_1=2 кг і m_2=1 кг з'єднані ниткою і перекинуті через невагомий блок. Знайти прискорення a, з яким рухаються гирі, і силу натягу нитки T. Тертям у блоці знехтувати. [Відповідь: T=13 Н, a=3,27 м/с^2].

Практичне заняття № 2

Тема: *Робота. Кінетична і потенціальна енергія. Закони збереження.*

1. Робота. Теорема про кінетичну енергію. Робота сили тяжіння.
2. Закон збереження повної механічної енергії.
3. Робота неконсервативних сил.
4. Імпульс. Закон збереження імпульсу. Імпульс сили.
5. Удар абсолютно пружних і непружних тіл.
6. Енергія пружно-деформованого тіла.
7. Закон Всесвітнього тяжіння. Космічні швидкості.

Основні формули і закони

- Робота сили F при переміщенні s може бути виражена формулою

$$A = \int_s F_s \mathrm{d}s\,,$$

де F_s – проекція сили на напрям переміщення, ds – довжина переміщення.

Інтегрування має бути розповсюджене на все переміщення s. У випадку постійної сили, яка діє під кутом α до переміщення, маємо

$$A = Fs\cos\alpha\,,$$

де α кут між силою F і переміщенням s.

- Потужність визначається формулою

$$P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}\,.$$

- У випадку сталої потужності

$$P = \frac{A}{t}\,,$$

де A – робота, яка здійснюється за час t.

- Потужність при υ=const може бути визначена формулою

$$P = F\upsilon\cos\alpha,$$

тобто добуток швидкості руху на проекцію сили на напрям руху.

- Кінетична енергія тіла масою m, яке рухається зі швидкістю υ, дорівнює

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

- Потенціальна енергія тіла масою m піднятого над поверхнею землі на висоту h дорівнює

$$W_п = mgh,$$

де g=9,8 м/с^2 – прискорення вільного падіння.

- В ізольованій системі імпульс тіл, які входять до неї, залишається постійним, тобто

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 + ... + m_n\upsilon_n = \mathrm{const}$$

- Під час непружного центрального удару двох тіл з масами m_1 і m_2 загальна швидкість руху цих тіл після удару може бути знайдена за формулою

$$u = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$$

де υ_1 – швидкість першого тіла до удару та υ_2 – швидкість другого тіла до удару.

- Під час пружного центрального удару тіла будуть рухатися з різними швидкостями. Швидкість першого тіла після удару

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2};$$

швидкість другого тіла після удару

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$

- Під час криволінійного руху сила, яка діє на матеріальну точку, може бути розкладена на дві складові: тангенціальну і нормальну. Нормальна складова є доцентровою силою.

$$F_n = \frac{m\upsilon^2}{R}$$

де υ – лінійна швидкість тіла масою m, R – радіус кривизни траєкторії у даній точці.

- Сила, яка викликає пружну деформацію x, пропорційна деформації, тобто

$$F = kx$$

k – жорсткість.

- Потенціальна енергія пружно-деформованого тіла

$$W_п = \frac{kx^2}{2}$$

- Дві матеріальні точки притягуються одна до одної з силою

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

де G=6,672·10^{-11} Н·м^2/кг^2 – гравітаційна стала, m_1 і m_2 – маси взаємодіючих матеріальних точок, r – відстань між ними. Цей закон справедливий і для однорідних куль; при цьому r – відстань між їхніми центрами мас.

- Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії тіл

$$W_{п} = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Знак «мінус» відповідає тому, що при $r=\infty$ потенціальна енергія двох взаємодіючих тіл дорівнює нулю; при зближенні цих тіл потенціальна енергія зменшується.

- Третій закон Кеплера має вигляд

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

де T_1 і T_2 – періоди обертання планет (супутників), R_1 і R_2 – великі полувісі їх орбіт. У випадку кругової орбіти роль великої полувісі виконує радіус орбіти.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. При підйомі вантажу масою m=2 кг на висоту h=1 м сила F здійснює роботу A=78,5 Дж. З яким прискорення a підіймається вантаж?

Дано:
m=2 кг
h=1 м
A=78,5 Дж
g=9,8 м/с^2

a – ?

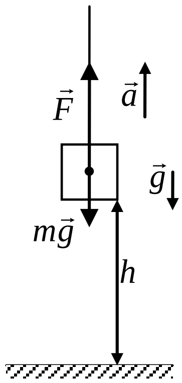
Розв'язання:

За другим законом Ньютона в проекції на напрям руху вантажу

$$ma = F - mg\,,$$

звідки

$$F = ma + mg\,.$$



За умовою задачі роботу A здійснює сила F, таким чином

$$A = Fh\cos 0 = Fh = mah + mgh\,.$$

З останнього рівняння знайдемо

$$a = \frac{A - mgh}{mh} = \frac{78{,}5 - 2\cdot 9{,}8\cdot 1}{2\cdot 1} = 29{,}45\,\text{м/с}^2\,.$$

Відповідь: $a = 29{,}45\,\text{м/с}^2$.

Приклад 2. Яку роботу потрібно здійснити, щоб змусити тіло масою m=2 кг, яке рухається: а) збільшити швидкість від υ_1=2 м/с до υ_2=5 м/с; б) зупинитися, якщо початкова швидкість υ_0=8 м/с?

Дано:
m=2 кг
υ_1=2 м/с
υ_2=5 м/с
υ_0=8 м/с

A_1 – ?
A_2 – ?

Розв’язання:

Здійснювана робота піде на зміну кінетичної енергії

а) $$A_1 = W_{\kappa_2} - W_{\kappa_1} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_2^2}{2} = \frac{m(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2)}{2} = \frac{2\left(5^2 - 2^2\right)}{2} = 21\,\text{Дж};$$

б) $$A_2 = W_{\kappa_1} - W_{\kappa_0}.$$

Оскільки тіло зупиниться, то $W_{\kappa_1} = 0$, тому

$$A_2 = -W_{\kappa_0} = -\frac{m\upsilon_0^2}{2} = -\frac{2\cdot 8^2}{2} = -64\,\text{Дж}.$$

Знак «–» вказує на те, що робота здійснюється силою тертя.

Відповідь: A_1=21 Дж, A_2=–64 Дж

Приклад 3. Вагон масою m=20 т, рухаючись рівносповільнено з початковою швидкістю υ_0=54 км/год, під дією сили тертя $F_{тер}$=6 кН через деякий час зупиняється. Знайти роботу A сил тертя та шлях s, який вагон пройшов до зупинки.

Дано:
m=20000 кг
υ_0=15 м/с
$F_{тер}$=6000 Н

A – ?
s – ?

Розв’язання:

Робота сили тертя

$$A = W_{\kappa_1} - W_{\kappa_0} = -W_{\kappa_0} = -\frac{m\upsilon_0^2}{2} = -\frac{20000\cdot 15^2}{2} = -2{,}25\,\text{МДж}.$$

Роботу сили тертя можна також знайти за формулою

$$A = F_{тер}\, s\cos\alpha.$$

Кут α=180°, тому

$$A = -F_{тер}\, s.$$

Звідси

$$s = -\frac{A}{F_{тер}} = -\frac{-2{,}25\cdot 10^6}{6\cdot 10^3} = 375\,\text{м}.$$

Відповідь: A=–2,25 МДж, $s = 375$м

Приклад 4. Знайти ККД η двигуна автомобіля, якщо відомо, що за швидкості руху υ=40 км/год двигун споживає об’єм V=13,5 л бензину на шляху s=100 км і розвиває потужність P=12 кВт. Густина бензину $\rho=0{,}8\cdot 10^3$ кг/м^3, питома теплота згоряння бензину q=46 МДж/кг.

Дано:
υ=11,1 м/с
$V=13{,}5\cdot 10^{-3}$ м^3
$s=10^5$ м
$P=12\cdot 10^3$ Вт
$\rho=0{,}8\cdot 10^3$ кг/м^3
$q=46\cdot 10^6$ Дж/кг

η – ?

Розв’язання:

ККД двигуна дорівнює

$$\eta = \frac{A_{корисна}}{A_{витрачена}} 100\%. \qquad (1)$$

Потужність двигуна

$$P = \frac{A_{корисна}}{t},$$

де $t = \dfrac{s}{\upsilon}$,

тоді

$$A_{корисна} = \frac{Ps}{\upsilon} \; . \qquad (2)$$

Витрачена робота дорівнює теплоті згоряння палива, тому

$$A_{витрачена} = qm \; ,$$

де $m=\rho V$, звідси

$$A_{витрачена} = q\rho V \; . \qquad (3)$$

Підставляючи (2) і (3) в (1), отримаємо

$$\eta = \frac{Ps}{\upsilon q \rho V} 100\% = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 10^5}{11{,}1 \cdot 46 \cdot 10^6 \cdot 0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 13{,}6 \cdot 10^{-3}} \cdot 100\% = 21{,}8\%$$

Відповідь: $\eta = 21{,}8\%$

Приклад 5. Камінь падає з деякої висоти протягом часу t=1,43 с. Знайти кінетичну $W_к$ і потенціальну $W_п$ енергії каменя в середній точці шляху. Маса каменя m=2 кг.

Дано:
t=1,43 с
m=2 кг
$h = \dfrac{H}{2}$
g=9,8 м/с^2

$W_к$ – ?
$W_п$ – ?

Розв'язання:

У верхній точці камінь має потенціальну енергію

$$W_{п1}=mgH,$$

де $H = \dfrac{gt^2}{2}$ (t – час падіння на землю).

Потенціальна енергія каменя в середній точці шляху

$$W_п=mgh.$$

Таким чином

$$W_п = mg\frac{H}{2} = \frac{mg^2t^2}{4} = \frac{2 \cdot 9{,}8^2 \cdot 1{,}43^2}{4} = 98{,}2 \text{ Дж}.$$

Згідно із законом збереження енергії для ізольованої системи повна енергія системи дорівнює

$$W=W_{п1}=W_п+W_к.$$

Таким чином в середній точці шляху

$$W_к=W_{п1}-W_п; \; W_к=W_п=98{,}2 \text{ Дж}.$$

Відповідь: $W_п$=98,2 Дж, $W_к$=98,2 Дж

$W_{к2} = 5{,}6$ Дж, $W_{п2}$=16,9 Дж.

Приклад 6. Тіло масою m=10 г рухається по колу радіусом R=6,4 см. Знайти тангенціальне прискорення a_τ, якщо відомо, що в кінці другого оберту після початку руху його кінетична енергія $W_к$=0,8 мДж.

Дано:	**Розв'язання:**
m=0,01 кг R=0,064 м $W_к=0{,}8\cdot10^{-3}$Дж N=2 ω_0=0	Тангенціальне прискорення дорівнює $$a_\tau = \varepsilon R\,. \qquad (1)$$ Кутове прискорення $$\varepsilon = \frac{\omega}{t}\,. \qquad (2)$$
a_τ – ?	Кутова швидкість

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi N}{t},$$

звідси

$$t = \frac{2\pi N}{\omega}\,. \qquad (3)$$

З іншого боку

$$\omega = \frac{\upsilon}{R}\,. \qquad (4)$$

Швидкість υ знайдемо з рівняння кінетичної енергії

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

звідси

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_к}{m}}\,. \qquad (5)$$

Підставивши рівняння (5) в (4) отримаємо

$$\omega = \sqrt{\frac{2W_к}{mR^2}}\,. \qquad (6)$$

Підставивши рівняння (3) в (2) з урахуванням (6) отримаємо

$$\varepsilon = \frac{2W_к}{2\pi N m R^2} = \frac{W_к}{\pi N m R^2},$$

тоді з (1) та останнього рівняння

$$a_\tau = \frac{W_к R}{\pi N m R^2} = \frac{W_к}{\pi N m R} = \frac{0{,}8\cdot10^{-3}}{3{,}14\cdot2\cdot0{,}01\cdot0{,}064^2} = 0{,}2\ \text{м/с}^2.$$

Відповідь: a_τ=0,2 м/с^2

Приклад 7. Людина масою m_1=60 кг, яка біжить зі швидкістю υ_1=8 км/год, наздоганяє візок масо m_2=80 кг, який рухається зі швидкістю υ_2=3 км/год, і застрибує на нього. З якою швидкістю u буде рухатися візок? З якою швидкістю u' буде рухатися візок, якщо людина біжить йому назустріч?

Дано:	**Розв'язання:**
m_1=60 кг υ_1=8 км/год m_2=80 кг υ_2=3 км/год	Система «людина-візок» замкнута і в ній виконується закон збереження імпульсу. а) Людина наздоганяє візок. В проекції на ось x за законом збереження імпульсу
u – ? u' – ?	$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)u,$$ звідси

$$u = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 8 + 80 \cdot 3}{60 + 80} = 5{,}14 \text{ км/год.}$$

б) Людина біжить назустріч візку. В проекції на напрям руху людини за законом збереження імпульсу

$$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = -(m_1 + m_2)u',$$

звідси

$$u' = -\frac{m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = \frac{60 \cdot 8 - 80 \cdot 3}{60 + 80} = -1{,}71 \text{ км/год.}$$

Знак «мінус» означає, що напрям руху буде протилежний обраному , тобто людина з візком буде рухатися вправо і u'=1,71 км/год.

Відповідь: u=5,14 км/год, u'=1,71 км/год.

Приклад 8. Ковзаняр масою M = 70 кг стоїть на ковзанах на льоду й кидає горизонтально камінь масою m = 3 кг зі швидкістю u = 8 м/с. На яку відстань s відкотиться ковзаняр, якщо коефіцієнт тертя ковзанів по льоду μ = 0,02?

Дано:	**Розв'язання:**
M=70 кг m=3 кг υ=8 м/с μ=0,02 g=9,8 м/с^2	Рух ковзаняра є рівносповільненим, тому шлях, який він пройшов до зупинки $$s = \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_0^2}{-2a},$$
s – ?	де υ_1=0, звідси

$$s = \frac{\upsilon_0^2}{2a} \quad . \tag{1}$$

За законом збереження імпульсу

$$M\upsilon_0 = m\upsilon,$$

звідси

$$\upsilon_0 = \frac{m\upsilon}{M} \quad . \tag{2}$$

Прискорення a можна знайти з другого закону Ньютона

$$F_{тер} = ma.$$

Сила тертя

$$F_{тер} = \mu mg,$$

звідси

$$\mu mg = ma; \; a = \mu g . \qquad (3)$$

Підставивши (2) і (3) в (1) отримаємо

$$s = \frac{m^2 \upsilon^2}{2\mu g M^2} = \frac{3^2 \cdot 8^2}{2 \cdot 0{,}02 \cdot 9{,}8 \cdot 70^2} = 0{,}3\,\text{м}.$$

Відповідь: s=0,3 м.

Приклад 9. Тіло масою m_1=2 кг рухається зі швидкістю υ_1=3 м/с і наздоганяє тіло масою m_2=8 кг, яке рухається зі швидкістю υ_2=1 м/с. Вважаючи удар центральним знайти швидкість u_1 і u_2 тіл після удару, якщо удар а) непружний; б) пружний.

Дано:	Розв'язання:
m_1=2 кг υ_1=3 м/с m_2=8 кг υ_2=1 м/с	Тіла рухаються вздовж горизонтальної осі в одному напрямку. а) За законом збереження імпульсу
u – ? u_1 – ? u_2 – ?	

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)u ,$$

де u – спільна швидкість тіл після удару.

Звідси

$$u = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 3 + 8 \cdot 1}{2 + 8} = 1{,}4\,\text{м/с}.$$

Під час пружного центрального удару тіл, що рухаються в одному напрямку, вони будуть рухатися з різними швидкостями. Швидкість першого тіла після удару

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2-8)3 + 2 \cdot 8 \cdot 1}{2 + 8} = -0{,}2\,\text{м/с}.$$

Знак «мінус» означає, що напрям руху першого тіла після удару буде протилежний напряму руху цього ж тіла до удару і u_1=0,2 м/с.

Швидкість другого тіла після удару

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} = \frac{(8-2)1 + 2 \cdot 2 \cdot 3}{2 + 8} = 1{,}8\,\text{м/с}.$$

Відповідь: u=1,4 м/с, u_1=0,2 м/с, u_2=1,8 м/с

Приклад 10. З якою швидкістю υ рухався вагон масою m=20 т, якщо при ударі о стінку буфер стиснувся на l=10 см? Жорсткість пружини кожного буфера k=1 МН/м.

Дано:	Розв'язання:
$m=2\cdot10^4$ кг l=0,1 м $k=1\cdot10^6$ Н/м	Жорсткість пружин з'єднаних паралельно
υ – ?	

$$k_{12} = k_1 + k_2 = 2k .$$

Потенційна енергія пружної взаємодії буферів зі стінкою

$$W_n = \frac{k_{12} l^2}{2} = \frac{2kl^2}{2} = kl^2 .$$

Кінетична енергія потяга, який рухався

$$W_к = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

За законом збереження енергії

$$W_п = W_к,\ kl^2 = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

звідси

$$\upsilon = l\sqrt{\frac{2k}{m}} = 0{,}1\sqrt{\frac{2\cdot 10^6}{2\cdot 10^4}} = 1\text{м/с}.$$

Відповідь: υ=1 м/с

Приклад 11. Дві мідні кулі діаметрами D_1=4 см і D_2=6 см торкаються одна одної. Знайти гравітаційну потенціальну енергію $W_п$ цієї системи. Густина міді ρ=8600 кг/м^3.

Дано:	**Розв'язання:**
D_1=0,04 м D_2=0,06 м ρ=8600 кг/м^3 G=6,67·10^{-11} Н·м^2/кг^2	Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії $$W_п = -G\frac{m_1 m_2}{r}, \qquad (1)$$
$W_п$ – ?	де $r = \frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} = \frac{D_1 + D_2}{2}$ – відстань між центрами куль.

Знак «мінус» відповідає тому, що при $r=\infty$ потенціальна енергія двох взаємодіючих тіл дорівнює нулю; при зближенні цих тіл потенціальна енергія зменшується.

$$m_1 = V_1\rho = \frac{4}{3}\pi R_1^3\rho = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D_1}{2}\right)^3\rho;$$

$$m_2 = V_2\rho = \frac{4}{3}\pi R_2^3\rho = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^3\rho.$$

Підставивши отримані рівняння мас в (1) отримаємо:

$$W_п = -G\frac{2\cdot 16\cdot\pi^2\rho^2}{9\cdot(D_1 + D_2)}\left(\frac{D_1 D_2}{4}\right)^3;$$

$$W_п = -6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{2\cdot 16\cdot 3{,}14^2 8600^2}{9\cdot(0{,}04 + 0{,}06)}\left(\frac{0{,}04\cdot 0{,}06}{4}\right)^3 = -37{,}4\cdot 10^{-11}\text{Дж}.$$

Відповідь: $W_п$=–37,4·10^{-11} Дж

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

Задача 1. Шофер автомобіля, що має масу m=1 т, починає гальмувати на відстані s=25 м від перешкоди на дорозі. Сила тертя в гальмівних колодках автомобіля $F_{тертя}$=3,84 кН. За якого граничного значння швидкості υ руху автомобіль встигне зупинитися перед перешкодою? Тертям коліс об дорогу знехтувати. [Відповідь: υ=13,9 м/с].

Задача 2. З вежі висотою h=25 м горизонтально кинутий камінь зі швидкістю υ_0=15 м/с. Знайти кінетичну $W_к$ і потенціальну $W_п$ енергії каменю через час t=1 с після початку руху. Маса каменю m=0,2 кг. [Відповідь: $W_п$=39,4 Дж].

Задача 3. Тіло масою m=1 кг ковзає спочатку з похилої площини висотою h=1 м і довжиною схилу l=10 м, а потім по горизонтальній поверхні. Коефіцієнт тертя на всьому шляху μ=0,05. Знайти: а) кінетичну енергію W тіла біля основи площини; б) швидкість υ тіла біля основи площини; в) відстань s, яка пройдена тілом по горизонтальній поверхні до зупинки. [Відповідь: W_k=4,9Дж, υ=3,1 м/с, s=10 м].

Задача 4. Тіло масою m_1=1 кг, що рухається горизонтально зі швидкістю υ_1=1 м/с, наздоганяє друге тіло масою m_2=0,5 кг і неупружньо стикається з ним. Яку швидкість u отримають тіла, якщо: а) друге тіло стояло нерухомо; б) друге тіло рухалося зі швидкістю υ_2=0,5 м/с в тому ж напрямку, що і перше тіло; в) друге тіло рухалося зі швидкістю υ_2=0,5 м/с у напрямку, протилежному напрямку руху першого тіла. [Відповідь: u_1=0,67 м/с, u_2=0,87 м/с, u_3=0,5 м/с].

Задача 5. Куля, що летить горизонтально, потрапляє в шар, підвішений на невагомому жорсткому стрижні, і застряє в ньому. Маса кулі в 1000 разів менша за масу шара. Відстань від центра шару до точки підвісу стрижня l=1 м. Знайти швидкість кулі υ, якщо відомо, що стрижень з шаром відхилився від удару кулі на кут α=10°. [Відповідь: υ=550 м/с].

Задача 6. Вантаж масою m=1 кг падає на чашку терезів з висоти H=10 см. Які показання терезів F в момент удару, якщо після заспокоєння хитань чашка терезів опускається на h=0,5 см? [Відповідь: F=72,5 Н].

Задача 7. Знайти зміну прискорення вільного падіння g при опусканні тіла на глибину h. На якій глибині h прискорення вільного падіння g_h становить 0,25 прискорення вільного падіння g біля поверхні Землі? Густину Землі вважати сталою. Вказівка. Врахувати, що тіло, що знаходиться на глибині h під поверхнею Землі, не відчуває з боку верхнього кульового шару товщиною h ніякого тяжіння, так як тяжіння окремих частин шару взаємно компенсуються. [Відповідь: h=0,75R].

Практичне заняття № 3

Тема: *Механіка твердого тіла. Динаміка обертального руху.*

1. Момент сили, плече сили.
2. Момент інерції твердого тіла.
3. Теорема Штейнера.
4. Кінетична енергія обертального руху.

5. Основне рівняння динаміки обертального руху.
6. Момент імпульсу і закон його збереження.

Основні формули і закони

- Момент M сили F відносно якоїсь осі обертання визначається формулою

$$M=Fl$$

де l – відстань від прямої, вздовж якої діє сила, до осі обертання (плече сили).

- Моментом інерції точки відносно якоїсь осі обертання називається величина

$$J=mr^2$$

де m – маса матеріальної точки і r – її відстань до осі обертання.

- Момент інерції твердого тіла відносно осі обертання

$$J=\int r^2 dm$$

де інтегрування має бути розповсюджене на весь об’єм тіла. Проводячи інтегрування можна знайти момент інерції тіла будь-якої форми.

- Момент інерції однорідного суцільного циліндра (диска) відносно осі циліндра

$$J=\frac{1}{2}mR^2$$

де R – радіус циліндра і m – його маса.

- Момент інерції полого циліндру (обруча) з внутрішнім радіусом R_1 і зовнішнім R_2 відносно осі циліндра

$$J=\frac{1}{2}m\left(R_1^2+R_2^2\right)$$

для тонкостінного полого циліндра $R_1 \approx R_2 = R$ і $J \approx mR^2$.

- Момент інерції однорідної кулі радіусом R відносно осі, яка проходить крізь її центр,

$$J=\frac{2}{5}mR^2.$$

- Момент інерції однорідного стрижня відносно осі, яка проходить крізь його середину перпендикулярно до нього,

$$J=\frac{1}{12}ml^2.$$

Якщо для якогось тіла відомий його момент інерції J_0 відносно осі, яка проходить крізь центр мас, то момент інерції відносно будь-якої осі, яка паралельна першій може бути знайдений за формулою Штейнера

$$J=J_0+md^2$$

де m – маса тіла і d – відстань від центру мас тіла до осі обертання.

- Основний закон динаміки обертального руху (закон збереження моменту імпульсу) виражається формулою

$$M\mathrm{d}t=\mathrm{d}L=\mathrm{d}(J\omega)$$

де M – момент сил, які прикладені до тіла, L – момент імпульсу тіла, J –

момент інерції тіла, ω – його кутова швидкість.

Якщо J=const, то

$$M = J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = J\varepsilon,$$

де ε – кутове прискорення, яке набуває тіло під дією моменту сил M.

- Кінетична енергія тіла, що обертається

$$W_K = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Співставлення рівнянь динаміки обертального руху з рівняннями поступального руху надано в таблиці 2.

Табл. 2

Поступальний рух	Обертальний рух
Другий закон Ньютона	
$F\Delta t = mv_2 - mv_1$ або $F = ma$	$M\Delta t = J\omega_2 - J\omega_1$ або $M = J\varepsilon$
Закон збереження імпульсу $\sum mv = \mathrm{const}$	Закон збереження моменту імпульсу $\sum J\omega = \mathrm{const}$
Робота і кінетична енергія	
$A = F\cdot s = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$	$A = M\cdot\varphi = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1. До ободу однорідного диска радіусом R=0,2 м прикладена дотична сила F=98,1 Н. При обертанні на диск діє момент сили тертя $M_{\text{тер}}$=4,9Н·м. Знайти масу m диска, якщо відомо, що диск обертається з кутовим прискоренням ε=100 рад/с^2.

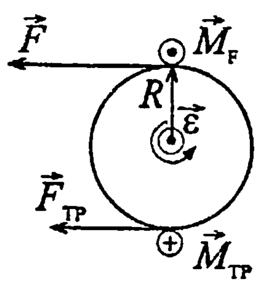
Дано:
R=0,2 м
F=98,1 Н
$M_{\text{тер}}$=4,9Н·м
ε=100 рад/с^2
m – ?

Розв'язання:

Рівняння обертального руху диска в векторній формі

$$J\vec{\varepsilon} = \vec{M}_F + \vec{M}_{\text{тер}}, \qquad (1)$$

де $\vec{M}_F$ – момент сили.



Оберемо ось x в напрямку вектора кутового прискорення $\vec{\varepsilon}$ (на нас, перпендикулярно площині з кресленням, тому що рух прискорений). Напрям моментів сил і кутового прискорення визначається за правилом буравчика. Якщо рух уповільнений прискорення має протилежний напрям. Рівняння (1) в проекції на вісь x має вигляд

$$J\varepsilon = M_F - M_{\text{тер}} \ , \tag{2}$$

оскільки вектор $\vec{M}_F$ має однаковий напрям з $\vec{\varepsilon}$, а $\vec{M}_{\text{тер}}$ має протилежний напрям.

Момент інерції диску

$$J = \frac{mR^2}{2} \ ; \tag{3}$$

$$M_F = FR \ . \tag{4}$$

Перепишемо (2) з урахуванням (3) і (4)

$$\frac{mR^2\varepsilon}{2} = FR - M_{\text{тер}} \, ,$$

звідси

$$m = \frac{2\left(FR - M_{\text{тер}}\right)}{R^2\varepsilon} = \frac{2(98{,}1 \cdot 0{,}2 - 4{,}9)}{0{,}2^2 \cdot 100} = 7{,}36 \text{ кг}$$

Відповідь: m=7,36 кг

Приклад 2. Маховик радіусом R=0,2 м і масою m=10 кг з'єднаний з мотором за допомогою привідного ременя. Сила натягу ременя, який йде без ковзання, T=14,7 Н. Яку частоту обертання ν буде мати маховик через час t=10 с після початку руху? Маховик вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

Дано:	**Розв'язання:**
R=0,2 м m=10 кг T=14,7 Н t=10 с ω_0=0	Як і в попередній задачі вектор моменту сили натягу і вектор прискорення мають однаковий напрям. Тоді рівняння обертального руху
ν – ?	

$$J\varepsilon = M_T \, , \tag{1}$$

де момент сили натягування

$$M_T = TR \ , \tag{2}$$

момент інерції диску

$$J = \frac{mR^2}{2} \ , \tag{3}$$

кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{2\pi\nu}{t} \ . \tag{4}$$

Підставивши (2), (3), (4) в (2) отримаємо

$$\frac{mR^2 2\pi\nu}{2t} = TR,$$

звідси

$$\nu = \frac{Tt}{\pi m R} = \frac{14{,}7 \cdot 10}{3{,}14 \cdot 10 \cdot 0{,}2} = 23{,}4 \text{ об/с}.$$

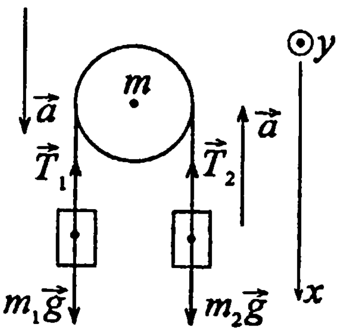
Відповідь: ν=23,4 об/с

Приклад 3. Дві гирі з масами m_1=2 кг і m_2=1 кг з'єднані ниткою, перекинутою через блок масою m=1 кг. Знайти прискорення a, з яким рухаються гирі, і сили натягу T_1 та T_2 ниток, до яких підвішені гирі. Блок вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

Дано:
m_1=2 кг
m_2=1 кг
m=1 кг

a – ?
T_1 –?
T_2 –?

Розв'язання:



Запишемо у векторній формі рівняння поступального руху першої та другої гир:

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}_1,$$

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}_2$$

та рівняння обертального руху диска

$$J\vec{\varepsilon} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2,$$

де M_1 – момент сили натягу нитки T_1, M_2 – момент сили натягу нитки T_2. Спроектуємо перші два рівняння на ось x, а останнє на ось y та додамо рівняння зв'язку тангенціального та кутового прискорення:

$$m_1 a = m_1 g - T_1, \quad (1)$$

$$m_2 a = -m_2 g + T_2, \quad (2)$$

$$J\varepsilon = M_1 - M_2, \quad (3)$$

$$\varepsilon = \frac{a}{R}. \quad (4)$$

Підставимо (4) в (3) та запишемо чому дорівнюють моменти сил натягу

$$J\frac{a}{R} = T_1 R - T_2 R. \quad (5)$$

Підставимо момент інерції однорідного диску

$$J = \frac{mR^2}{2}$$

в (5)

$$\frac{ma}{2} = T_1 - T_2. \quad (6)$$

Додамо (2) з (1)

$$a(m_1 + m_2) = g(m_1 - m_2) - (T_1 - T_2) \quad (7)$$

та підставимо (6)

$$a=\frac{g(m_1-m_2)}{m_1+m_2+m/2}=\frac{9{,}8(2-1)}{2+1+1/2}=2{,}8\,\text{м/с}^2.$$

З (1)

$$T_1=m_1(g-a)=2(9{,}8–2{,}8)=14\ \text{Н}.$$

З (2)

$$T_2=m_2(g+a)=1(9{,}8+2{,}8)=12{,}6\ \text{Н}$$

Відповідь: a=2,8 м/с^2, T_1=14 Н, T_2=12,6 Н

Приклад 4. Диск масою m=2 кг котиться без ковзання по горизонтальній площині зі швидкістю υ=4 м/с. Знайти кінетичну енергію $W_к$ диска.

Дано:	Розв'язання:
m=2 кг	Повна кінетична енергія диска складається з кінетичної енергії поступального руху точки центра мас і кінетичної енергії обертання відносно осі, яка проходить крізь центр мас:
υ=4 м/с	
$W_к$ – ?	

$$W_К=\frac{m\upsilon^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2}.$$

Оскільки

$$J=\frac{mR^2}{2}\ \text{і}\ \omega=\frac{\upsilon}{R},$$

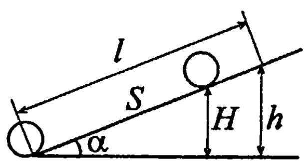
де m – маса диска, R – радіус диска, то

$$W_К=\frac{3m\upsilon^2}{4}=\frac{3\cdot 2\cdot 4^2}{4}=24\ \text{Дж}.$$

Відповідь: $W_к$=24 Дж

Приклад 5. Хлопець котить обруч по горизонтальній дорозі зі швидкістю υ=7,2 км/год. На яку відстань S може вкотитися обруч на пагорб за рахунок його кінетичної енергії? Ухил пагорбу дорівнює 10 м на кожні 100 м шляху.

Дано:	Розв'язання:
υ=2 м/с	Біля основи пагорбу обруч мав кінетичну енергію $W_к$, яка складалася з кінетичної енергії поступального і обертального рухів. Коли обруч вкотився на пагорб на відстань S, його кінетична енергія перейшла в потенціальну.
l=100 м	
h=10 м	
s –?	



$$W_к=W_п;$$

$$W_К=\frac{m\upsilon^2}{2}+\frac{J\omega^2}{2};$$

$$W_п=mgH.$$

Момент інерції обруча

$$J=mR^2,$$

кутова швидкість

$$\omega = \frac{\upsilon}{R}.$$

Тоді

$$W_{\text{К}} = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{m\upsilon^2}{2} = m\upsilon^2.$$

Отже

$$mgH = m\upsilon^2,$$

звідси $H = \dfrac{\upsilon^2}{g}$.

З подібності трикутників маємо

$\dfrac{H}{h} = \dfrac{S}{l}$, звідси

$$S = \frac{lH}{h} = \frac{l\upsilon^2}{gh} = \frac{100 \cdot 2^2}{9{,}8 \cdot 10} = 4{,}1\,\text{м}.$$

Відповідь: S=4,1 м

Приклад 6. Знайти лінійне прискорення a центрів мас кулі, диска та обруча, які скочуються без ковзання з похилої площини. Кут нахилу площини α=30°, початкова швидкість усіх тіл υ_0=0. Порівняйте знайдені прискорення з прискоренням тіла, що ковзає з похилої площини за відсутності тертя.

Дано:
α=30°
υ_0=0
g=9,8 м/с^2

a_1 – ?
a_2 – ?
a_3 – ?
a – ?

Розв'язання:

При скочуванні тіла з похилої площини його потенціальна енергія переходить в кінетичну:

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \tag{1}$$

де J – момент інерції тіла, m – маса тіла.

$$h = l\sin\alpha, \tag{2}$$

де l – відстань від точки скочування до основи похилої площини.

Кутова швидкість

$$\omega = \frac{\upsilon}{R}. \tag{3}$$

Підставляючи (2) і (3) в (1) отримаємо

$$mgl\sin\alpha = \frac{\upsilon^2}{2}\left(m + \frac{J}{R^2}\right). \tag{4}$$

Оскільки рух відбувається під дією постійної сили (результуюча сила – сила тяжіння і сила тертя), то рух тіл рівноприскорений, тому

$$l = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2}, \tag{5}$$

$$\upsilon = \upsilon_0 + at = at. \tag{6}$$

Підставляючи (5) і (6) в (4) отримаємо

$$mg\sin\alpha\frac{at^2}{2}=\frac{a^2t^2}{2}\left(m+\frac{J}{R^2}\right),$$

звідси

$$a=\frac{mg\sin\alpha}{m+J/R^2}\ . \qquad (7)$$

Момент інерції кулі

$$J=\frac{2}{5}mR^2,$$

тоді з (7) знайдемо

$$a_1=\frac{mg\sin\alpha}{m+\dfrac{2mR^2}{5R^2}}=\frac{g\sin\alpha}{1+\dfrac{2}{5}};\ a_1=3{,}5\ \text{м/с}^2.$$

Момент інерції диска

$$J=\frac{mR^2}{2},$$

тоді з (7) знайдемо

$$a_2=\frac{mg\sin\alpha}{m+\dfrac{mR^2}{2R^2}}=\frac{g\sin\alpha}{1+\dfrac{1}{2}};\ a_2=3{,}27\ \text{м/с}^2.$$

Момент інерції обруча

$$J=mR^2,$$

тоді з (7) знайдемо

$$a_3=\frac{mg\sin\alpha}{m+\dfrac{mR^2}{R^2}}=\frac{g\sin\alpha}{1+1};\ a_3=2{,}45\ \text{м/с}^2.$$

За відсутності тертя на тіло діє тільки сила тяжіння і згідно з другим законом Ньютона при ковзанні по похилій площині

$$ma=mg\sin\alpha,$$

звідси

$$a=g\sin\alpha;\ a=4{,}9\ \text{м/с}^2.$$

Відповідь: a_1=3,5 м/с^2, a_2=3,27 м/с^2, a_3=2,45 м/с^2, a=4,9 м/с^2

Приклад 7. Вентилятор обертається з частотою ν_0=900 об/хв. Після вимкнення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки N=75 об. Робота сил гальмування A=44,4 Дж. Знайти момент інерції J вентилятора і момент сил гальмування M.

Дано:
ν_0=15 об/с
N=75 об
A=44,4 Дж

$\nu=0$	
$J-?$	
$M-?$	

Розв'язання:

Робота сил гальмування дорівнює зміні кінетичної енергії:

$$-A = W_K - W_{K0}.$$

Оскільки в момент зупинки $W_к=0$, то

$$A = W_{K0} = \frac{J\omega_0^2}{2},$$

звідси

$$J = \frac{2A}{\omega_0^2}.$$

Враховуючи, що

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 \,, \qquad (1)$$

отримаємо

$$J = \frac{2A}{4\pi^2\nu_o^2};\ J=0{,}01\ кг\cdot м^2.$$

Момент сил гальмування

$$M=J\cdot\varepsilon, \qquad (2)$$

де

$$\varepsilon = \frac{\omega_0}{t}\,. \qquad (3)$$

Рівняння рівносповільненого обертального руху

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}\,, \qquad (4)$$

де

$$\varphi = 2\pi N \qquad (5)$$

кутове переміщення.

Підставляючи (1), (3), (5) в (4) отримаємо

$$2\pi N = 2\pi\nu_0 t - \frac{\omega_0 t^2}{2t},$$

звідси, враховуючи (1)

$$t = \frac{2\pi N}{\pi\nu_0} = \frac{2N}{\nu_0}\,. \qquad (6)$$

Підставляючи (1) і (6) в (3) отримаємо

$$\varepsilon = \frac{\pi\nu_0^2}{N}\,. \qquad (7)$$

Виходячи з рівнянь (7) і (2)

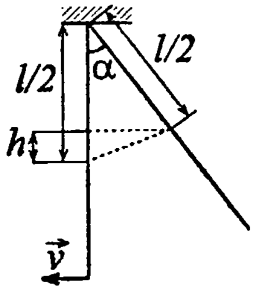
$$M = J\frac{\pi\nu_0^2}{N};\ M=0{,}0942\ Н\cdot м=94{,}2\cdot 10^{-3}\ Н\cdot м.$$

Відповідь: J=0,01 кг·м^2, M=94,2·10^{-3} Н·м

Приклад 8. Однорідний стрижень довжиною l=1 м підвішений на горизонтальній вісі, яка проходить через верхній кінець стрижня. На який кут α треба відхилити стрижень, щоб нижній кінець стрижня при проходженні положення рівноваги мав швидкість υ=5 м/с?

Дано:	
l=1 м	
υ=5 м/с	
α – ?	

Розв'язання:



Розглянемо рух центра мас стрижня. При відхилені на кут a він має потенціальну енергію

$$W_п = mgh.$$

Під час проходження положення рівноваги його потенціальна енергія перейшла в кінетичну енергію обертання

$$W_K = \frac{J\omega^2}{2},$$

тобто

$$mgh = \frac{J\omega^2}{2} \,. \qquad (1)$$

$$h = \frac{l}{2} - \frac{l}{2}\cos\alpha \,. \qquad (2)$$

Момент інерції стрижня відносно вісі, яка проходить крізь його кінець, знайдемо за теоремою Штейнера:

$$J = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3} \,. \qquad (3)$$

Кутова швидкість нижнього кінця стрижня

$$\omega = \frac{\upsilon}{l} \,. \qquad (4)$$

Підставляємо (2), (3) і (4) в (1)

$$mg\,\frac{l}{2}(1 - \cos\alpha) = \frac{ml^2\upsilon^2}{6l^2},$$

звідси

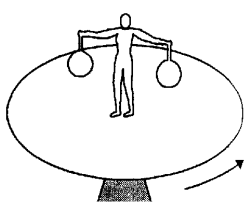
$$\cos\alpha = 1 - \frac{\upsilon^2}{3gl}; \; \cos a = 0{,}1497 \; ; \; \alpha = 81{,}4^o.$$

Відповідь: α=81,4^o

Приклад 9. Горизонтальна платформа масою m=25 кг і радіусом R=0,8 м обертається з частотою ν_1=18 хв$^{-1}$. В центрі стоїть людина і тримає в розставлених руках гирі. Вважаючи платформу диском, визначити частоту обертання платформи, якщо людина, опустивши руки, зменшить свій момент інерції від J_1=3,5 кг·м^2 до J_2=1 кг·м^2.

Дано:	
m=25 кг	
ν_1=0,3 с$^{-1}$	
R=0,8 м	
J_1=3,5 кг·м^2	
J_2=1 кг·м^2	
ν_2 – ?	

Розв'язання



Момент імпульсу системи до опускання людиною рук

$$L_1 = J\omega_1 + J_1\omega_1,$$

де момент інерції диска

$$J = \frac{mR^2}{2}, \qquad (1)$$

$$\omega_1 = 2\pi\nu_1 \qquad (2)$$

кутове прискорення системи до опускання рук людиною. Момент імпульсу системи після опускання людиною рук

$$L_2 = J\omega_2 + J_2\omega_2,$$

де кутове прискорення системи після опускання рук людиною

$$\omega_2 = 2\pi\nu_2 \qquad (3)$$

За законом збереження моменту імпульсу у замкнутій системі

$$L=L_1=L_2,$$

тобто

$$\omega_1(J + J_1) = \omega_2(J + J_2)\ . \qquad (4)$$

Підставляючи (1), (2), (3) в (4) отримаємо

$$2\pi\nu_1\left(\frac{mR^2}{2} + J_1\right) = 2\pi\nu_2\left(\frac{mR^2}{2} + J_2\right),$$

звідси

$$\nu_2 = \frac{\nu_1\left(mR^2 + 2J_1\right)}{mR^2 + 2J_2};\ \nu_2=0,383\ \text{с}^{-1}=23\ \text{хв}^{-1}.$$

Відповідь: ν_2=23 хв$^{-1}$

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

Задача 1. Однорідний стрижень довжиною l=1 м і масою m=0,5 кг обертається у вертикальній площині навколо горизонтальної осі, що проходить через середину стрижня. З яким кутовим прискоренням ε обертається стрижень, якщо на нього діє момент сил M=98,1 мН·м? [Відповідь: ε=2,35 рад/с^2].

Задача 2. На барабан масою m_o=9 кг намотаний шнур, до кінця якого прив'язаний вантаж масою m=2 кг. Знайти прискорення a вантажу. Барабан вважати однорідним циліндром. Тертям знехтувати. [Відповідь: a=3 м/с^2].

Задача 3. Куля масою m=1 кг, що котиться без ковзання, вдаряється об стінку і відкочується від неї. Швидкість кулі до удара об стінку v=10 м/с, після удару u=8 м/с. Знайти кількість теплоти Q, яка виділилася при ударі кулі об стінку. [Відповідь: Q=2,5 мДж].

Задача 4. Мідна куля радіусом R=10 см обертається з частотою ν=2 об/с навколо осі, що проходить через її центр. Яку роботу A треба виконати, щоб збільшити кутову швидкість ω обертання кулі вдвічі? [Відповідь: A=34,1 Дж].

Задача 5. Колесо, обертаючись рівносповільнено, зменшило за час t=1 хв частоту обертання від ν_1=300 об/хв до ν_2=180 об/хв. Момент інерції колеса J=2 кг·м^2. Знайти кутове прискорення ε колеса, момент сил гальмування M, роботу A сил гальмування і число обертів N, зроблених колесом за час t=1 хв. [Відповідь: ε=–0,21 рад/с^2, M=0,42 Н·м, A=630 Дж, N=240 об].

Задача 6. До обода диска масою m=5 кг прикладена дотична сила F=19,6 Н. Яку кінетичну енергію W_k буде мати диск через час t=5 с після початку дії сили? [Відповідь: W_k=1,92 кДж].

Практичне заняття № 4

Тема: *Молекулярно-кінетична теорія. Термодинаміка*

1. Закони ідеальних газів
2. Кінетична теорія газів
3. Перший закон термодинаміки.
4. Другий закон термодинаміки
5. ККД теплових двигунів

Основні формули і закони

Кількість речовини тіла (системи)

$$\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{\mu},$$

де N – кількість структурних елементів (атомів, молекул, тощо), які складають тіло (систему), $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – стала Авогадро, m – маса тіла, μ – молярна маса речовини.

Рівняння Менделєєва–Клапейрона (рівняння стану ідеального газу)

$$pV = \frac{m}{\mu} = RT = \nu RT\ ,$$

де m –маса газу, μ – молярна маса газу, R –універсальна газова стала, ν – кількість речовини, T – термодинамічна температура (К).

Дослідні газові закони, що є окремими випадками рівняння Менделєєва– Клапейрона для ізопроцесів:

а) закон Бойля–Маріотта (ізотермічнй процес: $T=const,\ m=const$)

$$pV = const$$

або для двох станів газу

$$p_1V_1 = p_2V_2$$

б) закон Гей– Люссака (ізобарний процес: $p=const,\ m=const$)

$$\frac{V}{T} = const$$

або для двох станів газу

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

в) закон Шарля (ізохорний процес: *V=const, m=const*)

$$\frac{p}{T} = const$$

або для двох станів газу

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

г) об'єднаний газовий закон (*m=const*)

$$\frac{pV}{T} = const$$

або

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$$

де p_1, V_1, T_1 – тиск, об'єм та температура газу у початковому стані; p_2, V_2, T_2 – тіж самі величини в кінцевому стані.

Закон Дальтона, що визначає тиск суміші газів

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n \ ,$$

де p_i – парціальний тиск (тиск, що спричиняє газ, якщо він один знаходиться в посудині, яку займає суміш) компонентів суміші , *n* – кількість компонентів суміші.

Концентрація молекул

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho N_A}{\mu},$$

де *N* – кількість молекул в даній системі, ρ – густина речовини, *V* – об'єм системи.

Залежність тиску газа від концентрації молекул та температури

$$p = nkT$$

Основне рівняння кінетичної теорії газів

$$p = \frac{2}{3} n \langle E \rangle ,$$

де $\langle E \rangle$ –середня кінетична енергія поступального руху молекули.

Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT ,$$

де $k = \frac{R}{N_A}$ – стала Больцмана.

Повна середня кінетична енергія молекули

$$\langle E_i \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

де i – кількість ступенів свободи.

Середня квадратична швидкість молекул газу

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

Середня арифметична швидкість молекул газу

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

Найбільш ймовірна швидкість молекул газу

$$v_{ймов} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

Середнє число зіткнень молекули за одиницю часу

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi\sigma^2 n \langle v \rangle ,$$

де σ – ефективний діаметр молекули, n – концентрація молекул.

Перший закон термодинаміки: кількість теплоти ,що надається системі, витрачається на здійснення системою роботи проти зовнішніх тіл і на зміну внутрішньої енергії

$$Q = \Delta U + A$$

Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT$$

Молярна теплоємність ідеального газу при сталому об'ємі

$$C_V = \frac{i}{2}R$$

Молярна теплоємність ідеального газу при сталому тиску

$$C_p = C_V + R = \frac{(i+2)}{2}R$$

Зв'язок між питомою та молярною теплоємностями

$$c = \frac{C}{\mu}$$

Робота розширення газу:

– в загальному випадку

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

– ізобарний процес

$$A = p(V_2 - V_1)$$

–ізотермічний процес

$$A = \frac{m}{\mu}RT \ln\frac{V_2}{V_1}$$

– ізохорний процес *A=0*

Рівняння Пуассона для адіабатичного процесу в ідеальному газі

$$pV^{\gamma} = const\ ,$$

де $$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$$

Робота ідеального газу у випадку адіабатичного процесу

$$A = -\Delta U = \frac{m}{\mu}C_V(T_1 - T_2)$$

$$A = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$$

Коефіцієнт корисної дії теплової машини

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де A – робота, виконана робочою речовиною протягом циклу, Q_1 – кількість теплоти, що отримана від нагрівача, Q_2 – кількість теплоти, що віддана холодильнику, T_1 і T_2– найвища і найнижча температури робочої речовини.

Зміна ентропії тіла у будь–якому зворотньому процесі, що переводить його із стану A в стан B, дорівнює

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

де dQ – елементарна кількість теплоти, що отримана тілом за температури T.

Другий закон термодинаміки: ентропія замкненої системи, за будь–яких процесах, що відбуваються в ній, не зменшується, а зростає у незворотніх процесах і залишається сталою у зворотніх процесах

$\Delta S \ge 0$

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Задача 1. В балоні знаходиться маса m_1=10 кг газу при тиску p_1=10 МПа. Яку масу Δm взяли з балону, якщо тиск став дорівнювати p_2=2,5 МПа? Температуру газу вважати постійною.

Дано:	**Розв'язання**
m_1=10 кг $p_1=10^7$ Па $p_2=0{,}25\cdot10^7$ Па T=const V=const	V=const оскільки об'єм балону не змінюється. Рівняння Менделєєва-Клапейрона до та після випускання газу з балона $p_1V = \frac{m_1}{M}RT$ –(1); $p_2V = \frac{m_2}{M}RT$ –(2).
Δm – ?	Розділимо рівняння (1) на (2) і отримаємо $\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2}$, звідси

$m_2 = \frac{m_1 p_2}{p_1}$; m_2=2,5 кг, $\Delta m = m_1 - m_2$; Δm=7,5 кг.

Відповідь: Δm=7,5 кг

Задача 2. Маса m=12 г газу займає об'єм V_1=4 л за температури t_1=7°C. Після нагрівання газу при постійному тиску його густина стала дорівнювати ρ_2=0,6 кг/м^3. До якої температури нагріли газ?

Дано:
m=0,012 кг
$V_1=4\cdot10^{-3}$ м^3
T_1=280 К
ρ_2=0,6 кг/м^3
R=8,31 Дж/(моль·К)
p=const

t_2 – ?

Розв'язання

Рівняння Менделєєва-Клапейрона до та після випускання газу з балона $pV_1=\frac{m}{M}RT_1$–(1); $pV_2=\frac{m}{M}RT_2$–(2). Оскільки $\rho_2=\frac{m}{V_2}$, то (2) можна переписати $p=\frac{\rho_2}{M}RT_2$, звідси $T_2=\frac{pM}{\rho_2 R}$ – (3).

Тиск знайдемо з (1) $p=\frac{m}{V_1M}RT_1$ – (4). Підставивши (4) в (3) отримаємо $T_2=\frac{mMRT_1}{V_1M\rho_2R}=\frac{mT_1}{V_1\rho_2}$; T_2=1400 К. Таким чином
$t_2=T_2-273=1127$ ^oC.
Відповідь: $t_2=1127$ ^oC

Задача 3. В посудині об'ємом V=2 л знаходиться маса m_1=6 г вуглекислого газу (CO_2) і маса m_2=5 г закисі азоту (N_2O) при температурі $t=127^oC$. Знайти тиск p суміші в посудині.

Дано:
$V=2\cdot10^{-3}$ м^3
m_1=0,006 кг
m_2=0,005 кг
T=400 К
M_1=0,044 кг/моль
M_2=0,044 кг/моль
R=8,31 Дж/(моль·К)

p – ?

Розв'язання

За законом Дальтона $p=p_1+p_2$ – (1), де, згідно з рівнянням Менделєєва-Клапейрона, $p_1=\frac{m_1RT}{M_1V}$ – (2) парціальний тиск вуглекислого газу; $p_2=\frac{m_2RT}{M_2V}$ – (3) парціальний тиск закисі азоту. Підставляючи (2) і (3) в (1) отримаємо $p=\frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_1}+\frac{m_2}{M_2}\right)$; p=415,5 кПа.

Відповідь: p=415,5 кПа

Задача 4. Яка кількість молекул N знаходиться у кімнаті об'ємом V=80 м^3 при температурі $t=17$ ^oC і тиску p=100 кПа?

Дано:
V=80 м^3
T=290 К
$p=10^5$ Па
$N_A=6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
R=8,31 Дж/(моль·К)

N – ?

Розв'язання

Кількість молекул N, які знаходяться в кімнаті, можна знайти за формулою $N=\frac{m}{M}N_A$ – (1).
Згідно з рівнянням Менделєєва-Клапейрона

$pV = \dfrac{m}{M}RT$, звідси $\dfrac{m}{M} = \dfrac{pV}{RT}$ – (2).

Підставимо (2) в (1) $N = \dfrac{pV}{RT} N_A$; N=$2\cdot10^{27}$.

Відповідь: N=$2\cdot10^{27}$

Задача 5. Густина деякого газу ρ=0,06 кг/м^3, середня квадратична швидкість його молекул $\sqrt{\overline{\upsilon}^2}$ =500 м/с. Знайти тиск p, який газ чинить на стінки посудини.

Дано:	Розв'язання:
ρ=0,06 кг/м^3	Тиск газу визначимо через основне рівняння МКТ:
$\sqrt{\overline{\upsilon}^2}$ =500 м/с	$p = \dfrac{1}{3} n m_0 \overline{\upsilon}^2$ – (1).
p – ?	

Концентрація дорівнює $n = \dfrac{N}{V}$ – (2), де N кількість молекул в об'ємі V.

Підставимо (2) в (1) $p = \dfrac{1}{3}\dfrac{N}{V} m_0 \overline{\upsilon}^2$.

Враховуючи, що маса газу дорівнює $m = m_0 N$ та його густина $\rho = \dfrac{m}{V}$, з останнього рівняння отримаємо $p = \dfrac{1}{3}\rho\overline{\upsilon}^2$; p=5 кПа.

Відповідь: p=5 кПа.

Задача 6. Густина деякого газу ρ=0,082 кг/м^3 при тиску p=100 кПа і температурі t=17 °С. Знайти середню квадратичну швидкість $\sqrt{\overline{\upsilon}^2}$ молекул газу. Яка молярна маса M цього газу?

Дано:	Розв'язання:
ρ=0,082 кг/м^3	Середню квадратичну швидкість знайдемо за
p=10^5 Па	формулою $p = \dfrac{1}{3}\rho\overline{\upsilon}^2$, звідси $\sqrt{\overline{\upsilon}^2} = \sqrt{\dfrac{3p}{\rho}}$ –(1);
T=290 К	
R=8,31 Дж/(моль·К)	
$\sqrt{\overline{\upsilon}^2}$ – ?	$\sqrt{\overline{\upsilon}^2}$ =1913 м/с.
M – ?	Молярну масу газу знайдемо за формулою $M = m_0 N_A$ (2).

Запишемо формули для знаходження середньої кінетичної енергії поступального руху однієї молекули $\overline{W_0} = \frac{3}{2}kT = \frac{m_0\overline{\upsilon^2}}{2}$, звідси, з урахуванням (1), отримаємо $m_0 = \frac{kT\rho}{p}$ – (3).

Підставимо (3) в (2) $M = \frac{kT\rho N_A}{p}$. Оскільки $R = kN_A$, отримаємо $M = \frac{RT\rho}{p}$;

M=0,002 кг/моль.

Відповідь: $\sqrt{\overline{\upsilon^2}}$ =1913 м/с, *M*=0,002 кг/моль

Задача 7. Знайти середню довжину вільного пробігу $\overline{\lambda}$ молекул вуглекислого газу при температурі *t*=100 ºС і тиску *p*=13,3 Па. Діаметр молекул газу *σ*=0,32 нм.

Дано:
p=13,3 Па
T=373 К
σ=$0{,}32\cdot10^{-9}$ м
k=$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К

$\overline{\lambda}$ – ?

Розв'язання:

Середня довжина вільного пробігу молекул газу $\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ – (1).

Концентрацію знайдемо з одного з різновидів основного рівняння МКТ: $p = nkT$, звідси $n = \frac{p}{kT}$ – (2).

Підставимо (2) в (1) $\overline{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$; $\overline{\lambda}$ =0,85 мм.

Відповідь: $\overline{\lambda}$ =0,85 мм.

Задача 8. Знайти середню кількість зіткнень $\overline{z}$ в одиницю часу молекул азоту при тиску *p*=53,33 кПа і температурі *t*=27 ºС.

Дано:
p=$53{,}33\cdot10^3$ Па
T=300 К
M=0,028 кг/моль
σ=$0{,}3\cdot10^{-9}$ м
k=$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
R=8,31 Дж/(моль·К)

$\overline{z}$ – ?

Розв'язання:

Середня довжина вільного пробігу молекул газу $\overline{\lambda} = \frac{\overline{\upsilon}}{\overline{z}}\frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ – (1).

Концентрацію знайдемо з одного з різновидів основного рівняння МКТ: $p = nkT$, звідси $n = \frac{p}{kT}$ – (2).

Середня арифметична швидкість $\overline{\upsilon} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}$ – (3).

Підставимо (2) і (3) в (1) і виразимо середню кількість зіткнень в одиницю часу $\overline{z} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}} \dfrac{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}{kT} = \sqrt{\dfrac{R\pi}{MT}} \dfrac{4\sigma^2 p}{k}$; $\overline{z}$ =24,5·10^8 с$^{-1}$.

Відповідь: $\overline{z}$ =24,5·10^8 с$^{-1}$

Задача 9. Знайти коефіцієнт дифузії *D* і в'язкість *η* повітря при тиску *p*=101,3 кПа і температурі *t*=10°С. Діаметр молекул повітря *σ*=0,3 нм.

Дано:	**Розв'язання:**
p=101,3·10^3 Па T=283 К σ=0,3·10^{-9} м M=0,029 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	Коефіцієнт дифузії $D = \overline{\upsilon}\overline{\lambda}/3$ – (1), де середня арифметична швидкість $\overline{\upsilon} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}$ – (2); середня довжина вільного пробігу молекул газу $\overline{\lambda} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$
D –? η – ?	

де концентрація $n = \dfrac{p}{kT}$, звідси $\overline{\lambda} = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$ – (3).

Підставимо (3) і (2) в (1) $D = \dfrac{kT}{3\pi\sigma^2 p}\sqrt{\dfrac{4RT}{\pi M}}$; *D*=1,46·10^{-5} м^2/с.

В'язкість $\eta = \overline{\upsilon}\overline{\lambda}\rho/3$ – (4).

Враховуючи (1) в (2) отримаємо $\eta = D\rho$ – (5).

Густину знайдемо з рівняння Менделєєва-Клапейрона $pV = \dfrac{m}{M}RT$, звідси

$\dfrac{m}{V} = \rho = \dfrac{pM}{RT}$ – (6).

Підставимо (6) в (5) $\eta = D\dfrac{pM}{RT}$; *η*=18,2 мкПа·с.

Відповідь: *D*=1,46·10^{-5} м^2/с, *η*=18,2 мкПа·с

Задача 10. Коефіцієнт дифузії і в'язкість кисню за деяких умов дорівнюють D=1,42·10^{-5} м^2/с та η=8,5 мкПа·с. Знайти густину ρ кисню, середню довжину вільного пробігу $\overline{\lambda}$ та середню арифметичну швидкість $\overline{\upsilon}$ його молекул.

Розв'язання:

Дано:	
D=1,22·10^{-5} м^2/с η=19,5·10^{-6} Па·с M=0,032 кг/моль σ=0,3·10^{-9} м N_A=6,02·10^{23} моль$^{-1}$ R=8,31 Дж/(моль·К)	Коефіцієнт дифузії газу та його динамічна в'язкість визначаються наступними співвідношеннями: $D = \overline{\upsilon}\overline{\lambda}/3$ – (1) та $\eta = \overline{\upsilon}\overline{\lambda}\rho/3$ – (2). Таким чином густина кисню $\rho = \dfrac{\eta}{D}$; ρ=1,6 кг/м^3.
ρ – ? $\overline{\lambda}$ – ? $\overline{\upsilon}$ – ?	Середня довжина вільного пробігу молекул газу $\overline{\lambda} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ – (3) де концентрація $n = \dfrac{p}{kT}$ – (4). З рівняння Менделєєва-Клапейрона тиск $p = \dfrac{mRT}{MV}$ – (5).

Підставимо (5) в (4) $n = \dfrac{mRT}{kTMV} = \dfrac{m}{V}\dfrac{kN_A}{kM}$; $n = \rho\dfrac{N_A}{M}$ – (6).

Підставимо (6) в (3) $\overline{\lambda} = \dfrac{M}{\sqrt{2}\pi\sigma^2\rho N_A}$; $\overline{\lambda}$ =83 нм.

З (1) отримаємо $\overline{\upsilon} = 3D/\overline{\lambda}$; $\overline{\upsilon}$ =441 м/с.

Відповідь: ρ=1,6 кг/м^3, $\overline{\lambda}$ =83 нм, $\overline{\upsilon}$ =441 м/с.

Задача 11. Знайти енергію поступального руху молекул $U_{пост}$ і енергію обертального руху $U_{обер}$ маси m=20 г кисню при температурі t=10^o С.

Дано:	Розв'язання:
m =0,02 кг T=283 К M=0,032 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	Внутрішня енергія газу $U = \dfrac{i}{2}\dfrac{m}{M}RT$ – (1).
U –?	Для двохатомного газу число ступенів свободи i=5, причому для поступального руху i=3 і для обертального руху i=2. З (1) маємо

$U_{пост} = \dfrac{3}{2}\dfrac{m}{M}RT$; $U_{пост}$=2205 Дж, $U_{обер} = \dfrac{m}{M}RT$; $U_{обер}$=1470 Дж.

Відповідь: $U_{пост}$=2205 Дж, $U_{обер}$=1470 Дж

Задача 12. Знайти питому теплоємність c кисню для: а) V=const; б) p=const.

Дано:	**Розв'язання:**
V=const p=const. M=0,032 кг/моль R=8,31 Дж/(моль·К)	Молярна теплоємність C і питома теплоємність c пов'язані співвідношенням $$C = Mc.$$ Звідси $$c = \frac{C}{M}.$$
c_V – ? c_p – ?	

а) При V=const $c_V = \frac{C_V}{M}$, де $C_V = \frac{i}{2}R$. Для кисню i=5 (кисень двохатомний газ), отже $C_V = \frac{5}{2}R$.

Тоді питома теплоємність при постійному об'ємі $c_V = \frac{5R}{2M}$; c_V=649 Дж/(кг·К).

б) При p=const $C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R$. Звідси $c_p = \frac{7R}{2M}$; c_p=909 Дж/(кг·К).

Відповідь: c_V=649 Дж/(кг·К), c_p=909 Дж/(кг·К)

Задача 13. Густина деякого двохатомного газу за нормальних умов ρ=1,43 кг/м^3. Знайти питому теплоємність c_V і c_p цього газу.

Дано:	**Розв'язання:**
T=273 К p=10^5 Па	Молярна теплоємність C і питома теплоємність c пов'язані співвідношенням $C = Mc$. Звідси $c = \frac{C}{M}$. При V=const $c_V = \frac{C_V}{M}$,
c_V – ? c_p – ?	де $C_V = \frac{i}{2}R$. Для кисня i=5 (кисень двохатомний газ), отже

$C_V = \frac{5}{2}R$. Тоді питома теплоємність при постійному об'ємі $c_V = \frac{5R}{2M}$ – (1). При p=const $C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R$. Звідси $c_p = \frac{7R}{2M}$ – (2). Згідно з рівнянням Мендєлєєва-Клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$ або $p = \frac{m}{VM}RT$. Густина $\rho = \frac{m}{V}$, тоді, $p = \frac{\rho}{M}RT$ звідси $M = \frac{\rho}{p}RT$ – .(3). Підставимо (3) в (1) і (2)

$$c_V = \frac{5p}{2\rho T}, \qquad c_p = \frac{7p}{2\rho T}.$$

Тоді c_V=640 Дж/(кг·К) і c_p=897 Дж/(кг·К).

Відповідь: c_V=640 Дж/(кг·К), c_p=897 Дж/(кг·К)

Задача 14. Маса m=10 г кисню знаходиться під тиском p=0,3 МПа і температурі t=10°С. Після нагрівання при p=const газ зайняв об'єм V_2=10 л. Знайти кількість теплоти Q, яку газ отримав, і енергію теплового руху молекул U до та після нагрівання.

Дано:
m=0,01 кг
p=0,3·10^6 Па
T_1=283 К
V_2=10^{-2} м^3
M=0,032 кг/моль
R=8,31 Дж/(моль·К)

Q – ?
U_1 – ?
U_2 – ?

Розв'язання:
Енергія теплового руху молекул до нагрівання $U_1 = \frac{5m}{2M}RT_1$; U_1=1772Дж, а після нагрівання $U_2 = \frac{5m}{2M}RT_2$ – (1).
При нагріванні газом була виконана робота $A = p\Delta V = p(V_2 - V_1)$ – (2).
Кількість теплоти, яку отримав газ відповідно до першого закона термодинаміки $\Delta Q = \Delta U + A$ – (3).
Зміна внутрішньої енергії газу $\Delta U = U_2 - U_1$ – (4).
Рівнянням Мендєлєєва-Клапейрона до нагрівання $pV_1 = \frac{m}{M}RT_1$ – (5), після нагрівання $pV_2 = \frac{m}{M}RT_2$ – (6).
З (5) $V_1 = \frac{m}{pM}RT_1$ – (7), з (6) $T_2 = \frac{pV_2M}{mR}$ – (8).
Підставимо (8) в (1) $U_2 = \frac{5}{2}pV_2$; U_2=7500 Дж. Враховуючи (2) і (4) в (3) отримаємо $\Delta Q = U_2 - U_1 + p(V_2 - \frac{m}{pM}RT_1)$; ΔQ=7993 Дж.

Відповідь: U_1=1772 Дж, U_2=7500 Дж, ΔQ=7993 Дж.

Задача 15. Азот масою m = 10,5 г піддається ізотермічному розширенню за температури t = −23°C, при цьому його тиск зменшується від початкового значення p_1 = 250 кПа до кінцевого p_2 = 100 кПа. Необхідно визначити роботу A, виконану газом під час розширення.

Дано:
m=0,0105 кг
T_1=250 К
p_1=2,5·10^5 Па
p_2=10^5 Па
M=0,028 кг/моль
R=8,31 Дж/(моль·К)

A – ?

Розв'язання:
Робота, яку робить газ при ізотермічному зміні об'єму $A = RT\frac{m}{M}ln\frac{V_2}{V_1}$ – (1). За законом Бойля-Маріота $p_1V_1 = p_2V_2$, звідси $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$ – (2).
Підставимо (2) в (1) $A = RT\frac{m}{M}ln\frac{p_1}{p_2}$; A=714 Дж.

Відповідь: A=714 Дж

Задача 16. До якої температури t_2 охолоне повітря, яке знаходиться при t_1=0 °C, якщо воно розширюється адіабатично від об'єму V_1 до V_2=2V_1?

Дано:	**Розв'язання:**
T_1=273 К V_2=2V_1	Повітря можна вважати двохатомним газом і число ступенів свободи i=5. Показник адіабати $\gamma = c_p/c_V$, де $c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}$ і
t_2 – ?	

$c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}$, тоді $\gamma = \frac{i+2}{i}$; γ=1,4. З рівняння Пуассона $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{2V_1}{V_1}\right)^{\gamma-1} = 2^{\gamma-1}$, звідси

$T_2 = \frac{T_1}{2^{\gamma-1}}$; T_2=207 К отже t_2=-66 ºС.

Відповідь: t_2=-66 ºС

Задача 17. При адіабатичному стисканні кількості ν=1 кмоль двохатомного газу була здійснена робота А=146 кДж. На скільки збільшилась температура газу при стисканні?

Дано:	**Розв'язання:**
ν=10^3 моль i=5 A=146·10^3 Дж R=8,31 Дж/(моль·К)	Показник адіабати $\gamma = c_p/c_V$, де $c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}$ і $c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}$, тоді $\gamma = \frac{i+2}{i}$; γ=1,4. Робота, що здійснюється над газом при адіабатичному стисканні
ΔT – ?	

$A = \frac{p_1V_1(T_2-T_1)}{(\gamma-1)T_1}$, звідси $\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{AT_1(\gamma-1)}{p_1V_1}$ – (1). Згідно з рівнянням Менделєєва-Клапейрона $p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1$ – (2). Враховуючи, що $\nu = \frac{m}{M}$ перепишемо (2): $\frac{p_1V_1}{T_1} = \nu R$ – (3).

Підставимо (3) в (1) $\Delta T = \frac{A(\gamma-1)}{\nu R}$; ΔT=7 К.

Відповідь: ΔT=7 К

Задача 18. У скільки разів збільшиться середня довжина вільного пробігу молекул двохатомного газу, якщо його тиск падає вдвічі при розширені газу: а) ізотермічно; б) адіабатично?

Дано:	**Розв'язання:**
i=5 p_1=2p_2	Середня довжина вільного пробігу $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 n}$ – (1).
T=const, $\bar{\lambda}_2/\bar{\lambda}_1$ – ? Q=const, $\bar{\lambda}_2/\bar{\lambda}_1$ –?	Згідно з основним рівнянням МКТ $p = nkT$, звідси

$n = \frac{p}{kT}$ – (2). Підставимо (2) в (1) $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 p}$. Тоді відношення середніх довжин вільного пробігу $\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = \frac{T_2p_1}{T_1p_2}$.

а) При ізотермічному розширенні T=*const*, тому $\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = \frac{p_1}{p_2} = 2$.

б) При адіабатичному розширенні з рівняння Пуассона маємо $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma}$, тоді $\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma+1} = 2^{(1-\gamma)/\gamma+1}$. Показник адіабати $\gamma = c_p/c_V$, де $c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}$ і $c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}$, тоді $\gamma = \frac{i+2}{i}$; γ=1,4. Таким чином $\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = 1{,}64$.

Відповідь: T=*const*, $\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = 2$; Q=*const*, $\frac{\bar{\lambda}_2}{\bar{\lambda}_1} = 1{,}64$

Задача 19. Ідеальна теплова машина, яка працює по циклу Карно отримує від нагрівача кількість теплоти Q_1=2,512 кДж. Температура нагрівача T_1=400 К, температура холодильника T_2=300 К. Знайти роботу A, яку виконує машина за один цикл, і кількість теплоти Q_2, яку віддають холодильнику.

Дано:
Q_1=2512 Дж
T_1=400 К
T_2=300 К

A – ?
Q_2 –?

Розв'язання:
Коефіцієнт корисної дії машини, яка працює за циклом Карно $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ – (1). Також ККД визначається рівнянням $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ – (2). Прирівнявши праві частини рівнянь (1) і (2) отримаємо $Q_2 = Q_1 - \frac{(T_1 - T_2)Q_1}{T_1}$; Q_2=1884 Дж. Робота, яку виконує машина $A = Q_1 - Q_2$; A=628 Дж.

Відповідь: Q_2=1884 Дж, A=628 Дж

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

Задача 1. Який об'єм V займає маса m=10 г кисню при тиску p=100 кПа і температурі t=20°C?

Задача 2. В посудині знаходиться маса m_1=10 г вуглекислого газу і маса m_2=15г азоту. Знайти густину ρ суміші при температурі t=27 °C і тиску p=150 кПа.

Задача 3. В посудині об'ємом V=2 л знаходиться маса m=10 г кисню при тиску p=90,6 кПа. Знайти середню квадратичну швидкість $\sqrt{\overline{\upsilon^2}}$ молекул газу, кількість молекул N та густину ρ газу.

Задача 4. Знайти масу m азоту, який пройшов внаслідок дифузії крізь площадку ΔS=0,01 м^2 за час Δt=10 с, якщо градієнт густини в напрямку, перпендикулярному до площадки, $\Delta\rho / \Delta x$=1,26 кг/м^4. Температура азоту t=27 ^{o}C. Середня довжина вільного пробігу молекул газу $\bar{\lambda}$ =10 мкм.

ДОДАТОК

Таблиця 1

МІЖНАРОДНА СИСТЕМА ОДИНИЦЬ (СІ)

Величина	Символ	Одиниця виміру	Позначення одиниці	Зв'язок одиниці з іншими
Довжина	ℓ	метр	м	
Маса	m	кілограм	кг	
Час	t	секунда	с	
Сила електричного струму	I	ампер	А	
Термодинамічна температура	T	кельвін	К	
Кількість речовини	ν	моль	моль	
Сила світла	i	кандела	Кд	
Додаткові позначення				
Кут плоский	$\alpha, \beta, \gamma,$	радіан	рад	1°=1,75·10^{-2} рад
Похідні одиниці виміру				
Швидкість	υ	метр на секунду	м/с	1 км/год=1/3,6 м/с
Прискорення	a	метр на секунду в квадраті	м/с^2	
Кутова швидкість	ω	радіан на секунду	рад/с	
Кутове прискорення	ε	радіан на секунду в квадраті	рад/с^2	
Імпульс	p	кілограм-метр на секунду	кг·м/с	
Частота	ν	Герц	Гц	
Сила	F	Ньютон	Н	1 кгс=9,8 Н
Момент імпульсу	L	кілограм-метр у квадраті на	кг·м^2/с	

		секунду		
Момент силі	M	Ньютон-метр	Н·м	
Момент інерції	J	кілограм-метр у квадраті	кг·м^2	
Робота	A	Джоуль	Дж	
Енергія	E,W,U	Джоуль	Дж	1 еВ=1,6·10^{-19} Дж
Потужність	P, N	Ват	Вт	1 кВт=10^3 Вт
Об’єм	V	метр кубічний	м^3	1 л= 10^{-3} м^3
Густина	ρ	кілограм на метр кубічний	кг/м^3	1 г/см^3=10^3 кг/м^3
Тиск	p	Паскаль	Па	1 атм=750 мм рт.ст.=1,013·10^5 Па
Коефіцієнт в’язкості	η	Паскаль-секунда	Па·с	

Таблиця 2

ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ СТАЛІ

Фізична постійна	Позначення	Значення
Нормальне прискорення вільного падіння	g	9,81 м/с^2
Гравітаційна стала	G	6,67·10^{-11} м^3/(кг·с^2)
Швидкість світла у вакуумі	c	3·10^8 м/с
Елементарний заряд	e	1,6·10^{-19} Кл
Електрична стала	ε_0	8,85·10^{-12} Ф/м
Магнітна стала	μ_0	4π·10^{-7} Гн/м
Стала Планка	h	6,63·10^{-34} Дж·с
Молярна газова стала	R	8,31 Дж/(моль·К)
Стала Авогадро	N_A	6,02·10^{23} моль$^{-1}$
Стала Больцмана	k	1,38·10^{-23} Дж/К
Атомна одиниця маси	а.о.м.	1,66·10^{-27} кг
Стала Рідберга	R	1,1·10^7 м$^{-1}$

Таблиця 3

КРАТНІ ТА ЧАСТКОВІ ОДИНИЦІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Приставка	Множник	Позначення	Приставка	Множник	Позначення
піко	10^{-12}	п	дека	10^{1}	да
нано	10^{-9}	н	гекто	10^{2}	г
мікро	10^{-6}	мк	кіло	10^{3}	к
мілі	10^{-3}	м	мега	10^{6}	М
санти	10^{-2}	с	гіга	10^{9}	Г
деци	10^{-1}	д	тера	10^{12}	Т

Таблиця 4

ДЕЯКІ АСТРОНОМІЧНІ ВЕЛИЧИНИ

Найменування	Значення
Радіус Землі	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Маса Землі	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радіус Сонця	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Маса Сонця	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг

Таблиця 5

ГУСТИНА ТВЕРДИХ ТІЛ, кг/м^3

Найменування	Значення	Найменування	Значення
Алюміній	2700	Олово	**7200**
Мідь	**8930**	Сталь	**7700**

Таблиця 6

МОЛЯРНА МАСА ГАЗІВ, кг/моль

Назва газу	Формула	Молярна маса, 10^{-3} кг/моль
Водень	H_2	2
Гелій	He	4
Метан	CH_4	16
Аміак	NH_3	17
Вода (пара)	H_2O	18

Неон	Ne	20
Азот	N_2	28
Оксид вуглецю	CO	28
Повітря	—	29
Етан	C_2H_6	30
Кисень	O_2	32
Сірководень	H_2S	34
Аргон	Ar	40
Вуглекислий газ	CO_2	44,
Пропан	C_3H_8	44
Озон	O_3	48
Хлор	Cl_2	71
Криптон	Kr	84

ЛІТЕРАТУРА

1. Воловик П.М. Фізика. (Підручник для університетів). – К.; Ірпінь: Перун, 2005. – 864 с.

2. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. У трьох томах. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 2006. – 532 с.

4. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. К.: Техніка, 2004. – 560 с.