

**М. Б. КОСОЙ
О. В. ДЕМІДЮК
Н. І. АЛЕКСАНДРОВСЬКА**

ГІДРОМЕХАНІКА СУДНОВИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ І КОМПЛЕКСІВ

Навчальний посібник

За редакцією
к. т. н., доцента М. Б. Косого

Одеса • 2026 • Олді+

УДК 629.017:62-182.35/.38(075.8)
0-75

Рецензенти:

Ольга Хлієва, доктор технічних наук, професор, завідувачка кафедри суднових допоміжних установок і холодильної техніки НУ «Одеська морська академія»;

Андрі Печенюк, кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри теорія і устрою судна НУ «Одеська морська академія»

*Рекомендовано до друку рішенням Вченої ради
Одеського національного морського університету
(протокол № 12 від 22.04.2026 р.)*

Косой М. Б.

0-75 Гідромеханіка суднових технічних систем і комплексів : навчальний посібник / М. Б. Косой, О. В. Демідюк Н. І. Александровська ; за ред. к. т. н., доцента М. Б. Косого. – Одеса : Олді+, 2026. – 144 с.

ISBN 978-617-8559-94-6

Навчальний посібник присвячено вивченню основ гідромеханіки та їх практичному застосуванню в суднобудуванні, судновому машинобудуванні й експлуатації суднових технічних систем. У посібнику викладено основні теоретичні положення, розрахункові залежності, приклади розв'язання типових задач, а також завдання для самостійної роботи здобувачів вищої освіти.

У матеріалі розглянуто фізико-механічні властивості рідин і газів, закони рівноваги та руху рідин, гідростатичний тиск, основи гідродинаміки, явища кавітації та інші процеси, що мають важливе значення для морської інженерної практики. Особливу увагу приділено прикладним задачам, пов'язаним із судновими цистернами, трубопроводами, паливними, вантажними й гідравлічними системами, а також із процесами, характерними для роботи суднових технічних засобів.

Посібник призначений для здобувачів вищої освіти за спеціальностями J5 «Морський та внутрішній водний транспорт», зокрема спеціалізацією J5.02 «Управління судновими технічними системами і комплексами», та G11 «Машинобудування» зокрема спеціалізацією G11.04 «Суднобудування». Видання може бути використане під час вивчення дисциплін гідромеханічного циклу, проведення практичних занять, організації самостійної роботи, а також підготовки до поточного й підсумкового контролю знань.

УДК 629.017:62-182.35/.38(075.8)

ISBN 978-617-8559-94-6

© М. Б. Косой, О. В. Демідюк Н. І. Александровська, 2026

ЗМІСТ

Вступ	4
Розділ I. Основи гідромеханіки та фізичні властивості рідин.	
Загальні відомості та розрахункові формули	
Загальні відомості та розрахункові формули.	6
Приклади розв'язання задач.	13
Задачі для самостійного виконання.	15
Розділ II. Рівновага рідини	
Загальні відомості та розрахункові формули.	18
Приклади розв'язання задач.	18
Задачі для самостійного виконання.	27
Розділ III. Вплив рідини, що спочиває, на поверхню твердого тіла	
Загальні відомості та розрахункові формули.	41
Приклади розв'язання задач.	45
Задачі для самостійного виконання.	47
Розділ IV. Плавання тіл у рідині	
Загальні відомості та розрахункові формули.	68
Приклади вирішення характерних задач з поясненнями.	69
Задачі для самостійного виконання.	72
Розділ V. Механіка одномірного руху рідини	
Загальні відомості та розрахункові формули.	77
Приклади вирішення характерних задач з поясненнями.	80
Задачі для самостійного виконання.	82
Розділ VI. Витікання з отворів	
Загальні відомості та розрахункові формули.	95
Приклади вирішення характерних задач з поясненнями.	97
Задачі для самостійного виконання.	101
Розділ VII. Основи теорії подібності	
Загальні відомості та розрахункові формули.	127
Приклади вирішення характерних задач з поясненнями.	131
Задачі для самостійного виконання.	132
Додаток	139

ВСТУП

Сучасний розвиток морського та внутрішнього водного транспорту, суднобудування, суднової енергетики й технічних систем потребує висококваліфікованих фахівців, здатних поєднувати фундаментальні знання з практичними інженерними навичками. Однією з дисциплін, що забезпечує таку підготовку, є гідромеханіка – наука, яка вивчає закони рівноваги та руху рідин, а також їхню взаємодію з твердими тілами й газоподібними середовищами.

Гідромеханіка має важливе значення для професійної підготовки бакалаврів за спеціальностями J5 Морський та внутрішній водний транспорт і G11 Машинобудування, оскільки її положення становлять основу для розуміння багатьох процесів, що відбуваються під час експлуатації судна, роботи суднових технічних систем, проектування елементів корпусу та обладнання, розрахунку трубопровідних мереж, резервуарів, насосних установок, систем охолодження, паливоподачі, водовідведення та інших інженерних систем.

Вивчення дисципліни сприяє формуванню у здобувачів знань про фізичні властивості рідин і газів, основні закони гідростатики та гідродинаміки, принципи визначення тиску на поверхні, закономірності руху потоків, особливості витікання рідини через отвори й насадки, методи оцінювання втрат напору в трубопроводах, а також засади моделювання гідромеханічних явищ. Ці знання мають не лише теоретичне, а й безпосереднє практичне значення для майбутньої професійної діяльності.

Особливістю цього навчального посібника є його прикладна спрямованість. Теоретичний матеріал у ньому поєднується з прикладами розв'язання типових задач, наближених до інженерної практики. Такий підхід дозволяє здобувачам краще засвоїти основні положення дисципліни, навчитися застосовувати формули та закономірності до конкретних технічних ситуацій, аналізувати результати розрахунків і робити обґрунтовані інженерні висновки.

Метою вивчення навчального посібника є засвоєння основних закономірностей механіки рідин і газів, оволодіння методами інженерних розрахунків та набуття практичних умінь, необхідних для розв'язання професійно орієнтованих задач у галузі морського транспорту та суднобудування.

Основними завданнями посібника є:

- систематизація базових теоретичних знань з гідромеханіки;
- формування навичок аналізу гідростатичних і гідродинамічних процесів;
- оволодіння методикою розв'язання типових інженерних задач;
- підготовка здобувачів до вивчення спеціальних дисциплін;
- розвиток здатності застосовувати теоретичні положення у практиці суднобудування та експлуатації суднових технічних систем.

Матеріал посібника може бути використаний під час лекційних, практичних і самостійних занять, а також у процесі підготовки до модульного контролю, заліків та іспитів. Його зміст орієнтований на формування у майбутніх бакалаврів цілісного уявлення про гідромеханічні процеси та їх роль у професійній діяльності фахівця морської й суднобудівної галузі.

Розділ I

ОСНОВИ ГІДРОМЕХАНІКИ ТА ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИН. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ТА РОЗРАХУНКОВІ ФОРМУЛИ

Загальні відомості та розрахункові формули

Гідромеханіка – наука про закони руху та рівноваги рідин, а також механічної взаємодії між рідинами та твердими тілами та поверхнями, вивчається за навчальними планами всіх основних спеціальностей кораблебудівних інститутів та факультетів. У прикладній гідромеханіці немає необхідності враховувати молекулярну будову рідини. Побудова її теорії та розв'язання задач засновані на гіпотезі суцільності, згідно з якою передбачається, що речовина розподілена по зайнятому простору безперервно і властивості рідини та параметри течії безперервні в цьому просторі.

Використовуючи у вирішенні гідромеханічних задач спрощені моделі рідини, завжди слід чітко представляти допустимі області їх застосування і з необхідною для вирішення поставленої задачі точністю оцінювати фізико-механічні властивості рідкого або газоподібного середовища, що рухається. Дуже важлива особливість законів – плинність речовини в рідкому та газоподібному стані полягає в тому, що за відсутності впливу стисливості газів, тобто при швидкостях, малих у порівнянні зі швидкістю звуку, або незначних об'ємах газу, закони руху для рідин і газів є загальними. У той же час можливість фазових переходів у середовищі, що рухається, внаслідок зміни тиску і температури може істотно впливати на перебіг і супутні йому явища і повинна контролюватись при вирішенні гідроаеродинамічних завдань. Характерними прикладами у цьому відношенні є дуже поширені на практиці суднобудування

та судового машинобудування кавітація, конденсація вологи, виділення роси тощо.

Основні властивості рідин характеризуються: густиною ρ , динамічним μ та кінематичним ν коефіцієнтами в'язкості, тиском насичених парів p_n . За гіпотезою суцільності густина в точці неоднорідної рідини можна розглядати як ліміт відношення маси ΔM частинки рідини до її об'єму ΔV :

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}. \quad (1.1)$$

У міжнародній системі одиниць (The International System of Units) основними одиницями є: маса M , кг; довжина L , м; час. T , с. Одиницею сили в цій системі є Ньютон (Н) – сила, що повідомляє тілу масою 1 кг, прискорення 1 м/с^2 .

У системі МКГСС, що мала переважне поширення в техніці до введення системи СІ, для характеристики густини розподілу речовини використовується питома вага, значення якого в точці неоднорідної рідини є межею відношення ваги частки ΔG до її обсягу:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta G}{\Delta V}. \quad (1.2)$$

Одиниця густини в СІ – кг/м^3 , в МКГСС – $\text{кгс} \cdot \text{с}^2/\text{м}^2$. Питома вага вимірюється в МКГСС кгс/м^3 , в СІ – Н/м^3 або $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}^2)$.

Густина різних речовин у рідкому стані порівняно незначно змінюється під впливом тиску, температури, а також різних домішок (розчинене повітря, солі тощо). Однак при вирішенні деяких гідромеханічних завдань слід враховувати ці зміни. Характерним щодо цього є зміна плавучості і, як наслідок, зміна осадки суден при переході в акваторії з іншою солоністю води. Залежить від температури густина нафти і нафтопродуктів; це вимагає обліку під час вирішення низки гідромеханічних завдань.

У додатку в таблиці 1 наведено значення щільності води, вільної від повітря, залежно від температури, у таблиці 2 – щільність морської води залежно від її солоності, а таблиці 3 – щільність найбільш поширених у техніці рідин та повітря при кількох тисках та температурах. Для оцінки густини рідин та газів при тисках і температурах, відмінних від наведених, можна

використовувати аналітичні залежності. Густина газів можна визначати за рівнянням стану:

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad (1.3)$$

де R – питома газова постійна, рівна для повітря 287,04 Дж/(кгК), для водяної пари 461,5 Дж/(кгК); T – термодинамічна температура, К.

Густина нафти та нафтопродуктів змінюється в залежності від їх сорту та температури. Зі зростанням температури щільність зменшується в діапазоні від нуля приблизно до 60 °С практично за лінійним законом, що дозволяє використовувати для її розрахункового визначення формулу

$$\rho = \rho_0 - k_0 (T - 273), \quad (1.4)$$

де ρ_0 – густина при 0 °С; k_0 – коефіцієнт, що характеризує залежність густини від температури, кг/(м³·°С). Значення ρ_0 і k_0 для основних вітчизняних нафт і палив наведено в додатку в таблиці 4.

Коефіцієнт динамічної в'язкості μ є коефіцієнтом пропорційності між компонентами напруження внутрішніх сил, обумовлених в'язкістю, і відповідними компонентами відносних швидкостей деформації. У найпростішому випадку ламінарного перебігу вздовж необмеженої плоскої поверхні зв'язок між дотичними складовими напруги поверхневих сил і швидкістю деформації зсуву виражається формулою Ньютона:

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial n}, \quad (1.5)$$

де $\frac{\partial v}{\partial n}$ – градієнт зміни швидкості по нормалі n .

Рідини і гази, для яких виконується зв'язок між напругами внутрішніх сил і швидкостями деформацій, що виражається рівнянням (1.5), нині прийнято називати ньютонівськими. До них відносяться насамперед повітря і вода, а також інші гази, легкі сорти нафтопродуктів, кислоти та інші середовища, що використовуються в техніці в рідкому та газоподібному стані.

Рідини, що підкоряються складнішим реологічним законам, відмінним від закону тертя Ньютона, називають неньютонівськими. Одиниці динамічного коефіцієнта в'язкості випливають із формули (1.5): $[\mu] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$ або $[\mu] = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$. Одиниця динамічної в'язкості, що рівна 0,1 Па·с, носить назву пуаз на прізвище французького вченого Пуазейля, що знайшов рішення задачі про ламінарному перебігу в'язкої рідини в циліндричних трубах.

Відношення динамічної в'язкості до густини називають коефіцієнтом кінематичної в'язкості $\nu = \frac{\mu}{\rho}$. Його одиниця виміру – м²/с. Одиницю кінематичної в'язкості, рівну 10^{-4} м²/с = 1 см²/с називають stokсом, на прізвище англійського вченого-гідромеханіка, який отримав диференціальні рівняння руху в'язкої рідини.

В'язкість речовин у рідкому стані з підвищенням температури зменшується, що потребує обліку при виконанні гідродинамічних розрахунків, постановці та обробці результатів експериментів. Цю властивість рідин використовують у техніці, вдаючись у деяких випадках до підігріву в'язких рідин, що перекачуються по трубопроводних системах. Системами підігріву рідкого вантажу обладнають сучасні танкери, що висуває відповідні гідромеханічні завдання.

У додатку в таблиці 5 наведено коефіцієнти в'язкості води залежно від температури на лінії насичення, а в таблиці 6 – значення кінематичної в'язкості ряду нафтопродуктів у діапазоні від 0 до 60 °С.

Коефіцієнт кінематичної в'язкості нафт і нафтопродуктів у напівлогарифмічному масштабі зображується лінійною функцією температури в діапазоні від 30 до 100 °С і вище залежно від сорту нафти або нафтопродукту. Це дозволяє використовувати для оцінки кінематичної в'язкості нафт нафтопродуктів аналітичний вираз, отриманий обробкою експериментальних даних:

$$\lg \nu = \lg \nu_0 - k_0 (T - 273), \quad (1.6)$$

де ν_0 – коефіцієнт кінематичної в'язкості при 0 °С, м²/с; k_0 – коефіцієнт, що характеризує зміну кінематичної в'язкості

залежно від температури та роду рідини, $\text{м}^2/(\text{с} \cdot ^\circ\text{C})$. У додатку в таблиці 7 наведено значення ν_0 і k_0 для основних вітчизняних нафт і нафтопродуктів, а також деяких інших рідин.

Динамічну в'язкість завжди можна визначити за відомими значеннями щільності і кінематичної в'язкості, виходячи з співвідношення $\mu = \nu \rho$. Для наближеної оцінки коефіцієнта динамічної в'язкості рідин можна використовувати аналітичний вираз виду:

$$\mu = \mu_\infty + \frac{a_\mu}{T}, \quad (1.7)$$

в якому постійні μ_∞ та a_μ визначаються за значеннями μ_1 та μ_2 при температурах T_1 та T_2 , що призводить до розрахункової формули:

$$\mu = \frac{\mu_2 T_2 - \mu_1 T_1}{T_2 - T_1} + \frac{\mu_2 - \mu_1}{T_2 - T_1} \frac{T_2 T_1}{T}.$$

У цьому виразі та у формулі (1.7) під температурою T , T_1 , T_2 слід розуміти її перевищення над температурою загусання.

На відміну від рідин динамічна в'язкість газів із зростанням температури збільшується. Коефіцієнт динамічної в'язкості повітря в області невеликих тисків не залежить від нього і може визначатися за спрощеною формулою:

$$\mu = \mu_0 - k_\mu (T - 273), \quad (1.8)$$

де μ_0 – коефіцієнт динамічної в'язкості при $T = 273 \text{ К}$; k_μ – коефіцієнт, що характеризує залежність динамічної в'язкості газу від температури $\text{Н} \cdot \text{с}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$.

В одиницях СІ для повітря $\mu_0 = 1,679 \times 10^{-5} \text{ Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2$, $k_\mu = 5,69 \times 10^{-8} \text{ Н} \cdot \text{с}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$; в одиницях МКГСС $\mu_0 = 1,712 \times 10^{-6} \text{ кгс}/\text{м}^2$.

Для обчислення динамічної в'язкості газів використовують напівемпіричну формулу Сатерленда:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{0,5} \frac{T_0 + C}{T + C}, \quad (1.9)$$

де μ і μ_0 – динамічна в'язкість газу при термодинамічній температурі T і T_0 відповідно; C – постійна Сатерленда, К. Для повітря приймають $C = 117 \text{ К}$, для водяної пари $C = 650 \text{ К}$.

Масові сили $\bar{R}_m$, що діють у рідині, характеризують вектором напруги $\bar{F}$

$$\bar{F} = \lim_{\Delta M \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}_m}{\Delta M} = \frac{1}{\rho} \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}_m}{\Delta V}. \quad (1.10)$$

Одиниця напруги масових сил збігається з одиницею прискорення – $\text{м}/\text{с}^2$.

Поверхневі сили $\bar{R}_n$, що діють на площинку ΔS із зовнішньою по відношенню до об'єму нормаллю $\bar{n}$, що розглядається, характеризують вектором напруги поверхневих сил $\bar{p}_n$:

$$\bar{p}_n = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}_n}{\Delta S}. \quad (1.11)$$

Індекс n означає, що $\bar{p}_n$ діє на площинку із напрямком зовнішньої нормалі $\bar{n}$.

Одиниця напруження поверхневих сил впливає з рівності (1.11) і в СІ дорівнює $\text{Н}/\text{м}^2$. Цій одиниці надано назву паскаль ($1 \text{ Н}/\text{м}^2 = 1 \text{ Па}$) на прізвище французького вченого Паскаля, якому належить відкриття одного з гідростатичних законів. Вектор напруженості $\bar{p}_n$ для будь-якого майданчика може бути розкладений на нормальну та дотичні складові; останні відсутні в рідині, що покоїться, і при русі умовної нев'язкої рідини. Напруга внутрішніх сил у рідині, взята зі зворотним знаком, називають гідростатичним тиском і позначають p .

У техніці та природі у звичайних умовах поширені тиски, що значно перевищують 1 Па . Нормальний атмосферний тиск складає 760 мм рт. ст. , що дорівнює $101\,318 \text{ Па}$ або приблизно 1013 гПа (гектопаскалів) та відповідно $0,1013 \text{ МПа}$ (мегапаскалів). З цієї причини тиск виражають у гекто-, кіло- та мегапаскалях.

Виходячи з основного закону гідростатики нестискаємої рідини, тиск можна виражати висотою стовпа рідини, що зручно при використанні гідростатичних приладів для вимірювання тиску та наочно при виконанні інженерних розрахунків. Допустимо, що насос повинен забезпечувати підйом води на висоту 50 м ; очевидно, що тиск і відповідно напір, що розвиваються насосом, повинні бути більшими за 50 м водяного стовпа.

В інженерній практиці та при дослідженнях поряд з паскалями тиск виражають у метрах водяного стовпа, або у міліметрах ртутного стовпа. У техніці досі використовується позасистемна одиниця технічна атмосфера, що дорівнює 1 кгс/см^2 . Ця одиниця зручна тим, що незначно відрізняється від нормального атмосферного тиску. У зв'язку з тим, що студенти, які вивчають гідромеханіку, повинні досконало опанувати способи вимірювання гідромеханічних величин в рідині, що покоїться і рухається, в додатку в таблиці 10 наведено коефіцієнти переходу від одиниць МКГСС до СІ для величин ρ , γ , μ та ν , а в таблиці 11 аналогічні дані тиску.

Будь-яка речовина може перебувати у трьох основних агрегатних станах: твердому, рідкому та газоподібному. Перехід з одного агрегатного стану як у спокої, так і в русі відбувається при цілком певних поєднаннях тиску і температури і може істотно впливати на характер течії і супроводжуючих його явищ.

Виникнення парогазових бульбашок і порожнин у рідині, що рухається починається при зниженні тиску до значень, близьких до тиску насичених парів, і викликає так звану кавітацію. Для можливості розгляду завдань на цю тему в додатку в таблиці 8 дано значення тиску насиченої водяної пари в діапазоні температур від 30 до 50 °С, що охоплює температурну область звичайних течій води.

Кавітаційні явища можуть виникнути при перебігу різних рідин. Для суднобудування характерні кавітаційні явища у вантажних системах під час перекачування нафти та нафтопродуктів на танкерах. Слід звернути увагу на те, що підігрів нафтопродукту, що перекачується, знижуючи його в'язкість і тим самим сприяючи зменшенню витрат енергії на перекачування, підвищує тиск насичених парів середовища. А це призводить до виникнення кавітації при менших швидкостях та висотах всмоктування.

Для можливості вирішення завдань на цю тему пропонується використовувати наближену формулу, отриману обробкою експериментальних даних, що дозволяє оцінювати тиск насиченої пари нафт і нафтопродуктів:

$$p_n = p_0 + k_p (T - 273)^2,$$

де p_0 – тиск насиченої пари при температурі 273 К, Па; k_p – коефіцієнт, що характеризує зміну тиску насиченої пари залежно від температури, Па/°С.

Значення величин p_0 і k_p стосовно основних вітчизняних сортів нафти для діапазону температур від 0 до 40...60 °С представлені в додатку в таблиці 9.

Приклади розв'язання задач

Задача № 1.1

Рівень мазуту у вертикальному циліндровому баку діаметром $D=2 \text{ м}$ за деякий час знизився на $\Delta h=0,5 \text{ м}$. Визначити кількість витраченого мазуту, якщо щільність його при температурі навколишнього середовища 20 °С дорівнює $\rho=990 \text{ кг/м}^3$.

Рішення. Об'єм витраченого мазуту

$$W = \omega \Delta h = \frac{\pi D^2}{4} \Delta h = 1,57 \text{ м}^3.$$

Маса витраченого мазуту $M=W \times \rho=1,57 \times 990=1555,43 \text{ кг}$.

Задача № 1.2

За умовами гідравлічного випробування водопроводу діаметром $d=200 \text{ мм}$ і довжиною $l=1000 \text{ м}$ тиск має бути піднятий від атмосферного до 2 МПа. Визначити об'єм води, який буде потрібно додатково подати у водопровід. Деформацією труб знехтувати.

Рішення. Додатковий об'єм води, який потрібно буде подати у водопровід, знайдемо за формулою $\Delta W = \beta_w W \Delta p$. В кінці гідравлічного випробування в трубопроводі кількість води буде більша

на величину ΔW : $W = W_{\text{тр}} + \Delta W$, звідки $\Delta W = \beta_w W \Delta p (W_{\text{тр}} + \Delta W)$, остаточно $\Delta W = \frac{\beta_w \Delta p W_{\text{тр}}}{1 - \beta_w \Delta p}$. Об'єм труби $W_{\text{тр}} = \frac{\pi d^2}{4} l = 31,4 \text{ м}^3$, коефіцієнт об'ємного стискання $\beta_w=0,5 \times 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$. Тоді $\Delta W=31,4 \times 10^{-3} \text{ м}^3$.

Задача № 1.3

Визначити об'єм розширювальної посудини $W_{\text{рп}}$, який необхідно встановити в системі водяного опалювання з об'ємом води W , якщо відомо, що максимальна різниця температур води в подавальному і зворотному трубопроводах $\Delta T = 25^\circ\text{C}$. Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним. Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води $\beta_T = 0,0006 (1^\circ\text{C})^{-1}$.

Рішення. Об'єм розширювальної посудини можна знайти, користуючись формулою $\Delta W = \beta_T \Delta T W$ і умовою $W_{\text{рп}} = 2W$. Тоді $W_{\text{рп}} = 0,045W$.

Задача № 1.4

Теплопостачання району здійснюється по двотрубному теплопроводу (рис. 1.2) з внутрішнім діаметром труб $d_b = 400$ мм довжиною $l_1 = 4000$ м. Витрата мережної води $Q_{\text{м.в.}} = 500$ м³/год. Витрата води для підживлення при температурі води в мережі 95°C $Q_{\text{п.в.}} = 5$ м³/год. Визначити витрату води для підживлення, якщо протягом однієї години проводиться рівномірне підвищення температури води в теплообміннику від 70 до 95°C при незмінному тиску в мережі.

Рішення. Об'єм води в подавальному трубопроводі

$$W_{\text{тп}} = \frac{\pi d^2}{4} l = 502 \text{ м}^3.$$

Оскільки годинна витрата води менша об'єму подавального трубопроводу, то вода з температурою 95°C протягом однієї години не встигне надійти до споживачів і охолотитися. При середньому підвищенні температури води в подавальному трубопроводі на $\Delta T = 0,5(90 - 75) = 12,5^\circ\text{C}$ станеться збільшення об'єму води на величину $\Delta W = \beta_T \Delta T W$. Для води $\beta_T = 6 \times 10^{-4} (1^\circ\text{C})^{-1}$. Тоді $\Delta W = 3,76$ м³/год. Витрата підживлювальної води протягом часу підвищення температури буде дорівнювати $W = Q_{\text{п.в.}} - \Delta W = 1,24$ м³/год.

Задача № 1.5

В опалювальній системі (котел, радіатор, трубопроводи) невеликого будинку міститься $W = 0,4$ м³ води. Скільки води

додатково ввійде в розширювальну посудину під час нагрівання від 20 до 90°C ?

Рішення. Густина води при температурі 20°C дорівнює 998 кг/м³. Маса води в системі $M = W \times \rho_{20} = 0,4 \times 998 \times 399$ кг. Густина води при температурі 90°C дорівнює 965 кг/м³. Об'єм, що займає нагріта вода $W = M / \rho_{90} = 0,414$ м³. Додатковий об'єм ΔW складає $0,014$ м³.

Задачі для самостійного виконання**Задача № 1.6**

Визначити питомий об'єм і питому вагу нафтопродукту, якщо відома його густина $\rho = 910$ кг/м³, прискорення вільного зменшення $g = 9,81$ м/с².

Відповідь: $v = 1,1 \times 10^{-2}$ м³/кг; $\gamma = 8,93 \times 10^3$ Н/м³.

Задача № 1.7

Сталевий барабан піддається гідравлічному випробуванню під надлишковим тиском $2,0$ МПа. Визначити, яку кількість води додатково до первинного об'єму при атмосферному тиску необхідно подати насосом в барабан, якщо його геометрична ємність дорівнює 10 м³. Деформацією барабана нехтувати, коефіцієнт об'ємного ізотермічного стискування води прийняти рівним $\beta_W = 0,5 \times 10^{-9}$ Па⁻¹.

Відповідь: $\Delta W = 0,01$ м³.

Задача № 1.8

Визначити об'єм розширювальної посудини системи водяного опалювання, якщо відомо, що теплова потужність системи $1,047$ ГДж/год. Об'єм води у водогрійних котлах, опалювальних батареях і трубах системи прийняти рівним 30 л на кожні $4,19$ МДж/год теплової потужності. Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним.

Відповідь: $W_{\text{р.п.}} = 0,3375$ м³.

Задача № 1.9

Як зміниться об'єм води в системі опалювання, що має ємність $W_1=100 \text{ м}^3$, після підігрівання води від початкової температури $T_{х.в}=15 \text{ °C}$ до $T_{г.в}=95 \text{ °C}$. Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води прийняти рівним $\beta_T=6 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

Відповідь: $W_2=105,12 \text{ м}^3$.

Задача № 1.10

Визначити зміну об'єму 27 т нафтопродукту в сховищі при коливанні температури від 20 до 50 °C, якщо при $t=2 \text{ °C}$ густина нафтопродукту дорівнює $\beta_{20}=900 \text{ кг/м}^3$, а температурний коефіцієнт об'ємного розширення $\beta_t=0,001 \text{ K}^{-1}$.

Відповідь: $\Delta W = 0,90 \text{ м}^3$.

Задача № 1.11

Межова висота рівня мазуту у вертикальній циліндричній цистерні дорівнює $h_0=10 \text{ м}$ при температурі 0 °C. Визначити, до якого рівня можна налити мазут, якщо температура навколишнього середовища підвищиться до 35 °C. Розширенням цистерни нехтувати, температурний коефіцієнт об'ємного розширення для мазуту прийняти рівним: $\beta_t=0,001 \text{ K}^{-1}$.

Відповідь: $h=9,65 \text{ м}$.

Задача № 1.12

За умовами гідравлічного випробування водопроводу діаметром 150 мм і довжиною $1,5 \times 10^{-3} \text{ м}$ тиск має бути піднятий від атмосферного до 1,9 МПа. Визначити об'єм води, який буде потрібно додатково подати у водопровід. Деформацією труб знехтувати.

Відповідь: додатковий об'єм води становить $23,4 \times 10^{-5} \text{ м}^3$.

Задача № 1.13

Визначити об'єм розширювальної посудини $W_{р.п.}$, який необхідно встановити в системі водяного опалювання з об'ємом води 250 л, якщо відомо, що максимальна різниця температур води в подавальному і зворотному трубопроводах 20 °C. Запас за об'ємом розширювальної посудини прийняти трикратним.

Температурний коефіцієнт об'ємного розширення води $\beta_t=0,0006 \text{ K}^{-1}$.

Відповідь: об'єм розширювальної посудини становить 3 л.

Задача № 1.14

Теплопостачання району здійснюється по двотрубному теплопроводу з внутрішнім діаметром труб 0,38 м довжиною $60 \times 10^3 \text{ м}$. Витрата мережної води 495 $\text{м}^3/\text{год}$. Витрата води для підживлення при температурі води в мережі 95 °C – складають 9 $\text{м}^3/\text{год}$. Визначити витрату води для підживлення, якщо протягом однієї години проводиться рівномірне підвищення температури води в теплообміннику від 70 до 95 °C при незмінному тиску в мережі.

Відповідь: за умов підвищення температури, система скидає воду у бак підживлювальної води в об'ємі 107,2 $\text{м}^3/\text{год}$.

Задача № 1.15

Сталевий водовід з діаметром 200 мм і довжиною 1,1 км, який прокладено відкрито, знаходиться під тиском 21 бар при температурі води 9 °C. Визначити тиск води в водоводі при підвищенні температури води до 14 °C в результаті зовнішнього прогріву.

Відповідь: тиск в водоводі дорівнює 32 бар.

Розділ II РІВНОВАГА РІДИНИ

Загальні відомості та розрахункові формули

У нерухомій рідині відсутні дотичні напруження, а нормальне напруження не залежить від орієнтації площини. Для характеристики поверхневих сил використовують скалярну величину p , яка називається тиском. Нормальні напруження в рідині за звичайних умов можуть бути тільки напруженнями стискання, а тиск вважається позитивним.

Якщо початок координат розташувати на вільній поверхні рідини, від'ємну координату z замінити позитивним вертикальним зануренням точки h , а тиск на вільній поверхні прийняти рівним атмосферному p_a , основне рівняння гідростатики набуває вигляду:

$$p = p_a + \rho g h. \quad (2.1)$$

При вирішенні практичних питань визначальним виявляється надлишковий, або п'єзометричний тиск:

$$p_n = p_a - p = \rho g h, \quad (2.2)$$

де h – п'єзометрична висота.

Для характеристики тиску, меншого за атмосферний, використовують позитивну величину – тиск вакууму:

$$p_v = p_a - p. \quad (2.3)$$

Приклади розв'язання задач

Задача № 2.1

Визначити надлишковий тиск повітря в напірному баку по показникам ртутного манометра, що складений з двох послідовно з'єднаних U-подібних трубок. Верхній рівень води в баку та ртуті і трубка віддалені від горизонтального площини відліку на $h_0 = 2,5$ м, $h_1 = 0,9$ м, $h_2 = 2,0$ м, $h_3 = 0,7$ м, $h_4 = 1,8$ м.

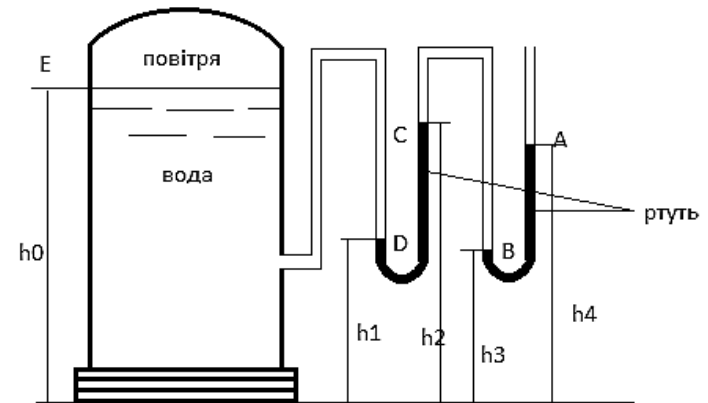


Рис. 2.1 до задачі 2.1
Напірний бак з послідовними манометрами

Рішення. Відповідно до загальних законів гідростатики, тиск в правому манометрі на рівні h_3 складається з атмосферного та тиску стовпа ртуті висотою $h_4 - h_3$:

$$p_B = p_A + \rho_{\text{рт}} g (h_4 - h_3).$$

Аналогічно

$$p_C = p_B - \rho_{\text{в}} g (h_2 - h_3),$$

$$p_D = p_C + \rho_{\text{рт}} g (h_2 - h_1),$$

$$p_E = p_D - \rho_{\text{в}} g (h_0 - h_1).$$

Склавши рівності та враховуючи, що

$$p_A = p_a, \quad p_E = p_A + p_n,$$

отримаємо

$$p_n = \rho_{\text{рт}} g [(h_4 - h_3) + (h_2 - h_1)] - \rho_{\text{в}} g [(h_2 - h_3) + (h_0 - h_1)] = 2,65 \times 10^3 \text{ гПа}.$$

Остання формула легко поширюється на будь яке число U-подібних трубок; надлишковий тиск визначається як сума усіх перепадів стовпів ртуті за відрахуванням стовпів води.

Задача № 2.2

Визначити надлишковий тиск p_2 у верхньому циліндрі гідравлічного мультиплікатора, якщо показник p_m пружинного манометра

що розташований вище нижнього краю поршня на $h=2$ м, дорівнює $4,47 \times 10^3$ гПа. Вага поршня $G=3924$ Н, діаметри $D=0,4$ м, $d=0,1$ м, щільність масла $=900$ кг/м³.

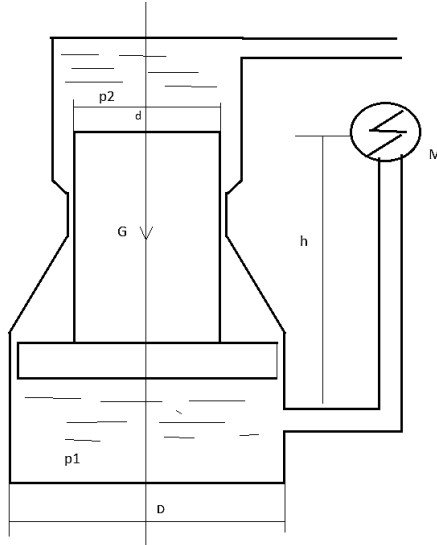


Рис. 2.2 до задачі № 2.2
Схема гідралічного мультиплікатора

Рішення. Для поршня мультиплікатора, що знаходиться і рівновазі справедлива рівність

$$R_1 = G + R_2,$$

де $R_1 = \frac{p_1 \pi D^2}{4}$ – сила тиску масла, прикладена знизу до широкої частини поршня; $R_2 = \frac{p_2 \pi d^2}{4}$ – сила тиску, прикладена зверху до вузької частини поршня.

Надлишковий тиск під поршнем відрізняється від показників манометра на величину, що відповідає висоті h :

$$p_1 = p_M + \rho g h.$$

Після підстановки значення p_1 отримаємо вираз для p_2 :

$$p_2 = (p_M + \rho g h) \frac{D^2}{d^2} - \frac{4G}{\pi d^2} = 7 \text{ МПа}.$$

Задача № 2.3

Визначити рівнодіючу гідростатичних тисків, прикладених до своєї квадратної перетину з стороною $b=20$ см; сили, що діють зі сторони рідини на усі грані своєї, та встановлюючий момент. Свая забита в ґрунт на глибину $H=4$ м під кутом $\theta=60^\circ$ до горизонту, вода прісна.

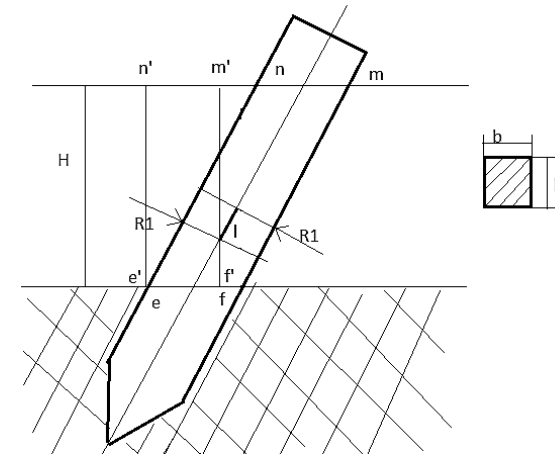


Рис. 2.3 до задачі № 2.3
Свая, що вбита в дно водойми

Рішення. Кожна грань своєї є плоскою площадкою, результуюча сил тиску на яку обчислюється за формулою $R_1 = \rho g h_c S$. Оскільки усі грані мають однакову площину $S = \frac{abH}{\sqrt{3}}$, то до кожної грані зі сторони води прикладена сила $R_1 = 18150H$.

Сили діють по нормалі до граней та спрямовані попарно назустріч одна до одної. Значить, що рівнодіюча усієї своєї $R_1 = 0$.

Такий же результат можна отримати інакше. Поки свая не торкнулася ґрунту (положення $e'f'nm$) за законом Архімеда на неї діє відштовхуюча сила

$$R_b = \rho g V_{e'f'nm} = \rho g H S_{e'f'}.$$

При торканні сваї з ґрунтом зникає діюча на торець вертикальна сила

$$R_2 = \rho g H S_{ef}$$

після чого рівнодіюча, що прикладена до сваї, $R = R_b - R_2$.

Рішення, що базується на використанні закону Архімеда дає можливість поширити результат на сваї любого поперечного перетину.

Встановлюючий момент, що діє на сваю, виникає як результат пари сил R_1 , що прикладені до нахилених граней en і fn на однаковій глибині $h_D = \frac{2H}{3}$:

$$M = R_1 l = \frac{\rho g b^2 H^2}{3} = 2090 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Задача № 2.4

У посудині з площею $a \times b$ у воді з щільністю ρ плаває крига об'ємом V_0 та щільністю ρ_0 . Як зміниться рівень води h і посудини, якщо крига розтане (температуру води та криги вважати 0°C)?

Рішення. Вага криги $G = \rho_0 g V_0$. По закону Архімеда тіло, що плаває, витискає рідини в об'ємі $V' = G_0 / \rho g$. Розтанула крига буде мати об'єм $V'' = V_0 \rho_0 / \rho$.

Оскільки $V' = V''$, рівень рідини в посудині не зміниться.

Задача № 2.5

Знайти рівняння поверхні рівного тиску та закон розподілу тиску у резервуарі з рідиною, що рухається з постійним прискоренням a по нахиленій площині під кутом β до горизонту. Визначити результуючі сили тиску на дно та задню стінку резервуару, враховуючи його прямокутним паралелепіпедом з розмірами $L \times B \times H$ та заповненим наполовину.

Рішення. Задачу можна вирішувати методом гідростатики, так як при постійному прискоренні рідина буде нерухома відносно стінок резервуару. Зручно використовувати пов'язані з резервуаром прямокутні координати l, s , одна з яких спрямована проти

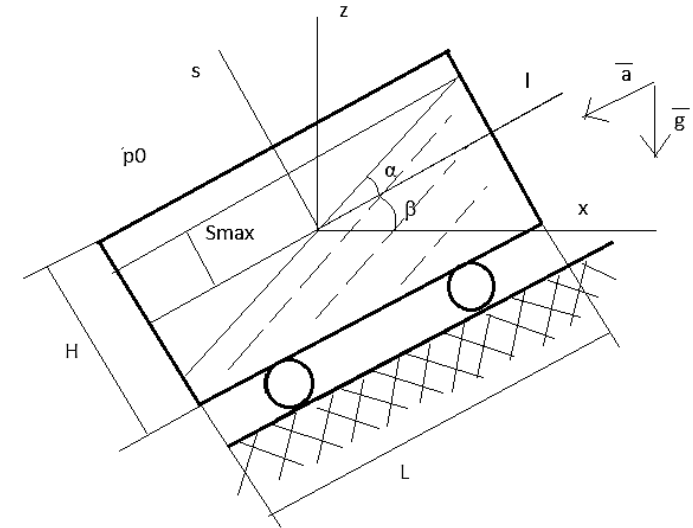


Рис. 2.4 до задачі № 2.5
Рух резервуару з рідиною

прискорення. Для пошуку вектора напруження і потенціалу напруження масових сил слід врахувати, що відповідно по принципу Д'аламбера, сили інерції повинні бути включені до рівнянь руху з зворотним знаком. Таким чином, проєкції вектору напруження масових сил:

$$F_l = a - g \times \sin \beta, F_s = -g \times \cos \beta.$$

Вектор напруження є градієнтом потенціалу напруження масових сил:

$$F_l = \frac{\partial U}{\partial l}, F_s = \frac{\partial U}{\partial s}.$$

Знайдемо потенціал:

$$U = (a - g \times \sin \beta) l - g \times s \times \cos \beta + C.$$

Підставимо його до виразу тиску:

$$p = \rho [(a - g \times \sin \beta) l - g \times s \times \cos \beta] + p_0.$$

З останнього відношення отримаємо рівняння для поверхні постійного тиску:

$$s = \frac{(a - g \times \sin\beta)}{\cos\beta} \frac{l}{g} + s_0,$$

що представляють з себе паралельні площини з кутом нахилу до напрямку руху.

Значення p_0 та s_0 залежать від положення початку координат і об'єму рідини. Оскільки об'єм нестискаємої рідини не залежить від прискорення, вільна поверхня при заданому наповненні резервуару буде проходити крізь його центр при довільному a . У цій точці зручно помістити початок координат. Якщо тиск на вільній поверхні атмосферний, то межева умова $p=p_a$ при $l=s=0$ дає $p_0=p_a$ та надлишковий тиск у рідині:

$$p_n = p - p_a = \rho[(a - g \times \sin\beta) l - g \times s \times \cos\beta].$$

Рівняння вільної поверхні наслідок з умов атмосферного тиску на неї:

$$S_{\text{вп}} = l \times \frac{a - g \times \sin\beta}{g \times \cos\beta} = l \times \tan\alpha.$$

Вид виразу для $\tan\alpha$ каже, що нахил вільної поверхні тим більший, чим більше прискорення. Вільна поверхня горизонтальна при $a=0$, паралельна дну резервуару при $a=g \sin\beta$, досягає верхнього краю задньої стінки при $a = g \left(\sin\beta + \frac{H}{L} \cos\beta \right)$, та прямує до осі s при $a \rightarrow \infty$.

Загальні формули для результуючих сил тиску на дно S_1 та задню стінку S_2 мають вигляд:

$$R_1 = \int_{S_1} p_n dS \mid s = -0,5H, \quad R_2 = \int_{S_2} p_n dS \mid l = -0,5L.$$

Але розмір області інтегрування залежить від співвідношення кутів α та α_0 . При $\alpha < \alpha_0$ дно повністю закрито рідиною, задня стінка змочена до висоти $S_{\text{max}} = S_{\text{вп}} = L \times \tan \frac{\alpha}{2}$. При $\alpha > \alpha_0$ повністю закрыта задня стінка, а на дні рідина починається з координати $l_{\text{min}} = l_{\text{вп}} = -0,5H \times \tan\alpha$. В результаті при $\alpha < \alpha_0$:

$$R_1 = 0,5\rho LBH g \cos\beta, \quad R_2 = - \frac{\rho B [L(a - g \times \sin\beta) + H g \cos\beta]^2}{8 g \cos\beta}.$$

При $\alpha > \alpha_0$:

$$R_1 = \frac{\rho B [L(a - g \times \sin\beta) + H g \cos\beta]^2}{8(a - g \times \sin\beta)}, \quad R_2 = 0,5\rho LBH (a - g \times \sin\beta).$$

Задача № 2.6

На якій відстані від осі рівномірно обертового посуду радіусом R рівень рідини, налитой у посудину, залишиться незмінним?

Рішення. 1. Відповідно до рисунку підвищення будь-якої точки вільної поверхні над початком координат (рис. 2.5):

$$z = (\omega^2 r^2) / (2g),$$

де r – радіус даної точки.

2. На стінці циліндру:

$$Z_0 = (\omega^2 R^2) / (2g),$$

де R – радіус циліндру.

3. Висота рідини над початком координат у нерухомому посуді визначається рівнянням об'єму:

$$\pi R^2 h = \int_0^R z 2\pi r dr,$$

$$\text{де } h = \frac{\omega^2}{4g} R^2 = \frac{Z_0}{2}.$$

4. Положення крапок з незмінним рівнем маємо знайти з рівняння: $z=h$, звідки для радіусу цих крапок отримаємо вираз: $r=R/\sqrt{2}$.

Задача № 2.7

Визначити форму вільної поверхні рідини в паливному відсіку судна (рис. 2.6) при рівномірно уповільненому русі під час зупинення із прискоренням $(-a)$ м/с².

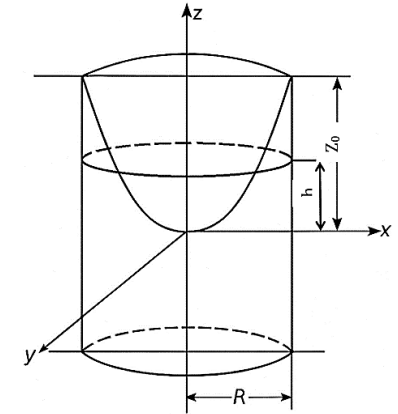


Рис. 2.5

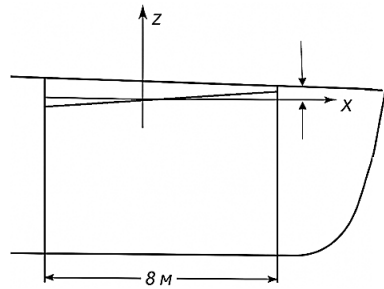


Рис. 2.6

Чи буде переливатися паливо через відкритий горловинний люк на палубі біля носової перебірки, якщо прискорення складає $0,15 \text{ м/с}^2$, довжина відсіку 8 м , а рівень палива при рівномірному русі судна не доходив до палуби на 15 см ?

Рішення. 1. Проекції об'ємних сил на одиницю маси:

$$X=a; Y=0; Z=-g.$$

2. За умови, що начало координат прийнято по середині довжини цистерни на вільній поверхні рідини в судна, яке знаходиться в покое, рівняння вільної поверхні рідини:

$$\rho(adx-gdz)=0 \Rightarrow z=(a/g)x$$

або

$$adx-gdz=0,$$

звідки маємо отримати:

$$z = \frac{a}{g} x.$$

Вільна поверхня буде уявляти собою нахилену площу, яка проходить через початок координат.

3. Підйом палива біля носової перебірки: $z = 4 \frac{a}{g} = 0,0612 \text{ м}$, що менше висоти повітряного прошарку в цистерні.

Задача № 2.8

Знайти вираз для поверхні рівня прісної води в цистерні шириною $b=10 \text{ м}$, розташованій симетрично відносно діаметральної площини судна, що рухається по колу з постійною кутовою швидкістю $\omega=0,035 \text{ с}^{-1}$. На скільки підніметься рівень води біля зовнішнього борту цистерни, якщо радіус циркуляції $R=80 \text{ м}$?

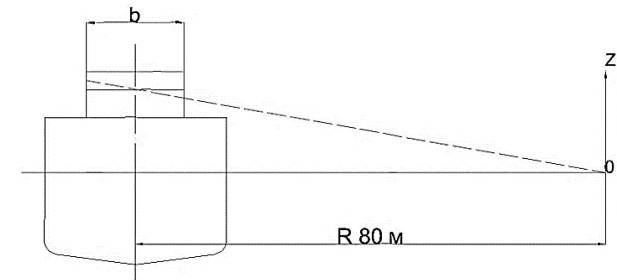


Рис. 2.7

Рішення. 1. Приймаючи початок координат у центрі O кола (рис. 2.7), можна отримати наступне рівняння для поверхні води в цистерні:

$$z=(\omega^2 r^2)/(2g),$$

де r – відстань від точки до центра O .

2. Рівень води біля зовнішнього борту цистерни ($r=R+b/2$):

$$z=0,45 \text{ м}.$$

3. Якщо об'єм води в цистерні не змінюється, а поверхня близька до площини, то рівень води в центрі нерухомого судна не зміниться, і буде відповідати початковому рівню. Тоді рівень біля внутрішньої стінки: $z_0=0,4 \text{ м}$.

4. Підйом води біля зовнішньої стінки: $\Delta z=0,05 \text{ м}$.

Задачі для самостійного виконання

Задача № 2.9

У резервуарі центробіжного сепаратора для мастильного масла діаметром $d=40 \text{ см}$ рідина знаходиться під дією центробіжних сил і сили тяжіння. Визначити, наскільки підніметься рівень масла біля стінки резервуара, що обертається з кутовою швидкістю $\omega=10 \text{ с}^{-1}$.

Відповідь: $\Delta z=10,2 \text{ см}$.

Задача № 2.10

Який буде тиск на борт біля дна морського судна з осадкою 6 м?

Відповідь: тиск на борт: $p = p_0 + \gamma z$.

Оскільки атмосферний тиск (p_0) врівноважується тиском у середині корпусу судна:

$$p = \gamma z = 6,156 \text{ т/м}^2 = 0,6156 \text{ атм.}$$

Задача № 2.11

Визначити висоту наливу нафти у відсіку танкера, якщо манометр, розміщений на висоті 2 м від днища, показує 0,4 атм, а щільність нафти $92 \text{ кгсек}^2/\text{м}^4$.

Відповідь: $h = 6,43 \text{ м.}$

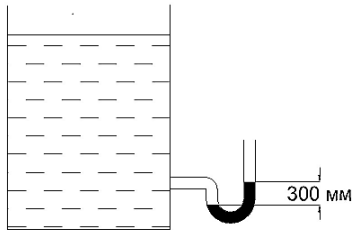


Рис. 2.8

Задача № 2.12

Який тиск і висота стовпа води в цистерні, якщо висота підйому рідини в трубці ртутного манометра встановленого у днища цистерни дорівнює 300 мм (рис. 2.8)?

Відповідь: $p = 0,408 \text{ кг/см}^2$;
 $H = 4,08 \text{ м.}$

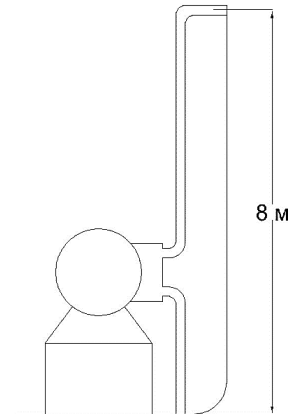


Рис. 2.9

Задача № 2.13

Яким має бути тиск на нагнітальному клапані водозаповнюючого насоса якщо він встановлений на висоті 2 м від днища, а осадка судна у морській воді становить 8 м (рис. 2.9)?

Відповідь: $p = 8,24 \text{ т/м}^2 = 0,824 \text{ атм.}$

Задача № 2.14

Визначити напір водяного насоса для живлення парового котла (рис. 2.10), якщо котельний тиск становить 14 кг/см^2 .

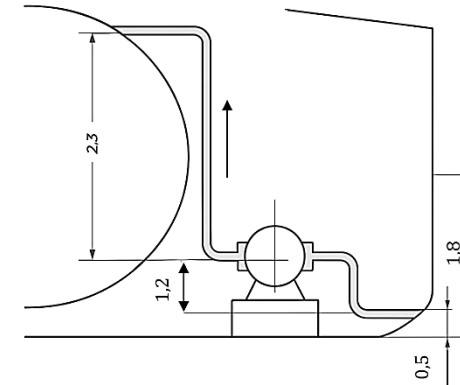


Рис. 2.10

Відповідь: $p = 142 \text{ м вод. ст.}$

Задача № 2.15

Визначити абсолютний тиск у нижньому конденсаторі за показниками ртутного вакуумметра (рис. 2.11).

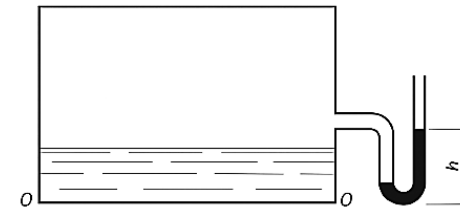


Рис. 2.11

Відповідь: тиск на площину 0 – 0 вакуумметра: $P_a = p + \gamma_{рт} \times h$.
Звідси: $p = P_a - \gamma_{рт} \times h = 10 - 13,6 \times 0,6 = 1,84 \text{ м вод. ст.} = 0,184 \text{ атм.}$

Задача № 2.16

Побудувати епюру тиску на борт і днище понтона, який плаває у прісній воді при осадці $T = 1,5 \text{ м}$ (рис. 2.12).

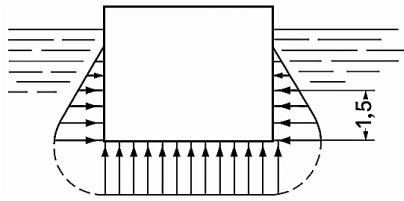


Рис. 2.12

Відповідь: $p=0,15 \text{ кг/см}^2$.

Задача № 2.17

Визначити тиск на борт, палубу і днище судна під час випробування його відсіків на водонепроникність наливом води і побудувати епюру тиску. Висота борта $H=3 \text{ м}$. Наповнювальна трубка піднімається на $0,9 \text{ м}$ вище палуби (рис. 2.13).

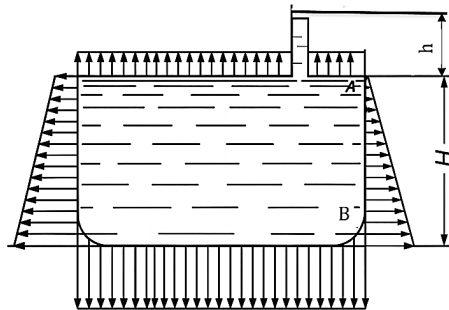


Рис. 2.13

Відповідь: $p_A=0,9 \text{ т/м}^2$; $p_B=3,9 \text{ т/м}^2$.

Тиск на палубу однаковий: p_A ; на днище: p_B ; а тиск на борт буде змінюватися від p_A до p_B .

Задача № 2.18

Відсіки міждудонного простору теплохода містять тільки вантажне масло з густиною $\gamma=920 \text{ кг/м}^3$. Побудувати епюру тиску на борт і днище судна, якщо його осадка $T=2,8 \text{ м}$, а друге дно знаходиться на висоті $h_m=0,8 \text{ м}$. Радіусом вилиці знехтувати (рис. 2.14).

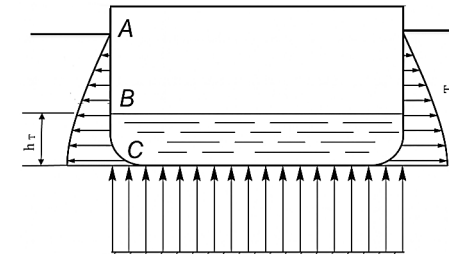


Рис. 2.14

Відповідь: 1. На рівні вантажної ватерлінії: $p_A=0$.

2. На рівні другого дна:

$$p_B = \gamma_B (T - h_m) = 1000 \times (2,8 - 0,8) \times 10^{-4} = 0,2 \text{ атм.}$$

3. На рівні днища: $p_C = \gamma_B T - \gamma_m h_m = 0,2054 \text{ атм.}$

Задача № 2.19

Визначити характер результуючої епюри тиску на перебірку нафтового судна при різних співвідношеннях густини вантажу в сусідніх відсіках (рис. 2.15), а саме:

а) $\gamma_1 = \gamma_2$; б) $\gamma_1 < \gamma_2$; в) $\gamma_1 > \gamma_2$.

Рівень рідини в I відсіку у всіх трьох випадках нижче, ніж у II.

Відповідь: якщо p_A – тиск на перебірку на рівні рідини I відсіку, а p_B – тиск на перебірку коло днища, то:

– у випадку на рис. 2.15 «а»

$$p_A = p_B;$$

– у випадку на рис. 2.15 «б»

$$p_B > p_A;$$

– у випадку на рис. 2.15 «в»

$$p_B < p_A.$$

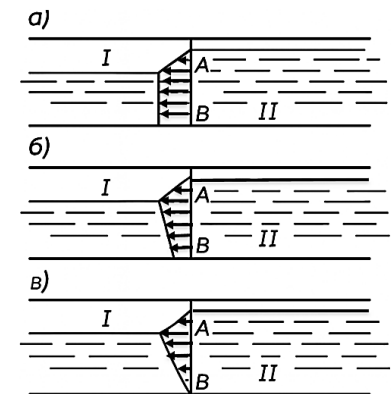


Рис. 2.15

Задача № 2.20

У відсіку наливного судна знаходиться нафта з об'ємною вагою $\gamma=0,9 \text{ т/м}^3$. Рівень нафти виведений в наповнювальну трубку

на відстані $h_n=0,5$ м від палуби (рис. 2.16). Побудувати епюру тиску на борт судна при осадці $T=2,2$ м і висоті борту $H=3$ м.

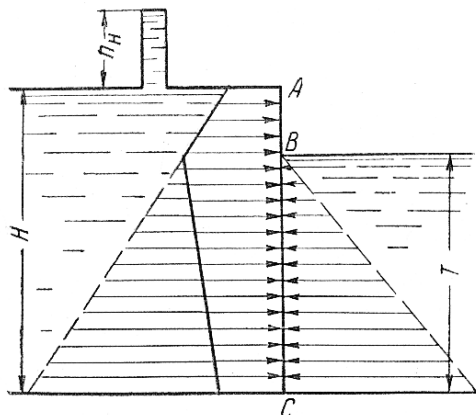


Рис. 2.16

- Відповідь:** 1. Тиск на верхню кромку борту $P_A = \gamma_n h_n = 0,48$ т/м².
 2. Тиск на рівні ватерлінії $p_B = \gamma_n [h_n + (H - T)] = 0,74$ т/м².
 3. Тиск на нижню кромку борту $p_C = \gamma_n (H + h_n) - \gamma_v T = 1,12$ т/м².

Задача № 2.21

Побудувати епюру тиску на днищеву обшивку і водонепроникний кільсон міждонного простору (рис. 2.17) від палива з питомою вагою $\delta=0,92$ т/м³, що міститься в ньому і забортної води при осадці $T=2,8$ м. Висота міждонного простору $h_m=0,8$ м.

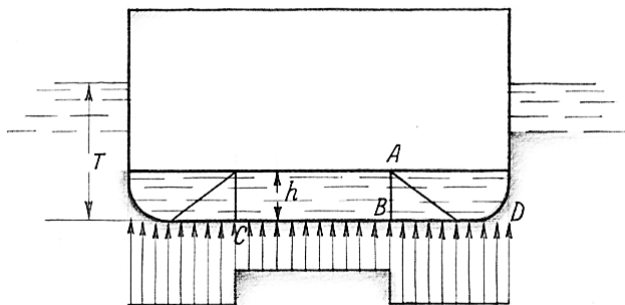


Рис. 2.17

- Відповідь:** 1. Тиск на верхню кромку кілсона $p_A=0$.
 2. Тиск на нижню кромку кілсона з боку палива $p_B = \gamma_m h_m = 0,74$ т/м².
 3. Тиск на дно в міждонному просторі від палива і води $p_C = \gamma_v T - \gamma_m h_m = 2,06$ т/м².
 4. Тиск на днище за межами міждонного простору $P_D = 2,8$ т/м².

Задача № 2.22

Визначити, яким буде характер епюри тиску на нижній пояс перегородки, що розділяє два відсіки танкера з різними видами нафти. У I відсіку з рівнем нафти $h_1=5$ м об'ємна вага нафти становить $\gamma_1=0,9$ т/м³, а в II відсіку нафта з об'ємною вагою $\gamma_2=0,95$ т/м³ налита на висоту $h_2=3$ м (рис. 2.18). Висота поясу перебірки $H_n=1,8$ м.

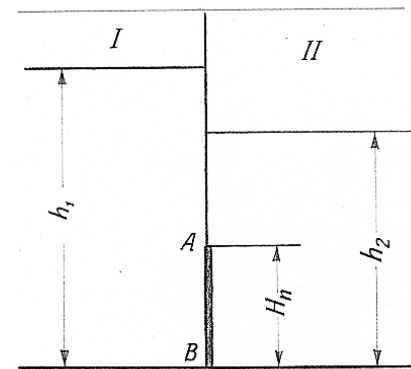


Рис. 2.18

Відповідь: епюра тиску має вигляд трапеції; при цьому тиск у верхній частині поясу становить $p_A=1,74$ т/м²; а $p_B=1,65$ т/м².

Задача № 2.23

У середньому відсіку міждонного простору морського судна перевозиться прісна вода. З'ясувати характер епюри тиску на міцні зв'язки корпусу, що знаходяться під впливом рідини, якщо вода в наповнювальній трубці знаходиться на рівні палуби. Висота борту судна $H=4$ м, осадка $T=2,8$ м, висота другого дна $h=0,8$ м (рис. 2.19).

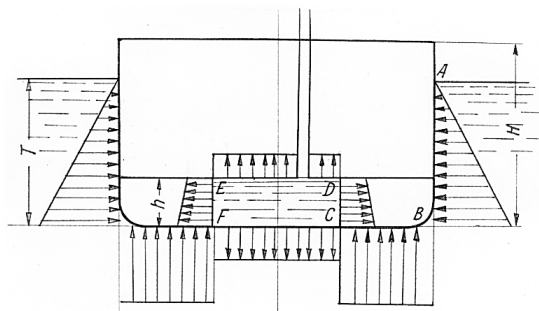


Рис. 2.19

Відповідь: тиск на борт: $p_A=0 \text{ т/м}^2$; $p_B=2,88 \text{ т/м}^2$;
тиск на днище: $p_B=2,88 \text{ т/м}^2$; $p_C=1,12 \text{ т/м}^2$;
тиск на друге дно: $p_D=3,2 \text{ т/м}^2$;
тиск на кільсони: $p_E=3,2 \text{ т/м}^2$; $p_F=4 \text{ т/м}^2$.

Задача № 2.24

Побудувати епюру тисків на скуловий лист шириною $b=1,2 \text{ м}$ (рис. 2.20), нахилений до горизонту на 45° , за умови, що рівень палива з питомою вагою $\delta=0,93$ збігається з верхнім краєм листа. Осадка судна в прісній воді $T=2 \text{ м}$.

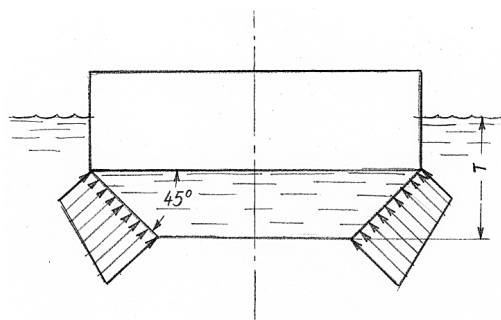


Рис. 2.20

Відповідь: 1. Тиск на нижній край листа
 $p_B=\gamma_b T - \gamma_m b \cos 45^\circ = 1,21 \text{ т/м}^2$.
2. Тиск на верхній край листа $p_A=\gamma_b (T - b \cos 45^\circ) = 1,15 \text{ т/м}^2$.

Задача № 2.25

Побудувати епюру тиску на стінку $ABCDEF$ паливної цистерни (рис. 2.21). Розміри цистерни: довжина $l=3 \text{ м}$, ширина $b=2 \text{ м}$, кут нахилу стінки $ABEF$ становить 60° , сторона $AB=1 \text{ м}$. У цистерні міститься 8 т палива з об'ємною вагою $\gamma=0,92 \text{ т/м}^3$.

Відповідь: 1. Повний об'єм палива:

$$V = \frac{P}{\gamma_m} = 8,7 \text{ м}^3.$$

- Об'єм нижньої частини цистерни: $V_1=4,76 \text{ м}^3$.
- Об'єм палива у верхній частині цистерни: $V_2=3,94 \text{ м}^3$.
- Висота палива над точкою: $Bh = \frac{V}{bl} = 0,66 \text{ м}$; тиск палива $p_B=0,607 \text{ т/м}^2$.
- Повна висота палива в цистерні $H_m=h+AB \cos 60^\circ=1,53 \text{ м}$; тиск $p_A=1,41 \text{ т/м}^2$.

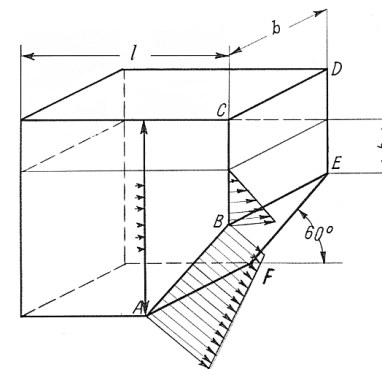


Рис. 2.21

Задача № 2.26

Визначити тиск у точках A, B, C, D бортової обшивки судна (рис. 2.22) при висоті борту $H=3 \text{ м}$ і осадці в прісній воді $T=2 \text{ м}$, у випадку, коли відсік повністю заливаний паливом, рівень якого в наповнювальній трубці віддалений від палуби на відстані 1 м . Об'ємна вага палива $\gamma=0,92 \text{ т/м}^3$.

Відповідь: $p_A=0,93 \text{ т/м}^2$;
 $p_B=1,86 \text{ т/м}^2$; $p_C=1,78 \text{ т/м}^2$;
 $p_D=1,72 \text{ т/м}^2$.

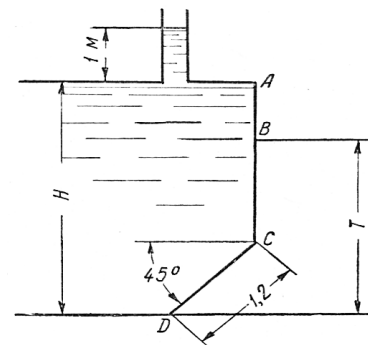


Рис. 2.22

Задача № 2.27

Побудувати епюру тиску на борти і днище судна для крену, для якого осадка судна лівим бортом $T_{\text{л}}=0,5$ м (рис. 2.23), а осадка правим бортом $T_{\text{п}}=2,5$ м.

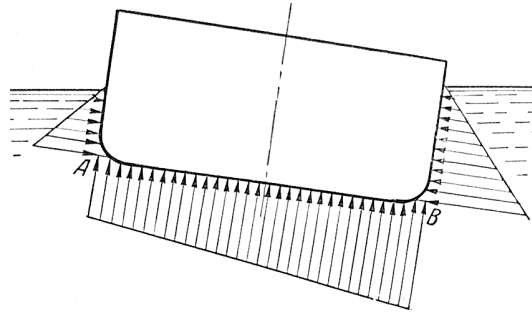


Рис. 2.23

Відповідь: $p_A=0,5$ т/м²; $p_B=2,5$ т/м².

Задача № 2.28

Визначити тиск у характерних точках A, B, C, D, E, F (рис. 2.24) і побудувати епюру для обшивки бортів і днища паливного відсіку судна шириною $B=6$ м і осадкою $T=2,2$ м при крені судна в 10° на правий борт. Рівень палива з об'ємною вагою $\gamma=0,92$ т/м³ до крену дорівнював $h=1,5$ м.

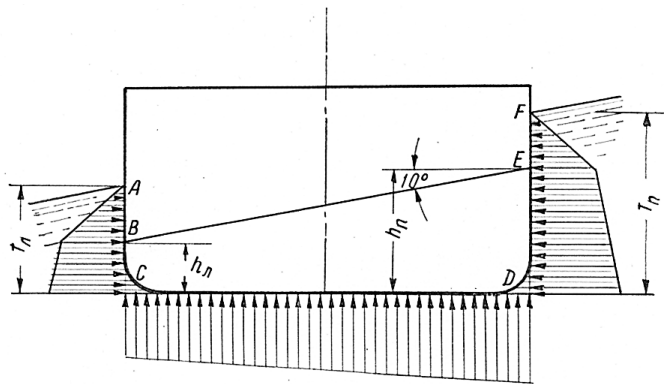


Рис. 2.24

Відповідь: 1. Зміна осадки при крені:

$$\Delta T = \frac{B}{2} \operatorname{tg} 10^\circ = 0,53 \text{ м.}$$

Зміна рівня палива біля борту:

$$\Delta h = \frac{B}{2} \operatorname{tg} 10^\circ = 0,53 \text{ м.}$$

для правого борта $T_{\text{п}}=2,73$ м, $h_{\text{п}}=2,03$ м;

для левого борта $T_{\text{л}}=1,67$ м, $h_{\text{л}}=0,97$ м.

2. Тиск $p_A=p_F=0$; $p_B=p_E=(T-h) \gamma_{\text{в}}=0,7$ т/м²; $p_C=\gamma_{\text{в}} T_{\text{л}}-\gamma_{\text{м}} h_{\text{л}}=0,78$ т/м²; $p_D=\gamma_{\text{в}} T_{\text{п}}-\gamma_{\text{м}} h_{\text{п}}=0,86$ т/м².

Задача № 2.29

Побудувати епюру тисків на борт судна опущених утворень, що має профіль, зазначений на рис. 2.25.

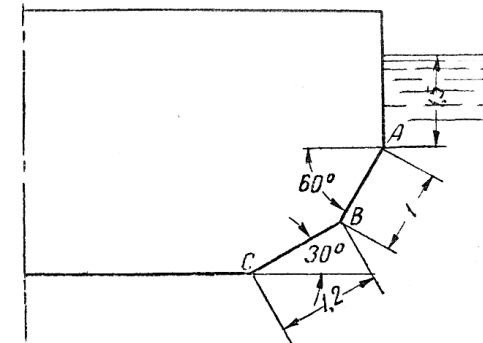


Рис. 2.25

Відповідь: $p_A=1,5$ т/м²; $p_B=2,37$ т/м²; $p_C=2,97$ т/м².

Задача № 2.30

Знайти вираз для закону зміни тиску по поверхні циліндричного скулового листа радіусом $r=1$ м (рис. 2.26) і побудувати епюру тиску, якщо рівень заборотної води збігається з верхньою кромкою листа.

Відповідь: $p=\gamma r \sin \alpha$, де α – центральний кут, що відповідає розглянутій точці листа:

при $\alpha=0$ $p_A=0$;
 при $\alpha=30^\circ$ $p_B=0,5$ т/м²;
 при $\alpha=60^\circ$ $p_C=0,866$ т/м²;
 при $\alpha=90^\circ$ $p_D=1$ т/м².

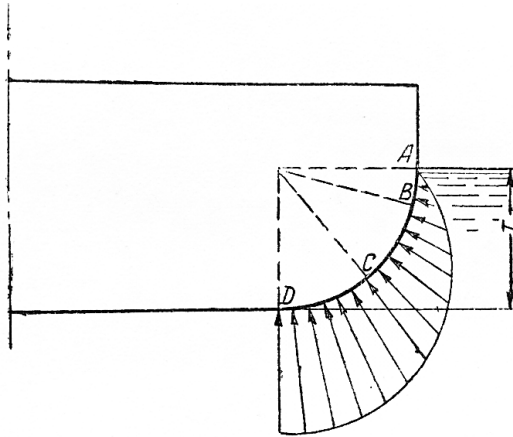


Рис. 2.26

Задача № 2.31

Побудувати епюру тиску на обшивку борту і днища морського судна з осадкою $T=4$ м (рис. 2.27) і радіусом заокруглення скули 1,5 м, якщо висота рівня рідкого вантажу з ваговою щільністю $\gamma=900$ кг/м³ становить $h_m=2$ м.

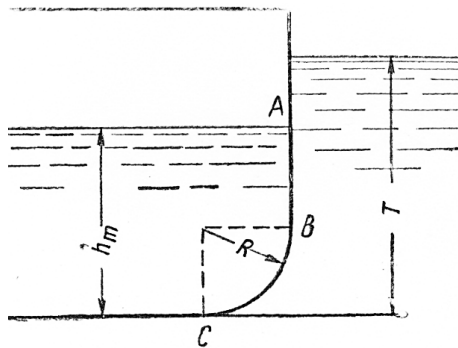


Рис. 2.27

Відповідь: $p_A=2,06$ т/м²; $p_B=2,13$ т/м²; $p_C=2,32$ т/м², на ділянці BC тиск $p=p_B+R \sin \alpha (\gamma_b-\gamma_m)$, де α – центральний кут у даній точці скулового листа.

Задача № 2.32

Вивести вираз для закону зміни тиску на половину шпангоута підводного човна радіуса R при глибині занурення його верхнього краю h (рис. 2.28).

Відповідь: $p=\gamma_b [h+R (1-\cos \alpha)]$, де α – кут між радіусом, проведеним у розглянуту точку обшивки, і вертикаллю.

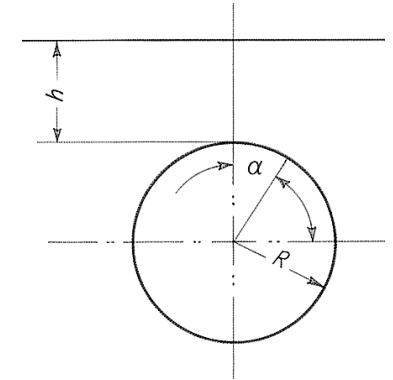


Рис. 2.28

Задача № 2.33

Визначити характер епюри тиску на обшивку корми металеві баржі, утвореної у вигляді циліндричної поверхні радіусом $R=5$ м (рис. 2.29), при осадці судна $T=2$ м, $\alpha=30^\circ$.

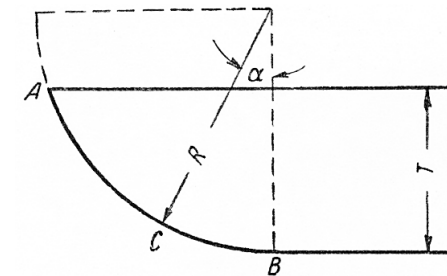
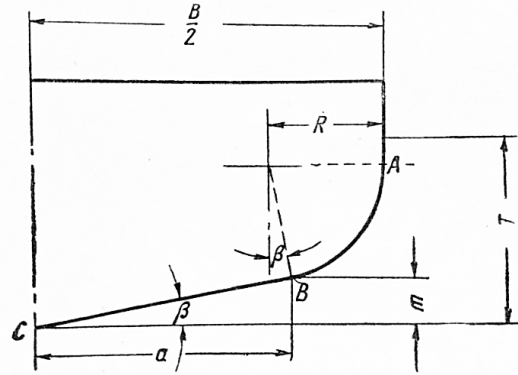


Рис. 2.29

Відповідь: $p_A=0$; $p_B=2$ т/м²; $p_C=1,35$ т/м².
 Загальний закон зміни тиску: $p=\gamma [T-R (1-\cos \alpha)]$.

Задача № 2.34

Побудувати епюру тиску на півобвід мідель-шпангоута для морського судна, що має кілеватість $\beta=10^\circ$ при осадці $T=3,5$ м, радіусі заокруглення скули $R=1$ м і ширині судна $B=7$ м. Обчислити величину тиску в характерних точках A , B і C (рис. 2.30).

**Рис. 2.30**

Відповідь: занурення точки A :

$$h_A = T - (R \cos \beta + m),$$

де m відповідно до малюнка визначається з виразу

$$m = a \operatorname{tg} \beta = (B/2 - R + R \sin \beta) \operatorname{tg} \beta$$

або, після підстановки числових величин,

$$m = (3,5 - 1 + \sin 10^\circ) \operatorname{tg} 10^\circ = 0,465 \text{ м};$$

$$h_A = 3,5 - (0,465 + \cos 10^\circ) = 2,05 \text{ м}.$$

2. Тиск: $p_A = \gamma h_A = 1,03 \times 2,05 = 2,11 \text{ т/м}^2$; $p_B = \gamma (T - m) = 3,12 \text{ т/м}^2$; $p_C = \gamma T = 3,61 \text{ т/м}^2$.

Розділ III

ВПЛИВ РІДИНИ, ЩО СПОЧИВАЄ, НА ПОВЕРХНЮ ТВЕРДОГО ТІЛА

Загальні відомості та розрахункові формули

У нерухомій рідині залежність між поверхневими та масовими силами описується диференціальним рівнянням рівноваги:

$$\bar{F} = \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p, \quad (3.1)$$

або у проєкціях (рівнянь Ейлера):

$$\begin{cases} F_x = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ F_y = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ F_z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}. \end{cases} \quad (3.2)$$

При використанні рівнянь Ейлера прийнято розташувати вісі x та y на горизонтальній площині, а вісь z спрямована вертикально до гори.

Рівновага рідини можлива за наявності потенціалу напруження масових сил U :

$$\bar{F} = \operatorname{grad} U. \quad (3.3)$$

Інтеграл диференціального рівняння рівноваги:

$$p - \rho U = \text{const}. \quad (3.4)$$

При дії на рідину сили тяжіння:

$$\begin{cases} F_x = F_y = 0, \\ F_z = -g = \frac{dU}{dz}, \\ U = -gz, \end{cases} \quad (3.5)$$

та інтеграл перетворюється на:

$$p + \rho g z = p_0, \quad (3.6)$$

де p_0 – тиск на горизонтальній площині $z=0$.

Якщо початок координат розташувати на вільній поверхні рідини, від'ємну координату z замінити позитивним вертикальним зануренням точки h , а тиск на вільній поверхні прийняти рівним атмосферному p_a , то вираз (3.6) набере вигляду основного рівняння гідростатики:

$$p = p_a + \rho g h. \quad (3.7)$$

При вирішенні практичних питань визначальним виявляється надлишковий, або п'єзометричний тиск:

$$p_h = p_a - p = \rho g h, \quad (3.8)$$

де h – п'єзометрична висота.

Для характеристики тиску, меншого за атмосферний, використовують позитивну величину – тиск вакууму:

$$p_v = p_a - p. \quad (3.9)$$

Щоб визначити результуючу силу гідростатичного тиску, прикладеного до поверхні з боку врівноваженої рідини, необхідно проінтегрувати надлишковий тиск по площі тої поверхні:

$$\bar{R} = \int_S p_h \bar{n} dS, \quad (3.10)$$

де $\bar{n}$ – орт зовнішньої нормалі поверхні по відношенню до рідини.

Для плоскої поверхні сила перпендикулярна площині та дорівнює:

$$R = \rho g h_c S, \quad (3.11)$$

де S – площа поверхні; h_c – глибина занурення її центру ваги.

Точка прикладення тої сили зветься центром тиску та міститься нижче центру тяжіння C . координати центру тиску C визначаються за формулами:

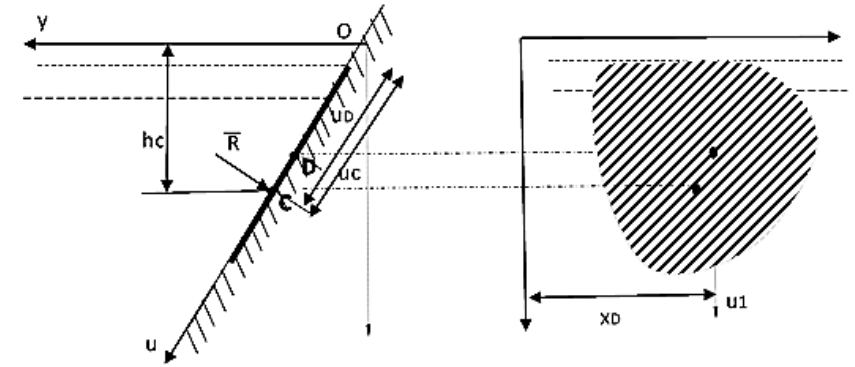


Рис. 3.1. Гідростатична сила, що діє на плоску фігуру

$$\begin{cases} u_D = u_C + \frac{I_C}{u_C S}, \\ x_D = \frac{I_{xu}}{u_C S}, \end{cases} \quad (3.12)$$

де $u_C = \frac{h_c}{\sin(\theta)}$ – координата центру C по нахиленому напрямку вздовж поверхні; θ – кут між площиною фігури S та горизонтальною поверхнею; I_C – власний центральний момент інерції площі фігури відносно горизонтальної осі Cx_1 ; I_{xu} – відцентровий момент інерції площі фігури S відносно осей x та u .

Якщо фігура S симетрична відносно осі Cu_1 , то:

$$x_{1D} = x_D - x_C = 0. \quad (3.13)$$

Центр тяжіння та центр тиску співпадають лише в горизонтальній фігурі.

Результуюча сила гідростатичного тиску на криву поверхню може бути розрахована як геометрична сума трьох компонент, що діють по будь-яким взаємно перпендикулярним напрямкам:

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2}, \quad (3.14)$$

причому кожна з компонент знаходиться по формулі:

$$R_i = \rho g V_i \cos \theta_i, \quad (3.15)$$

де V_i – об'єм, що обмежений поверхнею тіла, вільною поверхнею рідини, або її продовженням та циліндричною поверхнею, утворюючи якої паралельні обраному напрямку; θ_i – кут між обраним напрямком та вертикаллю.

Для поверхонь з вертикальною площею симетрії, або для циліндричних поверхонь з горизонтальними утворюючими складова, що перпендикулярна площі симетрії, або паралельна утворюючим, дорівнює нулю. В такому випадку результуючу силу тиску можна розкласти на горизонтальну та вертикальну складові:

$$R = \sqrt{R_T^2 + R_B^2}, \quad (3.16)$$

де

$$R_T = \rho g h_{C_B} S_B; \quad (3.17)$$

$$R_B = \rho g V_{\text{тд}} = G_{\text{тд}}, \quad (3.18)$$

S_B – площа проєкції поверхні на вертикальну площу симетрії, або паралельну утворюючим поверхні S ; h_{C_B} – глибина занурення центру тяжіння цієї проєкції; $V_{\text{тд}}$ та $G_{\text{тд}}$ – об'єм та вага тіла тиску. Тілом тиску називається умовне тіло, що має густину рідини та обмежене знизу заданою кривою поверхнею, згори – вільною поверхнею рідини або її продовженням, з боків – вертикальною поверхнею проєкції тіла.

На занурене в рідину тіло діє сила підтримання, або плавучості, рана вазі витиснутої рідини. Вона спрямована вертикально до гори та проходить через центр зануреного об'єму, котрий в теорії корабля зветься центром величини C_v . Інтеграл рівняння рівноваги (3.4) може бути використаний для вирішення задач при любых масових силах.

Рівняння гідростатики використовують у випадку відносної нерухомості між рідиною та її твердими границями. Задачі про відносну рівновагу вирішуються за допомогою рівнянь (3.4) в рухомих координатах, причому під U розуміють потенціал усіх масових сил.

Приклади розв'язання задач

Задача № 3.1

Чому дорівнює сила нормального тиску, що діє з боку води на частину обшивки корми (шириною $b=1,2$ м і довжиною $l=2,5$ м), показану на рис. 3.2. Кут нахилу розглянутої частини обшивки $\alpha=30^\circ$, осадка баржі $T=1,75$ м. Знайти занурення точки прикладання сили.

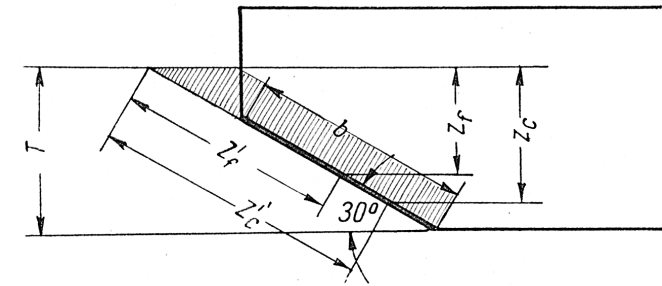


Рис. 3.2

Рішення. 1. Сила нормального тиску $P=\gamma z_f S$, де z_f – занурення центру ваги обшивки:

$$z_f = T - 1/2 l \sin 30^\circ = 1,45 \text{ м.}$$

У цьому випадку:

$$P = 1,45 \times 1,2 \times 2,5 = 4,35 \text{ т.}$$

2. Занурення центру тиску на обшивку $z_c = z'_c \sin 30^\circ$, де z'_c – відстань від поверхні води до центру тиску, виміряна в напрямку площини обшивки. Ця відстань буде дорівнювати: 0

$$z'_c = z'_f + \frac{I_0}{S z_f},$$

де z'_f – виміряна в тому ж напрямку відстань від центру ваги до поверхні води:

$$z'_c = \frac{z_f}{\sin 30^\circ} + \frac{I_0 \sin 30^\circ}{S z_f} = \frac{1,45}{\sin 30^\circ} + \frac{2,5 \times 1,2^3 \sin 30^\circ}{12 \times 1,2 \times 2,5 \times 1,45} = 2,94 \text{ м.}$$

Занурення центру тиску $z_c = 1,47$ м.

Задача № 3.2

Визначити результуючу сил тиску для криволінійної поверхні ABE – чверть циліндра з горизонтальною утворюючою довжини l .

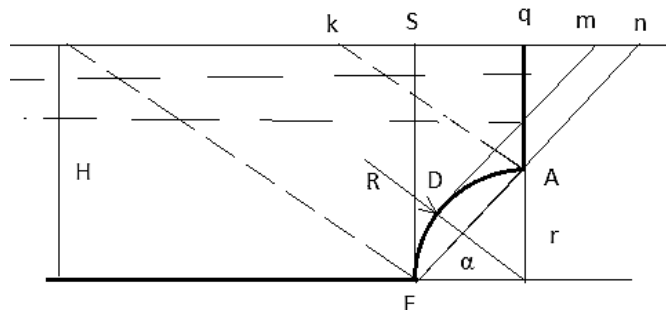


Рис. 3.3 до задачі № 3.2

Визначення гідростатичного тиску на занурену поверхню

Рішення. Враховуючи рівнодіючу як складену з двох складових, кожна з яких напрямлена під кутом 45° до горизонту, можна записати відповідною формулою:

$$R_1 = \rho g V_{EBAkf} \cos 45^\circ = \rho g l \left(2rH - \left(\frac{\pi}{2} + 1 \right) \frac{r^2}{2} \right) \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$R_2 = \rho g (V_{EAnmB} - V_{AnmB}) \cos 45^\circ = \rho g l \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \frac{r^2}{2} \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Результуюча сил тиску може бути найдена за допомогою горизонтальної та вертикальної складових:

$$R_1 = \rho g h_{cAO} S_{AO} = \rho g \left(H - \frac{r}{2} \right) rl;$$

$$R_2 = \rho g V_{т.д.} = \rho g l S_{EBAqs} = \rho g \left(H - \frac{\pi r}{4} \right) rl.$$

Будь в якому разі рівнодіюча:

$$R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = \sqrt{R_r^2 + R_b^2} = \rho g r l \sqrt{32H^2 - 41rH + \frac{14r^2}{4}}.$$

Кут між горизонтом та напрямом дій результуючої сил тиску:

$$\alpha = \arctg \frac{R_b}{R_r} = \arctg \frac{4H - \pi r}{4H - 2r}.$$

Для частки поверхні сфери або кругового циліндра рівнодіюча повинна проходити крізь їх центр.

Для побудови вектору R треба провести з точки O луч під кутом α до горизонталі EO ; в перетині його з дугою ABE знаходиться центр тиску D .

Задачі для самостійного виконання**Задача № 3.3**

Визначити величину і точку прикладання сили тиску баластної води на вертикальну водонепроникну перегородку форпіка. Перебірка має форму рівнобедреного трикутника з основою $B=3$ м і висотою $H=3,5$ м. Рівень води не доходить до палуби на величину $\Delta H=0,7$ м (рис. 3.4).

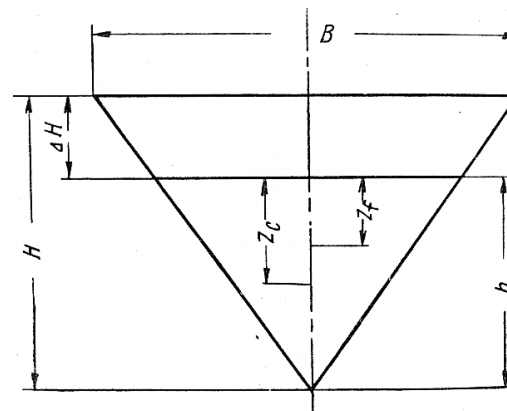


Рис. 3.4

Відповідь: 1. Глибина води біля перегородки:

$$h = H - \Delta H = 2,8 \text{ м.}$$

2. Ширина перегородки на рівні води:

$$b = \frac{Bh}{H} = 2,4 \text{ м.}$$

3. Сила тиску води:

$$P = \gamma S z_f$$

де $P=3,14$ т; z_f – глибина занурення центру ваги змоченої частини перебірки, що дорівнює $z_f = h/3 = 0,934$ м; S – площа змоченої частини перегородки: $S = bh/2 = 3,34$ м².

4. Глибина занурення точки прикладання сили тиску:

$$z_c = z_f + \frac{I_0}{z_f S},$$

де I_0 – центральний момент інерції площі S .

$$\text{Оскільки } I_0 = bh^3/36, \text{ то } z_c = \frac{h}{3} + \frac{bh^3/36}{z_f S} = \frac{h}{2} = 1,4 \text{ м.}$$

Задача № 3.4

Чому дорівнює зусилля, що діє на перебірку нафтоналивної баржі спрощених обводів (рис. 3.5)? Об'ємна вага нафти $\gamma = 920$ кг/м³, ширина судна в місці установки поперечної перебірки $B = 8$ м, висота рівня нафти $h = 3$ м, довжина скулового листа $l = 4$ м, занурення його верхнього краю $h_1 = 1,8$ м. Обчислити глибину занурення центру тиску.

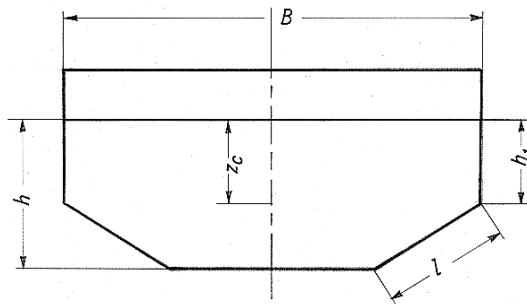


Рис. 3.5

Відповідь: $P = 25,2$ т, $z_c = 1,81$ м.

Задача № 3.5

Знайти зусилля і положення центру тиску на діаметральний контрфорс водонепроникної перебірки, що відокремлює повністю затоплений відсік (рис. 3.6) за умови, що всі контрфорси працюють однаково.

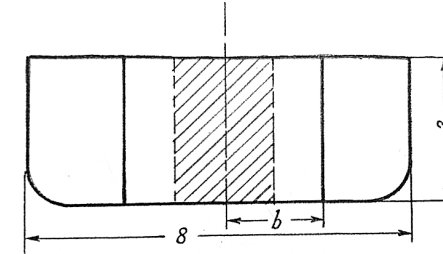


Рис. 3.6

Відповідь: 1. Сила тиску води на контрфорс визначається, виходячи з тиску на частину площі перебірки шириною, рівною відстані між контрфорсами ($b = 2$ м):

$$P = \gamma S z_f = 1 \times 2 \times 3 \times 1,5 = 9 \text{ т.}$$

2. Занурення центру тиску:

$$z_c = 1,5 + \frac{2 \times 3^2}{12 \times 9} = 2 \text{ м.}$$

Задача № 3.6

Розрахувати зусилля і точки їх прикладання від тиску води на перебірки різних форм (зображених на рис. 3.7–3.17 з літерними позначеннями), за умови затоплення відсіку на $2/3$ висоти борту, яка у всіх випадках прийнята рівною $H = 3,3$ м (інші розміри вказані на малюнках).

Відповіді:

Випадок а (рис. 3.7).

1. Занурена частина перебірки ділиться на 2 частини – трикутник з висотою:

$$h_1 = \frac{B}{2} \tan 30^\circ = 1,16 \text{ м}$$

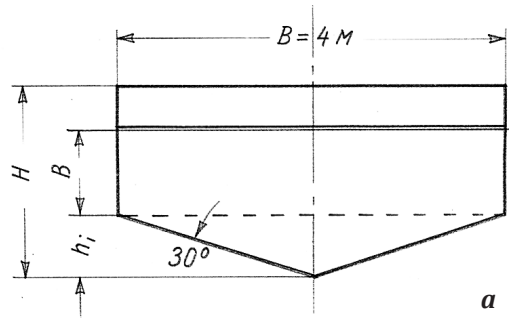


Рис. 3.7

і прямокутник з висотою:

$$h_2 = \frac{2}{3} H - h_1 = 1,04 \text{ м.}$$

2. Площа зануреної частини:

$$S = Bh_2 + Bh_1/2 = 6,48 \text{ м}^2.$$

3. Занурення центру ваги:

$$z_f = \frac{S_n z_{f_n} + S_t z_{f_t}}{S} = 0,85 \text{ м.}$$

4. Сила тиску:

$$P = \gamma S z_f = 1 \times 6,48 \times 0,85 = 5,51 \text{ т.}$$

5. Момент інерції зануреної площі:

$$I_0 = \frac{Bh_2^3}{12} + Bh_2(z_f - z_{f_n})^2 + \frac{Bh_1^3}{36} + Bh_1(z_{f_t} - z_f)^2 = 1,781 \text{ м}^4.$$

Тут z_{f_n} – занурення центру ваги площі прямокутника;

$z_{f_n} = \frac{h_2}{2} = 0,52 \text{ м}$, а z_{f_t} – занурення центру ваги площі трикутника:

$$z_{f_t} = \frac{2}{3}(H - h_1) = 1,43 \text{ м.}$$

6. Занурення центру тиску:

$$z_c = z_f + \frac{I_0}{z_f S} = 1,17 \text{ м.}$$

Випадок б (рис. 3.8).

Занурена частина перебірки ділиться на прямокутник з розмірами $(B_1 \times 2/3H)$ і два трикутники.

$$P = 5,95 \text{ т; } z_c = 1,4 \text{ м.}$$

Випадок в (рис. 3.9).

Занурена частина перебірки ділиться на прямокутник зі сторонами $B \times (2/3H - R)$, на прямокутник зі сторонами $(B - 2R) \times R$ і дві чверті кола; при цьому занурення центру ваги обох чвертей кола визначається як для півкола, за виразом $z_{f_{\Delta}} = (2/3H - R) + 0,212 \times 2R$ і момент інерції для них обчислюється за формулою півкола, тобто за виразом $I_{\Delta} = 0,00686 (2R)^4$.

Сила тиску $P = 18,5 \text{ т}$, занурення центру тиску $z_c = 1,442 \text{ м}$.

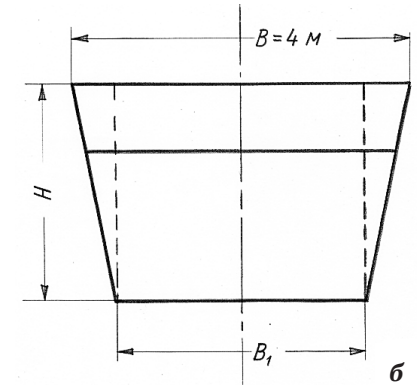


Рис. 3.8

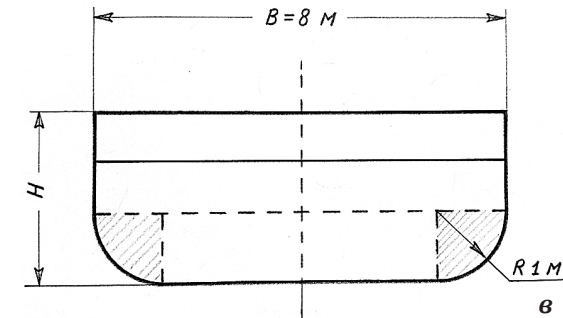


Рис. 3.9

Випадок г (рис. 3.10).

Сила тиску $P = 18,5 \text{ т}$, занурення центру тиску $z_c = 1,442 \text{ м}$.

Випадок д (рис. 3.11).

Занурена частина площі ділиться на трапецію зі сторонами a_1 і a_2 , сектор радіусом R з центральним кутом 160° і два трикутники.

Випадок е (рис. 3.13).

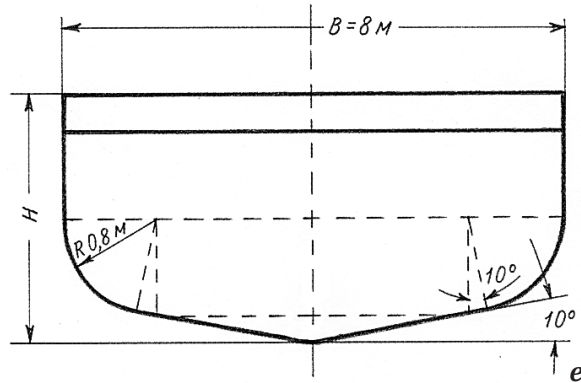


Рис. 3.12

Занурена частина перебірки розбивається на найпростіші фігури, як на малюнку, а потім занурення центру ваги і моменту інерції обчислюються для всієї перебірки.

Сила тиску: $P = 13,55$ т.

Занурення центру тиску: $z_c = 1,26$ м.

Випадок ж (рис. 3.14).

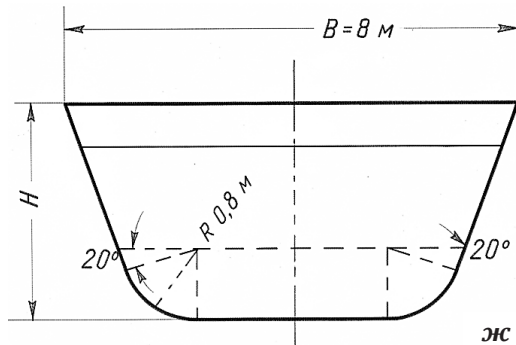


Рис. 3.13

Сила тиску: $P = 14,6$ т.

Занурення центру тиску: $z_c = 1,44$ м.

Випадок з (рис. 3.15).

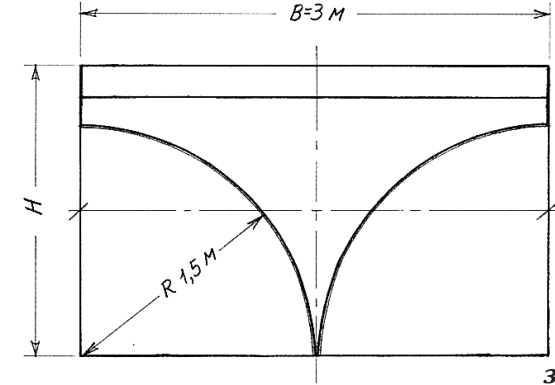


Рис. 3.15

Сила тиску: $P = 1,74$ т.

Занурення центру тиску: $z_c = 0,827$ м.

Випадок і (рис. 3.16).

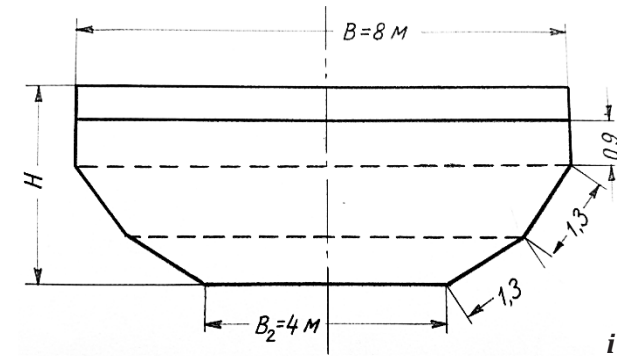


Рис. 3.16

Вказівка: при визначенні відсутніх розмірів прийняти скулу опуклою.

Сила тиску: $P = 16,9$ т.

Занурення центру тиску: $z_c = 1,405$ м.

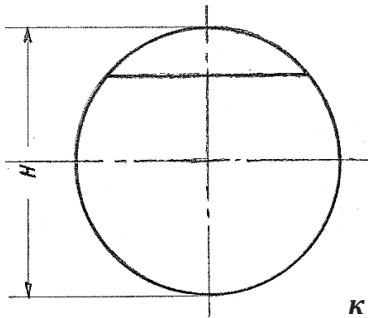


Рис. 3.17

Випадок k (рис. 3.17).

Сила тиску: $P=5,78$ т.

Занурення центру тиску:
 $z_c=1,323$ м.

Задача № 3.7

Визначити відривне зусилля, що відчувається кришкою водонепроникних дверей, і положення центру тиску на двері при затопленні відсіку до палуби переборок, що віддалена від

днища на відстані $H=4$ м. Розміри і положення дверей показані на рисунку 3.18.

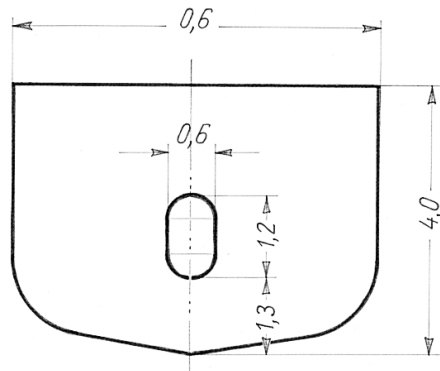


Рис. 3.18

Відповідь: $P=1,39$ т, $z_c=2,15$ м.

Задача № 3.8

Визначити величину нормального зусилля, що діє на круглу засувку похилого трубопроводу нафтоперегінної станції (рис. 3.19). Діаметр трубопроводу $D=300$ мм, центр засувки занурений на глибину 2 м. Об'ємна вага нафти $\gamma=0,92$ т/м³. Обчислити ексцентриситет точки прикладання нормального зусилля на засувку.

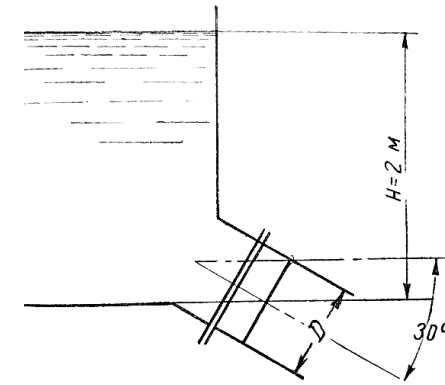


Рис. 3.19

Відповідь: $P=0,13$ т, $\varepsilon=0,027$ м.

Задача № 3.9

Знайти координату точки прикладання нормального зусилля, що діє на похилий лист обшивки судна, протягом шпациї, що дорівнює 600 мм. Рівень води збігається з верхнім краєм листа; занурення нижнього краю листа $h=1$ м, кут нахилу листа 60° (рис. 3.20).

Відповідь: $P=0,343$ т, $z'_c=0,77$ м.

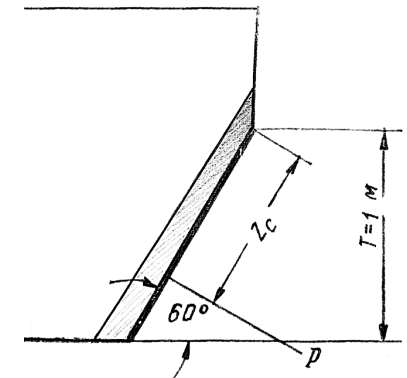


Рис. 3.20

Задача № 3.10

На скло ілюмінатора, яке занурилося при крені морського судна на 10° своїм верхнім краєм на глибину $h=0,6$ м, з боку води діє сила нормального тиску. Обчислити її величину, якщо діаметр ілюмінатора $d=0,4$ м (рис. 3.21).

Відповідь: $P=103$ кг.

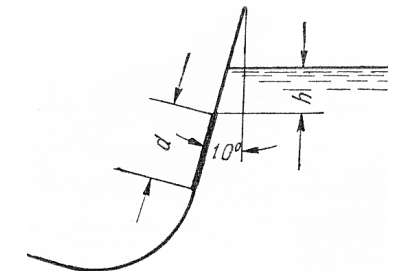


Рис. 3.21

Задача № 3.11

З'ясувати, чому буде дорівнювати результуюча сила тиску на борт паливного відсіку в межах однієї шпациї ($a=0,6$ м) при крені судна в 7° , якщо початкова осадка судна $T=2,2$ м, а початковий рівень палива (при об'ємній вазі $\gamma=0,93$ т/м³) $h=3$ м? Ширина судна $B=8$ м, а у відсіку є діаметральна перебірка (рис. 3.22). На якій відстані від днища судна буде знаходитися точка прикладання результуючої сили?

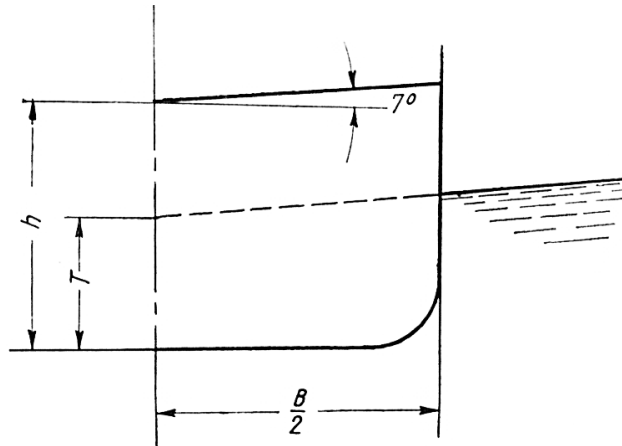


Рис. 3.22

Відповідь: 1. Сила, що діє на обшивку борту з боку води:

$$P_b = \gamma_b a \left(T + \frac{B}{2} \operatorname{tg} 7^\circ \right) \frac{T + \frac{B}{2} \operatorname{tg} 7^\circ}{2} \cos 7^\circ = 2,15 \text{ т.}$$

2. Сила, що діє на борт з боку палива:

$$P_m = \gamma_m a \left(h + \frac{B}{2} \operatorname{tg} 7^\circ \right) \frac{h + \frac{B}{2} \operatorname{tg} 7^\circ}{2} \cos 7^\circ = 2,92 \text{ т.}$$

3. Результуюча сила буде діяти на борт з боку палива і дорівнює $P = P_m - P_b = 0,77$ т.

4. Координата центру тиску з боку води:

$$z_{\text{води}} = \frac{2}{3} \left(T + \frac{B}{2} \operatorname{tg} 7^\circ \right) = 1,79 \text{ м від поверхні води.}$$

5. Координата центру тиску з боку палива:

$$z_{\text{пал}} = \frac{2}{3} \left(h + \frac{B}{2} \operatorname{tg} 7^\circ \right) = 2,16 \text{ м від поверхні палива.}$$

6. Підвищення точки прикладання результуючої сили над днищем

$$l_{\text{дн}} = \frac{1}{3P} \left[P_m \left(h_m + \frac{B}{2} \operatorname{tg} 7^\circ \right) - P_b \left(T + \frac{B}{2} \operatorname{tg} 7^\circ \right) \right] = 1,58 \text{ м.}$$

Задача № 3.12

За допомогою побудови епюри навантажень обчислити силу тиску води на прямокутну стінку відстійного ящика (рис. 3.23) з розмірами $b \times H = 1,5 \times 1,2$ м, наповненого на висоту $h=2$ м. Визначити графічним способом координату центру тиску.

Відповідь: 1. Величина навантаження $q = pb$, де b – ширина розглянутої плоскої стінки.

Для точок, розташованих біля дна ящика:

$$q = \gamma h b = 1 \times 2 \times 1,5 = 3 \text{ т/м.}$$

Епюра навантажень має вигляд трикутника з основою 3 т/м і висотою $h=2$ м.

2. Величина сили тиску дорівнює площі епюри навантажень, тобто:

$$P = qh/2 = 3 \text{ т.}$$

3. Точка прикладання сили тиску збігається по висоті з центром ваги, тобто занурення центру тиску становить:

$$z_c = 2/3 h = 1,34 \text{ м.}$$

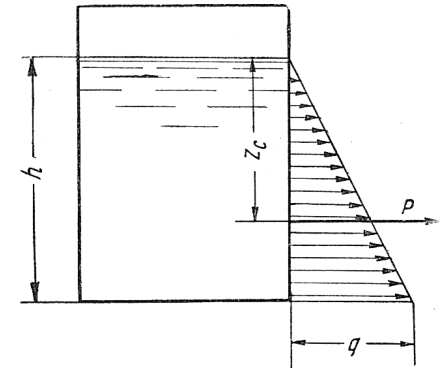


Рис. 3.23

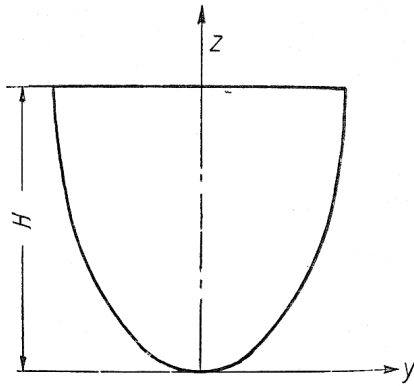


Рис. 3.24

Задача № 3.13

Знайти силу тиску води на перебірку і занурення центру тиску при повному затопленні відсіку висотою $H=3$ м, якщо обриси контуру перебірки задовольняють рівнянню $z=0,4y^2$ (рис. 3.24).

Відповідь: 1. Величина навантаження на перебірку:

$$q_z = 2\gamma(H-z)y$$

або, після підстановки значення для y :

$$q_z = 2\gamma(H-z)\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{0,4}}.$$

2. Сила тиску води:

$$P = \int_0^H q_z dz = \frac{2\gamma}{\sqrt{0,4}} \int_0^H (H-z)\sqrt{z} dz$$

або

$$P = 3,17 \int_0^H \left(2z^{3/2} - \frac{2}{5} z^{5/2} \right) = 3,17 \left(2 \times 3^{3/2} - 0,4 \times 3^{5/2} \right) = 13,15 \text{ т.}$$

3. Занурення центру тиску відповідно до розташування осей на малюнку визначається з виразу:

$$H - z_c = \frac{1}{P} \int_0^H q_z z dz = \frac{2\gamma}{P\sqrt{0,4}} \int_0^H (H-z)\sqrt{z} z dz = \frac{3,17}{13,15} \left[\int_0^H 3z^{3/2} dz - \int_0^H z^{5/2} dz \right].$$

Після інтегрування:

$$H - z_c = \frac{3,17}{13,15} 3^{7/2} \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{7} \right) = 1,29 \text{ м.}$$

Занурення центру тиску $z_c = 1,71$ м.

Задача № 3.14

Визначити силу тиску на частину перебірки при глибині води у відсіку морського судна $h=5$ м. Контур підводної частини

перебірки заданий функцією $y=0,2z^2$ (рис. 3.25). Побудувати епюру навантажень на перебірку і знайти положення центру тиску.

Відповідь: 1. Величина навантаження:

$$q_z = 2\gamma(h-z)y = 0,4\gamma(h-z)z^2.$$

2. Сила тиску:

$$P = 0,4\gamma \int_0^h (h-z)z^2 dz = 21,4 \text{ т.}$$

3. Занурення центру тиску:

$$z_c = h - \frac{1}{P} \int_0^h (h-z)z^2 dz \approx 2 \text{ м.}$$

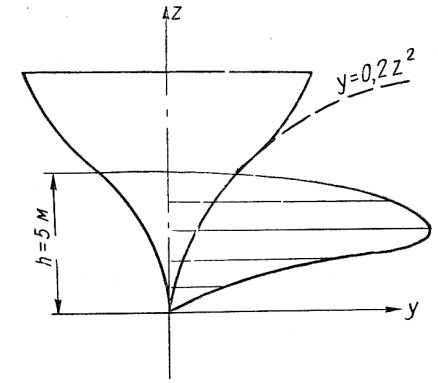


Рис. 3.25

Задача № 3.15

Побудувати епюру навантажень, знайти силу і центр тиску на перебірку повністю затопленого відсіку, якщо ординати контуру перебірки в межах висоти борту $H=3$ м задані наступною таблицею для шести ватерліній:

№ ВЛ	0	1	2	3	4	5
y	0	1,8	3,3	3,6	4	4

Відповідь: 1. Величина навантаження:

$$q_i = p_1 b_i = 2\gamma z y_i = 2\gamma \Delta T y_i,$$

де i – номер ватерлінії, відрахований у напрямку занурення ватерліній (наприклад, для вантажної ватерлінії $i=0$ тощо); ΔT – відстань між ватерлініями.

2. Сила тиску на перебірку:

$$P = \int_0^h q_i dz;$$

при обчисленні за правилом трапецій:

$$P = \Delta T \Sigma q_1,$$

де Σq_1 – виправлена сума значень навантаження, обчислених для всіх ватерліній.

3. Занурення центру тиску:

$$z_c = \Delta T \frac{\Sigma i q_1}{\Sigma q_1}.$$

Розрахунки зводяться в наступну таблицю:

№ ВЛ	y	i	q	$i q$
0	0	5	0	0
1	1,8	4	8,64	34,56
2	3,3	3	11,9	35,7
3	3,6	2	8,64	17,28
4	4	1	4,8	4,8
5	4	0	0	0
Σ'			33,98	92,34
$\Delta \Sigma$			0	0
Σ			33,98	92,34

Сила тиску:

$$P = 0,6 \times 33,98 = 20,4 \text{ т.}$$

Занурення центру тиску:

$$z_c = 0,6 \frac{92,34}{33,96} = 1,62 \text{ м.}$$

Задача № 3.16

Розрахувати силу тиску і занурення центру тиску нафти на поперечні переборки річкового танкера з висотою борту $H=3,6$ м за умови одностороннього тиску на переборки нафти, наливої до палуби. Контур переборок заданий наступною таблицею ординат:

№ ВЛ	0	1	2	3	4	5	6
№ перебірки							
I	4,05	6	6,65	7,05	7,3	7,5	7,7
II	7,6	8	8	8	8	8	8

Закінчення таблиці 2

№ ВЛ	0	1	2	3	4	5	6
№ перебірки							
III	6,5	7,6	7,8	7,9	7,97	7,99	8
IV	4,6	6,8	7,3	7,5	7,68	7,85	8
V	—	3,05	4,25	5,28	6,08	6,82	7,43

Відповідь:

№ перебірки	I	II	III	IV	V
P (т)	80,6	103	98	88,5	42,8
z_c (м)	2,3	2,4	2,38	2,32	1,86

Задача № 3.17

Знайти величини і точки прикладання горизонтальної і вертикальної складових сили манометричного тиску, що припадає на частину зовнішньої обшивки в межах однієї шпациї ($a=1,8$ м), а саме:

а) на скуловий підворіт (рис. 3.26, а);

б) на скуловий лист, що захоплює і частину днища і борту (рис. 3.26, б);

в) на обшивку в межах півпериметра шпангоута (рис. 3.26, в).

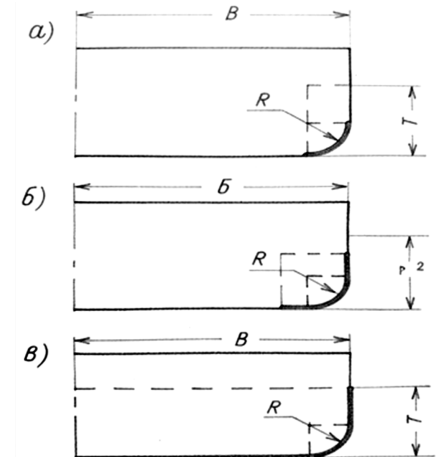


Рис. 3.26

Осадка судна 2,2 м, радіус заокруглення скули $R=1$ м, ширина судна $B=8$ м.

Випадок а. **Відповідь:**

1. Горизонтальна складова сили тиску:

$$P_x = \gamma z_f S_z = \gamma - \left(T - \frac{R}{2}\right) a R = 3,06 \text{ т,}$$

де S_z – площа прямокутника з розмірами $1,8 \times 1$; z_f – занурення центру ваги цього прямокутника.

2. Ордината точки прикладання горизонтальної сили:

$$z_c = z_f + \frac{I_0}{z_f S_z} = \left(T - \frac{R}{2}\right) + \frac{aR^3}{12\left(T - \frac{R}{2}\right)aR} = 1,75 \text{ м.}$$

3. Вертикальна складова сили тиску являє собою вагу стовпа рідини, що складається з чверті циліндра радіуса R і прямокутного паралелепіпеда з розмірами:

$$Ra (T-R), \text{ тобто } P_z = \gamma \left[(T-R)Ra + \frac{\pi R^2}{4} a \right] = 3,57 \text{ т.}$$

4. Координата лінії дії вертикальної сили відносно площини борту:

$$x_c = R - \frac{\gamma}{P_z} [(T-R)Ra + 0,5R + 0,25\pi R^2 a] = 0,53 \text{ м.}$$

(відстань центру ваги чверті кола від вертикального діаметра становить $0,212 R$).

Випадок б.

Відповідь: $P_x=4,03 \text{ т; } z_c=1,55 \text{ т; } P_z=5,95 \text{ т; } x_c=0,836 \text{ м (від борту).}$

Випадок в.

Відповідь: $P_x=4,36 \text{ т; } z_c=1,46 \text{ т; } P_z=15,45 \text{ т; } x_c=2,04 \text{ м (від борту).}$

Задача № 3.18

Чому дорівнює результуюча сила тиску води на частину обшивки корпусу у вигляді циліндричної поверхні радіусом

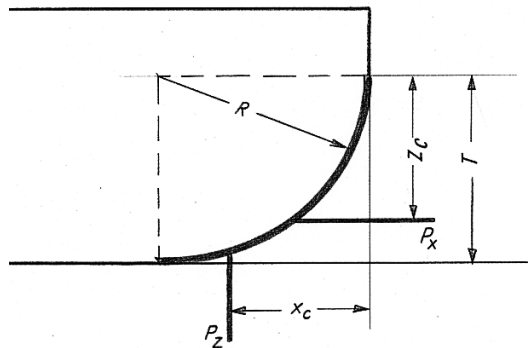


Рис. 3.27

$R=1,2 \text{ м}$. Рівень заборотної води збігається з верхнім краєм розглянутого листа обшивки. Довжина листа $l=3 \text{ м}$ (рис. 3.27). Визначити координати точки прикладання вертикальної та горизонтальної складових сили тиску.

Відповідь: $P=4,03 \text{ т; } z_c=0,8 \text{ т; } x_c=0,691 \text{ м.}$

Задача № 3.19

Яка величина вертикальної та горизонтальної складової сили тиску, що діє на частину кормового підзору у вигляді поверхні кулі радіусом $R=1 \text{ м}$ (рис. 3.28).

Відповідь:

$P_x=0,383 \text{ т; } P_y=0,524 \text{ т.}$

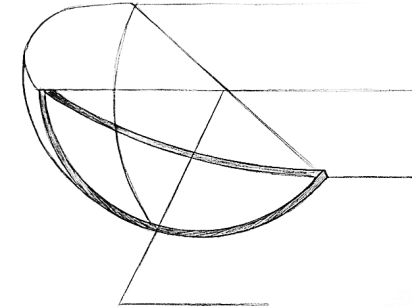


Рис. 3.28

Задача № 3.20

Визначити координати ліній дії та величину складових сили тиску на лист обшивки корми, що рухається по циліндричній поверхні, радіусом $R=6 \text{ м}$. Центральний кут, що відповідає краям листа $\alpha=45^\circ$ (рис. 3.29), довжина листа $l=3 \text{ м}$, а верхній його край занурений на глибину $h=1 \text{ м}$.

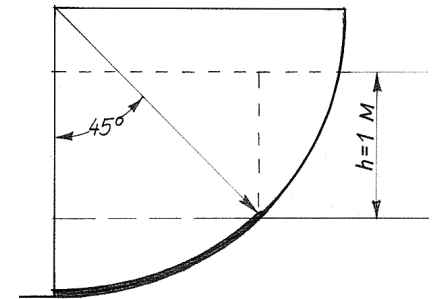


Рис. 3.29

Відповідь: $P_x=9,92 \text{ т; } P_z=28 \text{ т; } z_c=2,02 \text{ м; } x_c=1,85 \text{ м (від вертикальної площини, що проходить через центр циліндричної поверхні).}$

Вказівки. При визначенні величини і розташування лінії дії вертикального зусилля об'єм стовпа рідини над розглянутим листом обшивки слід розглядати як такий, що складається з трьох частин: по-перше, з об'єму паралелепіпеда зі сторонами $lhR \sin 45^\circ$, по-друге, з об'єму $1/8$ частини

циліндра радіусом R і довжиною l і розмірами основи: $R \sin 45^\circ \times R \cos 45^\circ$.

З розгляду малюнка очевидно, що третій об'єм повинен відніматися від суми перших двох. При визначенні координати центру ваги $1/8$ частини циліндра можна скористатися виразом:

$$x_A = 2R \frac{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}{1,5\alpha}.$$

де α – центральний кут сектора в радіанах; x_A – відстань центру ваги від вертикального діаметра.

Задача № 3.21

На обшивку борту паливного відсіку діють сили тиску з боку палива і з боку заборотної води. Знайти величину і координати точок прикладання рівнодіючої сили тиску на борт відсіку, розташованого в циліндричній частині судна на довжині $l=2$ м при осадці судна $T=1,8$ м, якщо висота рівня палива з об'ємною вагою $\gamma=0,95$ т/м³ становить $h=2,4$ м (рис. 3.30).

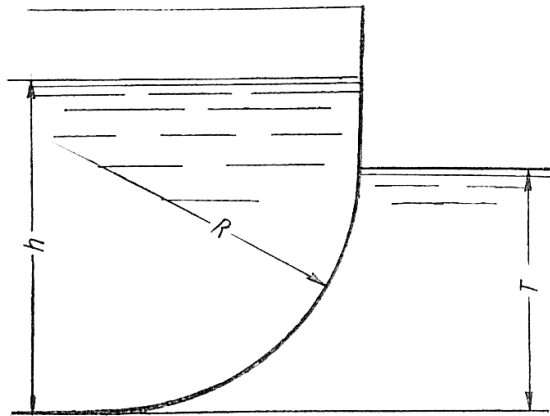


Рис. 3.30

Відповідь: результуюче вертикальне зусилля $P_z=1,8$ т, а результуюче горизонтальне зусилля $P_x=2,24$ т; при цьому сили діють з боку палива. Занурення лінії дії горизонтальної

сили $z_c=1,09$ м; відстань лінії дії вертикальної сили від борту $x_c=0,883$ м.

Задача № 3.22

Визначити величину складових сил тиску води на внутрішню поверхню рефулерної труби в місці кульового з'єднання, якщо діаметр труби $d_1=300$ мм, діаметр кулі $d^2=500$ мм. Висота наливу пульпи при заповненому трубопроводі над віссю труби становить $h=2$ м, об'ємна вага пульпи $\gamma=1,2$ т/м³ (рис. 3.31).

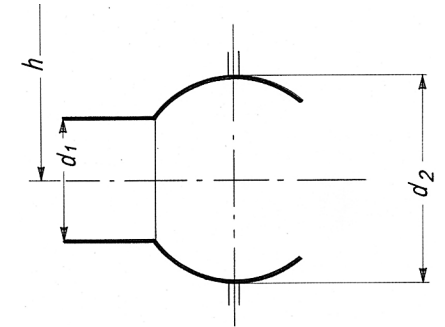


Рис. 3.31

Відповідь: $P_z=0,037$ т; $P_x=0,302$ т (у напрямку осі труби); $P_y=0,211$ т.

Розділ IV ПЛАВАННЯ ТІЛ У РІДИНІ

Загальні відомості та розрахункові формули

За законом Архімеда на тіло, занурене в рідину, діє виштовхувальна сила, спрямована вертикально вгору, $P = \rho g V$, де V – обсяг зануреної частини тіла. Вага води, що витісняється тілом, повністю або частково зануреним у воду, називається **водотоннажністю**. Центр тяжкості D витісненого об'єму рідини називається **центром водотоннажності**, або **центром тиску**.

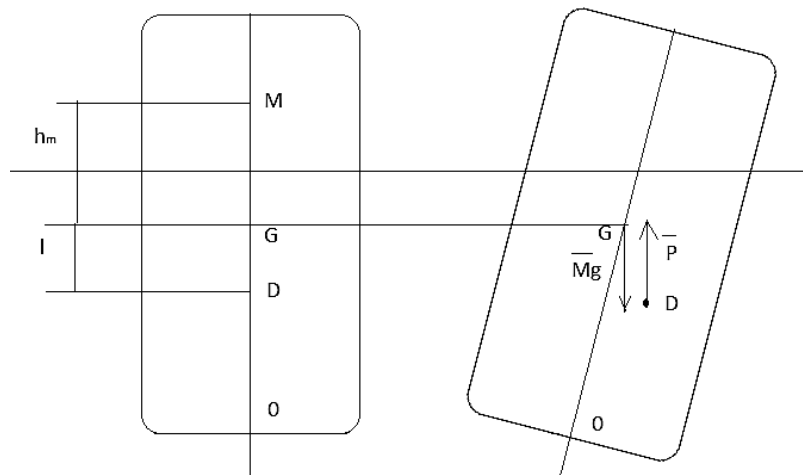


Рис. 4.1. Плаваюче тіло на поверхні води

При нахилі (крені) плаваючого тіла центр водотоннажності змінює своє становище. Лінія, що проходить через центр ваги тіла G і центр водотоннажності D в положенні рівноваги перпендикулярно до вільної поверхні води (площини плавання), є **віссю плавання**. В положенні рівноваги вісь плавання вертикальна, при крені вона нахилена до вертикалі під кутом крену. Точку перетину підйомної сили P при похилому положенні тіла

з віссю плавання прийнято називати **метацентром**. Відстань між центром ваги тіла G і метацентром M називається **метацентричною висотою** та позначається через h_m . Чим вище розташований метацентр над центром ваги тіла, тобто чим більше метацентрична висота h_m , тим більша стійкість тіла – здатність з крену переходити в положення рівноваги, оскільки момент пари сил $P - G$, що прагне відновити рівновагу тіла, прямо пропорційний метацентричному радіусу. Величина метацентричної висоти може бути визначена за формулою $h_m = \frac{J_x}{V} - l$, де J_x – момент інерції площі площини плавання щодо поздовжньої осі; V – водотоннажність тіла; l – відстань між центром тяжкості та центром водотоннажності. Якщо метацентр лежить нижче центру тяжкості тіла, тобто метацентрична висота негативна, тіло нестійке.

Приклади вирішення характерних задач з поясненнями

Задача № 4.1

Вантаж вагою $G_B = 30$ кН встановлений на паром розмірами $L = 8$ м, $B = 4$ м, $H = 1$ м. Перевірити остійність парому, якщо його вага $G_{\Pi} = 50$ кН прикладена на половині його висоти, а центр ваги вантажа знаходиться на висоті $h_B = 0,5$ м від палуби парому. Встановити, як зміниться метацентрична висота h_m , якщо додати додатковий вантаж 30 кН, центр ваги якого буде розташований на висоті 1,5 м від поверхні парому (рис. 4.2).

Рішення. Знаходимо центр ваги парома з вантажем відносно дна парому, скориставшись теоремою статичних моментів:

$$h_{\text{вп}} = \frac{0,5 H G_{\Pi} + (h_B + H) G_B}{G_{\Pi} + G_B} = 0,875 \text{ м.}$$

Розрахуємо водотоннажність парома з вантажем:

$$V_{\text{вп}} = \frac{G_{\Pi} + G_B}{\rho g} = 8,15 \text{ м}^3.$$

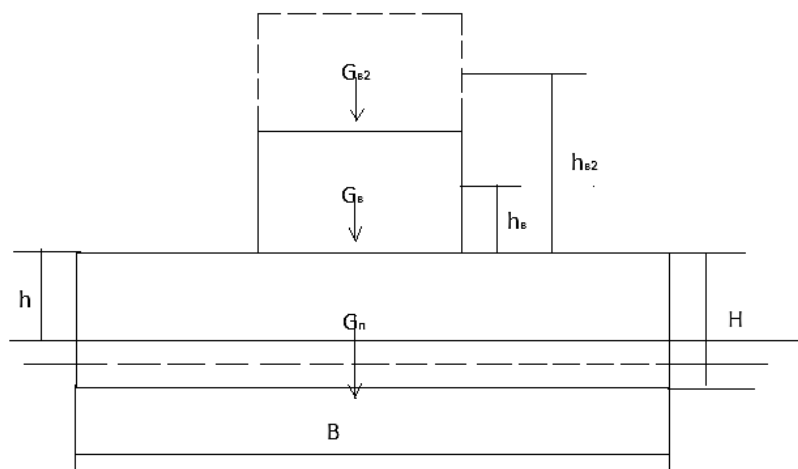


Рис. 4.2

Розрахуємо осадку парому з вантажем:

$$T_{\text{вп}} = \frac{V_{\text{вп}}}{LB} = 0,255 \text{ м.}$$

Знаходимо геометричний центр зануреної частини парому:

$$h_c = 0,5T_{\text{вп}} = 0,127 \text{ м.}$$

Знаходимо відстань між центром величини та центром тяжіння:

$$l = h_{\text{вп}} - h_c = 0,748 \text{ м.}$$

Момент інерції площі плавання парому:

$$J_x = \frac{BL^3}{12} = 42,7 \text{ м}^4.$$

Метацентрична висота $h_m = \frac{J_x}{V_{\text{вп}}} - l = 5,04 \text{ м}$ позитивна, тому паром остійний.

Для випадку додаткового вантажу аналогічно знаходимо центр ваги:

$$h_{\text{вп}} = \frac{0,5HG_{\text{п}} + (h_{\text{б}} + H)G_{\text{б}} + (h_{\text{б2}} + H)G_{\text{б2}}}{G_{\text{п}} + G_{\text{б}} + G_{\text{б2}}} = 1,182 \text{ м;}$$

$$V_{\text{вп}} = \frac{G_{\text{п}} + 2G_{\text{б}}}{\rho g} = 11,21 \text{ м}^3; \quad T_{\text{вп}} = \frac{V_{\text{вп}}}{LB} = 0,35 \text{ м;}$$

$$h_c = 0,5T_{\text{вп}} = 0,175 \text{ м; } l = h_{\text{вп}} - h_c = 1,007 \text{ м; } h_m = \frac{J_x}{V_{\text{вп}}} - l = 2,802 \text{ м.}$$

Метацентрична висота позитивна, тому паром остійний.

Задача № 4.2

Побудувати криву залежності сили підтримки від величини занурення для прямокутного понтона за розмірами $L=4 \text{ м}$; $B=1,5 \text{ м}$; $H=0,9 \text{ м}$ (рис. 4.3).

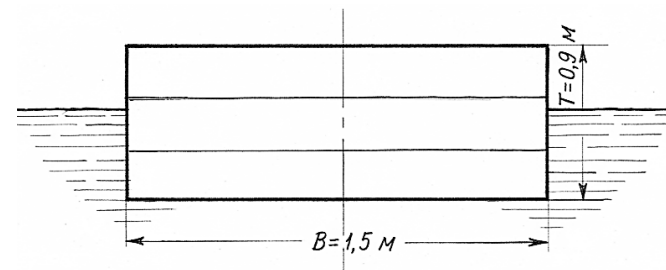


Рис. 4.3

Рішення. Крива γV будується за трьома точками, що відповідають зануренню $h_1=0,3 \text{ м}$; $h_2=0,6 \text{ м}$; $h_3=0,9 \text{ м}$:

- 1) $\gamma V_1 = 1 \times 4 \times 1,5 \times 0,3 = 1,8 \text{ т}$;
- 2) $\gamma V_2 = 1 \times 4 \times 1,5 \times 0,6 = 3,6 \text{ т}$;
- 3) $\gamma V_3 = 1 \times 4 \times 1,5 \times 0,9 = 5,4 \text{ т}$.

Задача № 4.3

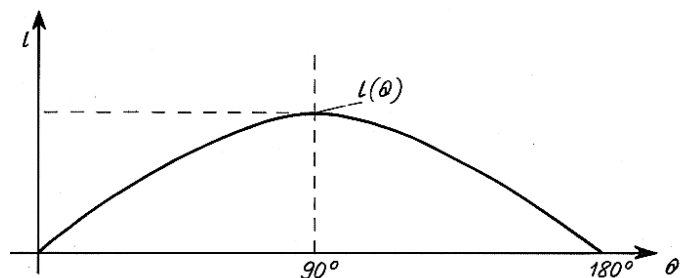
Визначити запас плавучості у прямостінного судна, висота борту якого $H=3 \text{ м}$, площа вантажної ватерлінії $S=560 \text{ м}^2$, а занурення $T=1,8 \text{ м}$ ($\gamma=1 \text{ т/м}^3$).

Рішення. 1. Запас плавучості $\gamma(V_0 - V)$, де V_0 – повний об'єм корпусу судна; $V_0 = 3 \times 560 = 1680 \text{ м}^3$; V – об'єм зануреної частини корпусу; $V = 1,8 \times 560 = 1008 \text{ м}^3$.

2. Надводний об'єм або запас плавучості $\gamma(V_0 - V) = 672 \text{ т}$.

Задача № 4.4

1. Побудувати діаграму динамічної остійності судна, якщо діаграма статичної остійності являє собою синусоїду з рівнянням $l=2 \sin \theta$ (рис. 4.4).

**Рис. 4.4**

2. Визначити роботу відновлювального моменту при крені на 15° , якщо вагова водотоннажність судна $D=5400$ т.

Рішення. 1. Ординати динамічної остійності:

$$d = \int_0^{\Theta} l d\Theta = 2 \int_0^{\Theta} \sin \Theta d\Theta = -\cos \Theta + c.$$

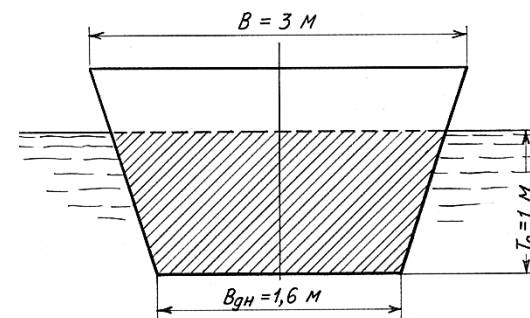
З початкової умови при $\theta=0$ і $d=0$ довільна постійна $c=2$: $d=2(1-\cos\theta)$.

2. Робота відновлювальної пари $T=dD=2D(1-\cos\theta)$: $T=5400 \times 2(1-\cos 15^\circ)=378$ тм.

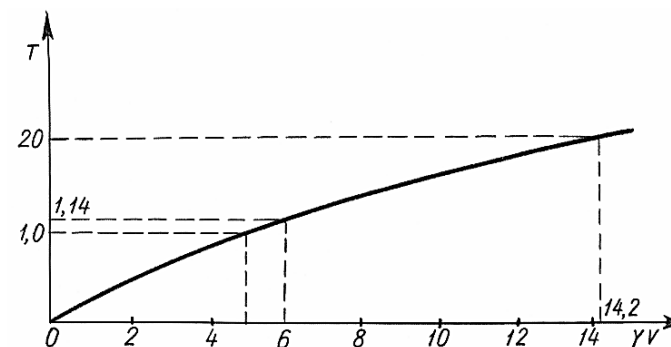
Задачі для самостійного виконання**Задача № 4.5**

Визначити зміну занурення понтона з поперечним перерізом у формі трапеції при зміні його навантаження з 6 до 7 т, якщо початкове занурення T_0 становило 1 м при довжині корпусу понтона 3 м і ширині по днищу $B_{\text{дн}}=1,6$ м. Об'ємну вагу морської води прийняти рівною $\gamma=1,026$ т/м³ (рис. 4.5).

Відповідь: зміна занурення понтона $\Delta T=0,138$ м.

**Рис. 4.5****Задача № 4.6**

Побудувати криву залежності сили підтримки понтона від занурення за умовами попередньої задачі, виразивши цю залежність попередньо аналітично.

**Рис. 4.6**

Відповідь: сила підтримки $\gamma V=4,93T+1,08T^2$ (рис. 4.6), де T – занурення понтона.

Задача № 4.7

Як зміниться осадка судна при знятті з нього вантажу вагою $P=100$ т, якщо площа ВВЛ становить $S=600$ м²?

Відповідь: $\Delta T=0,167$ м.

Задача № 4.8

Як зміниться осадка судна при переході його з прісної води в солону з об'ємною вагою $\gamma_2=1,026 \text{ т/м}^3$, якщо сила підтримки в прісній воді $\gamma_1 V_1=1000 \text{ т}$, а площа ВВЛ $S=500 \text{ м}^2$.

Відповідь: 1. Занурений об'єм у солоній воді отримуємо з рівності $\gamma_1 V_1 = \gamma_2 V_2$:

$$V_2 = \frac{\gamma_1 V_1}{\gamma_2} = 975 \text{ м}^3 \quad (\gamma_1=1 \text{ т/м}^3).$$

2. Зміна осадки:

$$\Delta T = \frac{V_2 - V_1}{S} = \frac{975 - 1000}{500} = -0,05 \text{ м}.$$

Осадка судна зменшується на 0,05 м.

Задача № 4.9

Судно, що йшло по річці, мало запас плавучості, рівний 600 т, при водотоннажності в 1000 т. Після завантаження в гирлі річки 120 т до осадки в 3,05 м судно перейшло в морську воду з об'ємною вагою $\gamma=1,026 \text{ т/м}^3$. Визначити занурення судна в солоній воді за умови, що борти судна в надводній частині вертикальні, а висота борту $H=4,2 \text{ м}$.

Відповідь: 1. Водотоннажність судна після прийняття вантажу:

$$D=1000+120=1120 \text{ т}.$$

2. Об'єм зануреної частини судна в морській воді

$$V = \frac{D}{\gamma} = \frac{1120}{1,026} = 1090 \text{ м}^3.$$

3. Зміна осадження при переході в солону воду:

$$T = \frac{(1090 - 1120)(4,2 - 3,05)}{(600 - 120)} = -0,07 \text{ м}.$$

4. Занурення судна в солоній воді:

$$T=3,05-0,07=2,98 \text{ м}.$$

Задача № 4.10

Визначити положення осі плавання понтона, форма корпусу якого показана на рисунку 4.7. Довжина понтона $L=4 \text{ м}$, ширина

$B=2 \text{ м}$, довжина носового загострення $l_n=1,2 \text{ м}$, довжина кормового загострення $l_k=1 \text{ м}$, ширина транца $b=1 \text{ м}$.

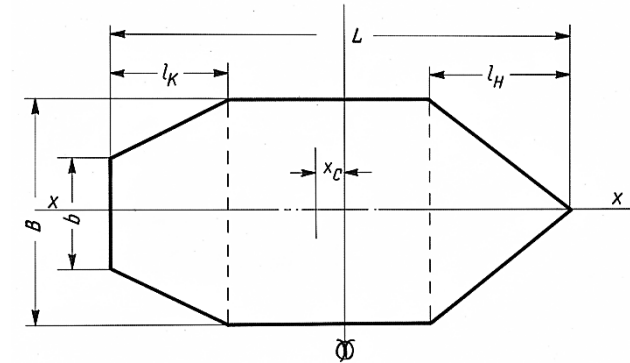


Рис. 4.7

Відповідь: вісь плавання віддалена від середини в бік корми на величину $x_c=2,17 \text{ м}$.

Задача № 4.11

Чи буде понтон із задачі № 4.10 перебувати в стані статичної стійкості, якщо центр ваги понтона віддалений на $z_d=1,5 \text{ м}$ від днища, а занурення понтона $T=1 \text{ м}$?

Відповідь: умова статичної стійкості вільно плаваючого тіла $h>0$, де $h=r+z_c-z_d$ (h – мала метacentрична висота); $z_c=0,5T=0,5 \text{ м}$;

$$z_d=1,5 \text{ м}; \quad r = \frac{I_x}{V} = 0,273 \text{ м}; \quad h=0,273+0,5-1,5=-0,733 \text{ м}.$$

$h<0$, отже, положення понтона нестійке.

Задача № 4.12

Визначити величину моменту остійності форми понтона, зображеного на рисунку 4.7, при нахилі його на кут $\theta=10^\circ$ навколо поздовжньої осі, якщо початкове занурення становило $T=1 \text{ м}$.

Відповідь: момент остійності форми: $M_p=r\gamma V \sin\theta$; $M_p=\gamma I_x \sin\theta$; $M_p=1 \times 1,72 \sin\theta$.

Задача № 4.13

Визначити момент остійності ваги судна водотоннажністю $D=975$ т при куті крену $\theta=7^\circ$, якщо мала метацентрична висота $h=1,2$ м, а момент інерції площі вантажної ватерлінії відносно поздовжньої осі становить $I_x=1600 \text{ м}^4$ ($\gamma=1 \text{ т/м}^3$).

Відповідь: момент остійності ваги: $M_d = \gamma V a \sin \theta$.

Підвищення ц. т. судна над ц. в.: $a=r-h$.

1. Малий метацентричний радіус:

$$r = \frac{I_x}{V} = \frac{1600 \times 1}{975} = 1,64 \text{ м.}$$

2. $M_d = 1 \times 975(1,64 - 1,2) \sin 7^\circ = 52,4 \text{ тм.}$

Задача № 4.14

Яка величина відновлювального моменту, що виникає при диференті морського судна в 3° , якщо момент інерції площі ВВЛ відносно поперечної осі обертання $I_y=785\,700 \text{ м}^4$, а велика метацентрична висота становить 98 % від великого метацентричного радіуса ($\gamma=1,026 \text{ т/м}^3$).

Відповідь: відновлювальний момент $M_{\text{віднов}} = DH \sin \psi$. Велика метацентрична висота $H = 0,98 \frac{I_y}{V}$. $M_{\text{віднов}} = \gamma 0,98 I_y \sin \psi = 41\,500 \text{ тм.}$

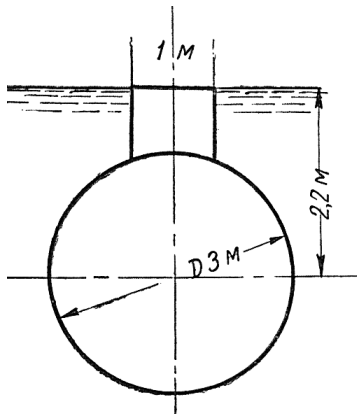


Рис. 4.8

Задача № 4.15

Визначити форму рівноваги повністю зануреного циліндричного тіла з поперечним перерізом, зображеним на рисунку 4.8, якщо ордината ц. т. тіла z_d становить 1,6 м.

Відповідь: ордината ц. в. тіла $z_c=1,66$ м. $z_c > z_d$, отже, рівновага стійка.

Розділ V. МЕХАНІКА ОДНОМІРНОГО РУХУ РІДИНИ

Загальні відомості та розрахункові формули

У випадку стаціонарного руху ідеальної рідини, що не стискається, існує повне рішення рівнянь Ейлера, яке носить назву рівняння Бернуллі і має велике практичне значення:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g z_2. \quad (5.1)$$

Рівняння виконується вздовж трубки току – поверхні, що утворена всіма лініями струму, що проходять через замкнутий плоский контур (рис. 5.1). У свою чергу лінія струму являє собою векторну лінію швидкості, тобто геометричне місце точок, у яких вектор швидкості спрямований по дотичній до цієї лінії. Розуміло, що за стаціонарному русі лінія струму збігається з траєкторією руху частинки рідини. Таким чином, рідина може рухатися вздовж трубки струму і ніде її не перетинає. Ця властивість течії дозволяє використовувати рівняння (5.1) для вирішення задач про течію рідини по трубопроводу.

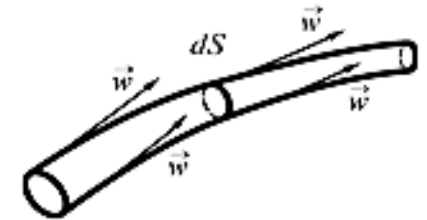


Рис. 5.1. Трубка тока

Кожний доданок у рівнянні Бернуллі має розмірність $\text{Дж/м}^3 = \text{Н/м}^2 = \text{Па}$, отриманий інтегруванням об'ємної щільності сили шляхом руху рідини і, отже, має сенс об'ємної щільності енергії, тобто енергії, віднесеної до одиниці об'єму. Однак, оскільки розмірність всіх доданків є розмірність тиску, вони називаються тисками.

Перший доданок $0,5 \rho v^2$ являє собою об'ємну щільність кінетичної енергії рідини, що рухається, і називається динамічним

тиском. Другий доданок p має сенс об'ємної щільності потенційної енергії тиску і називається статичним тиском. Нарешті, третій доданок ρgz , що є об'ємною щільністю потенційної енергії положення, називається геометричним тиском.

Таким чином, рівняння Бернуллі є математичним виразом закону збереження енергії для трубки струму ідеальної рідини, що не стискається, і показує, що сумарна механічна енергія, тобто сума кінетичної та потенційної енергії, по довжині трубки струму залишається постійною. Цей результат пояснюється тим, що при русі ідеальної рідини не діють сили тертя, i , отже, відсутні втрати енергії на тертя i , а також тим, що через поверхню трубки струму рідина не проходить i , отже, немає обміну енергією з навколишньою рідиною.

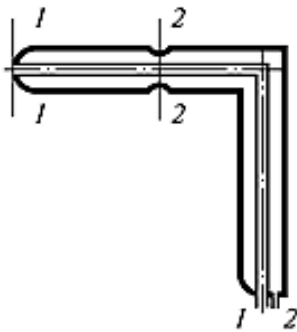


Рис. 5.2. Схема трубки Піто-Прандтля

Відповідно до рівнянням Бернуллі різні види енергії можуть переходити один до одного. Наприклад, при горизонтальному русі рідини, тобто при $z = \text{const}$, прискорення потоку призводить до зменшення статичного тиску і навпаки, при зменшенні швидкості статичний тиск зростає. На цьому, зокрема, засновано дію трубки Піто-Прандтля, що широко використовується для вимірювання швидкостей в потоках рідин і газів (рис. 5.2).

Трубку встановлюють назустріч потоку. При цьому в площині центрального лобового отвору в перерізі 1-1 швидкість дорівнює нулю, а тому тиск, що вимірюється манометром, приєднаним до патрубка 1 зветься повним тиском, відповідно до рівняння Бернуллі буде дорівнює сумі динамічного і статичного тисків $p = u^2/2 + p_0$. У площині отворів, розташованих у перерізі 2-2, тиск дорівнює статичному тиску p_0 , який можна виміряти, якщо приєднати манометр до патрубка 2. Таким чином, різницю між повним тиском p_0 і статичним p_0 (її можна безпосередньо виміряти за допомогою диференціального манометра) являє собою динамічний тиск $\rho u^2/2$.

Для одномірних потоків характерна зміна всіх параметрів течії лише в одному напрямку. Одномірним можна вважати перебіг рідини в каналі з поперечним перерізом, що плавно змінюється, і малою кривизною його осі. Одночасно вводиться припущення про сталість всіх параметрів потоку в поперечному перерізі каналів або замість дійсних величин використовуються їх усереднені значення.

При зробленому вище припущенні про сталість параметрів у поперечних перерізах каналу рівняння нерозривності, записане для двох довільних перерізів F_1 і F_2 за відсутності масообміну із зовнішнім середовищем, набуває вигляду:

$$F_1 \rho_1 v_1 = F_2 \rho_2 v_2. \quad (5.2)$$

Для рідини при $\rho = \text{const}$ рівняння нерозривності набуває простого виду $F_1 v_1 = F_2 v_2$ і розглядають такі задачі:

- зміна перетину труби. Розглядається рух рідини по трубі змінного перетину. З рівняння (5.1) встановлені загальні відношення швидкостей та перетинів: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{F_2}{F_1}$;
- розгалуження потоку. Потік з витратою Q_0 поділяється на два з витратами Q_1 та Q_2 . З рівняння (5.1) встановлені загальні відношення швидкостей та перетинів $v_0 S_0 = v_1 S_1 + v_2 S_2$;
- витік рідини через отвір. Рідина витікає з бака, швидкість залежить від висоти h рівня рідини. Основна формула Торрічеллі:

$$v = \sqrt{2gh};$$

- визначення гідродинамічного тиску. Тиск у рідині змінюється, якщо змінюється перетин труби. Основні рівняння це рівняння витрат та Бернуллі:

$$F_1 v_1 = F_2 v_2, \quad p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 \dots$$

Приклади вирішення характерних задач з поясненнями

Задача № 5.1

При підході судна до нафтостанції рівень палива в паливному відсіку за мірною рейкою становив $h_1=1,2$ м. На забір палива відводиться 10 хвилин. З якою швидкістю по трубопроводу діаметром $d=160$ мм повинно подаватися паливо, якщо наповнення цистерни потрібно довести до рівня $h_2=2,6$ м? Ціна поділки мірної рейки $0,16$ т/см, а об'ємна вага палива $\gamma=920$ кг/м³.

Рішення. 1. Необхідна витрата палива:

$$Q = \frac{W}{\gamma} = \frac{(260 - 120)0,16}{600 \times 0,92} = 0,0406 \text{ м}^3/\text{с}.$$

2. Швидкість руху палива:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{0,0406}{\pi \times 0,08^2} = 2,02 \text{ м/с}.$$

Задача № 5.2

Обчислити збільшення швидкості від звуження потоку в площині дії гребного гвинта, укладеного в направляючу насадку, в порівнянні зі швидкістю набігаючого потоку $v_1=2,5$ м/с, якщо діаметр входного перетину насадки $D_1=1,4$ м, а діаметр найменшого її перетину в місці установки гребного гвинта $D_2=1,15$ м.

Рішення. 1. За рівнянням нерозривності $S_1 v_1 = S_2 v_2$, звідки швидкість потоку в площині дії гвинта:

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} = v_1 \frac{D_1^2}{D_2^2} = 3,7 \text{ м/с}.$$

2. Співвідношення швидкостей: $\frac{v_2}{v_1} = 1,4$.

Збільшення швидкості становить: $\frac{\Delta v}{v_1} = 48 \%$.

Задача № 5.3

З напірного бака санітарної системи з розмірами $l \times b = 2 \times 1,2$ м, розташованого на тентовій палубі судна, вода протікає по трубопроводу (рис. 5.3), надходить до санітарних магістралей верхньої та головної палуби (при цьому діаметри трубопроводу $d_1=100$ мм, $d_2=70$ мм, $d_3=50$ мм) і витікає в атмосферу. Визначити витрату води і тиск у перерізах I-I і II-II, якщо рівень води в напірному баку підтримується постійним і становить $1,2$ м від дна. Втратою натиску на тертя знехтувати.

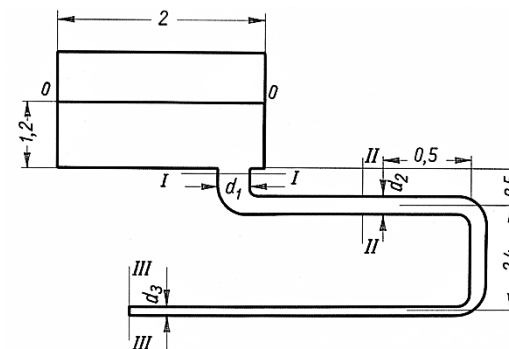


Рис. 5.3

Рішення. 1. Рівняння Бернуллі для перерізів 0-III:

$$\frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_3}{\gamma} + z_3 = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + z_0 + h_f$$

або

$$\frac{v_3^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} + z_0,$$

оскільки $p_3=p_0$; $z_3=0$; $h_f=0$ не враховуються (z_0 відповідно до малюнка становить $4,1$ м). За умовою нерозривності $v_0 S_0 = v_3 S_3$ або

$$v_0 = v_3 \frac{d_3^2 \pi}{4lb} = 0,00082 v_3.$$

З рівняння Бернуллі:

$$v_3^2 (1 - 0,00082^2) = 8,2g.$$

Звідки $v_3=8,96$ м/с; $v_0=0,0073$ м/с. Останнє значення дуже мале і ним можна знехтувати.

2. Витрата рідини:

$$Q = \frac{\pi d_3^2}{4} v_3 = 17,6 \text{ л/с.}$$

3. З рівняння Бернуллі для перерізів II-III визначається швидкість:

$$v_2=4,58 \text{ м/с і тиск } p_2=1,063 \text{ кг/см}^2.$$

4. З рівняння Бернуллі для перерізів I-III обчислюється:

$$v_2=2,24 \text{ м/с і } p_1=1,095 \text{ кг/см}^2.$$

Задачі для самостійного виконання

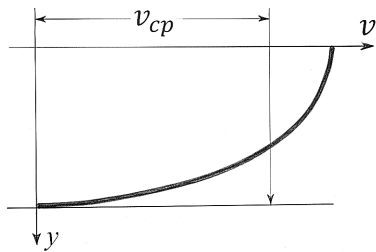


Рис. 5.4

Задача № 5.4

Яка середня швидкість протікання мазуту по паливному трубопроводу діаметром 80 мм, якщо зміна швидкості по перерізу трубопроводу в м/с визначається відповідно до рівняння $v=(0,5-313y^2)$, де y – відстань розглянутої точки від осі труби

в метрах, яка змінюється в межах від 0 до половини діаметра труби (рис. 5.4).

Відповідь: 1. Середня швидкість:

$$v_{cp} = \frac{Q}{\pi R^2}.$$

2. Елементарна витрата:

$$dQ=v2\pi ydy,$$

або

$$dQ=2\pi (0,5-313y^2) ydy.$$

3. Повна витрата:

$$Q = 2\pi \int_0^r (0,5 - 313y^2) ydy = 2\pi \left(0,25r^2 - \frac{313}{4} r^4 \right).$$

Після інтегрування:

$$Q=2\pi r^2(0,25-78 \times 0,0016)=0,25\pi r^2.$$

4. Середня швидкість:

$$v_{cp} = \frac{0,25\pi r^2}{\pi r^2} = 0,25 \text{ м/с.}$$

Задача № 5.5

Визначити середню швидкість у прикордонному шарі пластини, якщо швидкість у напрямку нормалі до пластини (рис. 5.4) змінюється за законом $v=(1-20y)^{0,143}$, де $y \leq 0,05$ м.

Відповідь: середня швидкість:

$$v_{cp} = \frac{1}{r} \int_0^r (1-20y)^{0,143} ydy = \frac{1}{r} \int_0^r \frac{(1-20y)^{1,143}}{1,143}.$$

Після підстановки $v_{cp}=0,875$ м/с.

Задача № 5.6

При протіканні мазуту до витратного паливного баку по трубопроводу діаметром $d=120$ мм швидкість по перерізу трубопроводу розподіляється згідно з виразом $v=40y-400y^2$, справедливому в межах від $y=0$ до $y=d/2$. За який час наповниться паливний бак ємністю 1 м^3 , якщо знехтувати опором трубопроводу?

Відповідь: 1. Витрата:

$$Q = 2\pi \int_0^r (40y - 400y^2) ydy = 2\pi \left(40 \frac{r^3}{3} - 400 \frac{r^4}{4} \right) \approx 10 \text{ л/с.}$$

2. Час наповнення $t=100$ с.

Задача № 5.7

Яким буде приріст тиску по довжині похилої трубки між перерізами I-I і II-II (рис. 5.5), якщо витрата води $Q \text{ м}^3/\text{с}$, висота положення осі труби при переході від переріза I-I до переріза II-II

змінюється на величину α , кут нахилу осі труби визначається виразом $\sin \alpha = b$, а радіус перетину труби змінюється за законом $R = R_0 - kl$, де R_0 – радіус у перерізі I-I; l – відстань розглянутого перерізу по довжині труби від перерізу I-I; k – постійний коефіцієнт.

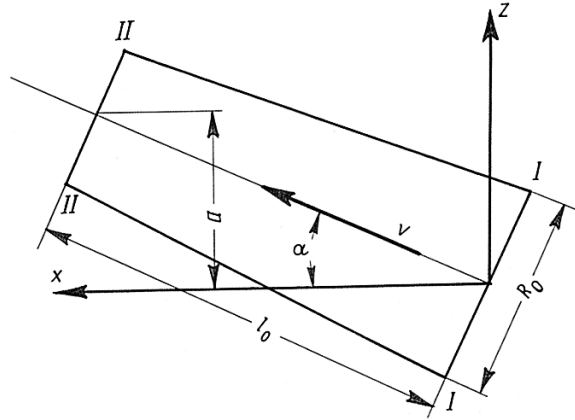


Рис. 5.5

Відповідь: 1. Диференціальне рівняння протікання рідини за умови неврахування в'язкості:

$$\frac{1}{2} \frac{dv^2}{dl} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dl} - g \frac{dz}{dl},$$

де l – зміна довжини труби.

2. Відповідно до розташування осей на малюнку, висота положення осі труби $z = l \sin \alpha = lb$, а повна довжина труби $l_0 = a/b$.

При цьому $\frac{dz}{dl} = b$.

3. Швидкість в довільному перерізі труби:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{Q}{\pi (R_0 - kl)^2}.$$

Внаслідок цього:

$$\frac{dv^2}{dl} = \frac{d}{dl} \frac{Q^2}{\pi^2 (R_0 - kl)^2} = \frac{2Q^2 k}{\pi^2 (R_0 - kl)^3}.$$

4. Приріст тиску вздовж довжини труби:

$$\frac{dp}{dl} = \frac{\rho}{2} \frac{dv^2}{dl} + g \frac{dz}{dl}$$

або, після підстановки:

$$\frac{dp}{dl} = \frac{\rho}{2} \frac{2Q^2 k}{\pi^2 (R_0 - kl)^3} + \rho g b = \rho \frac{Q^2 k}{\pi^2} \frac{1}{R_0 - kl} + \gamma b.$$

Приріст тиску при переході від перерізу I-I до перерізу II-II:

$$\frac{dp}{dl} = \rho \frac{Q^2 k}{\pi^2} \frac{1}{R_0 - \frac{\alpha k}{b}} + \gamma b = b \left[\frac{\rho Q^2 k}{\pi^2 (b R_0 - a)} + \gamma \right].$$

$(l = a/b).$

Задача № 5.8

Побудувати криву зміни тиску для трубопроводу, зазначеного на рисунку 5.6, якщо витрата води по трубопроводу $Q = 2,5$ л/с, а витікання відбувається в атмосферу. Дією сил в'язкості знехтувати. Діаметр ділянок трубопроводу $d_1 = 30$ мм, $d_2 = 100$ мм.

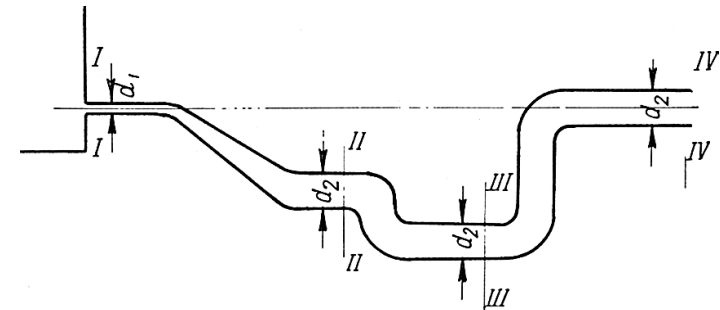


Рис. 5.6

Відповідь: $p_1 = 0,936$ кг/см²; $p_2 = 1,08$ кг/см²; $p_3 = 1,2$ кг/см²; $p_4 = 1$ кг/см².

Задача № 5.9

Побудувати криві зміни швидкісної висоти, п'єзометричної висоти та висоти положення по довжині трубопроводу, зазначеного на рисунку 5.7.

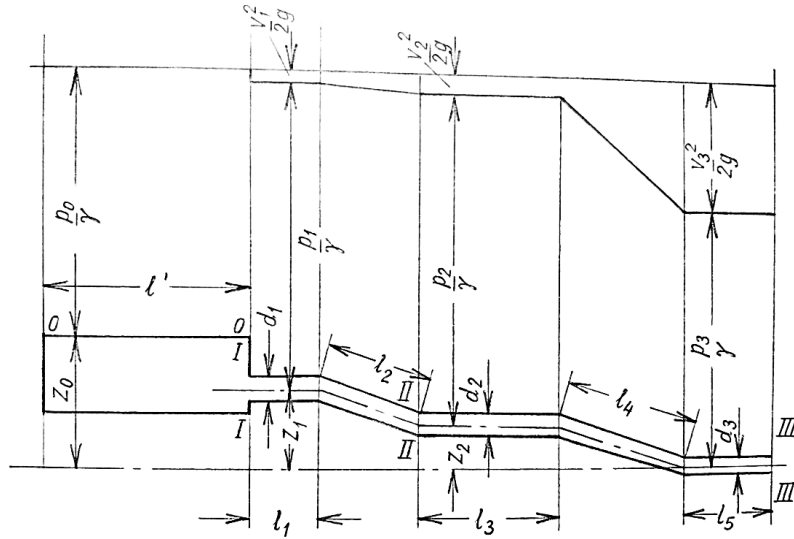


Рис. 5.7

Визначити повний напір у трубопроводі, не враховуючи дію сил в'язкості. Розміри трубопроводу: $l_1=1$ м, $l_2=l_3=2$ м, $l_3=l_4=3$ м, $d_1=30$ мм, $d_2=50$ мм, $d_3=70$ мм.

Відповідь: 1) у перерізі I-I:

$$\frac{v_1^2}{2g} = 0,17 \text{ м}, \quad \frac{p_1}{\gamma} = 11,6 \text{ м}, \quad z_1 = 3,23 \text{ м};$$

2) у перерізі II-II:

$$\frac{v_2^2}{2g} = 0,65 \text{ м}, \quad \frac{p_2}{\gamma} = 12,85 \text{ м}, \quad z_2 = 1,5 \text{ м};$$

3) у перерізі III-III:

$$\frac{v_3^2}{2g} = 5 \text{ м}, \quad \frac{p_3}{\gamma} = 10 \text{ м}, \quad z_3 = 0 \text{ м};$$

4) у перерізі O-O:

$$\frac{v_0^2}{2g} = 0, \quad \frac{p_0}{\gamma} = 10 \text{ м}, \quad z_3 = 5 \text{ м}.$$

Задача № 5.10

Визначити тиск і швидкісні напори в перерізах I-I і II-II ділянки викидної труби водометного рушія, схема якої на рисунку 5.8.

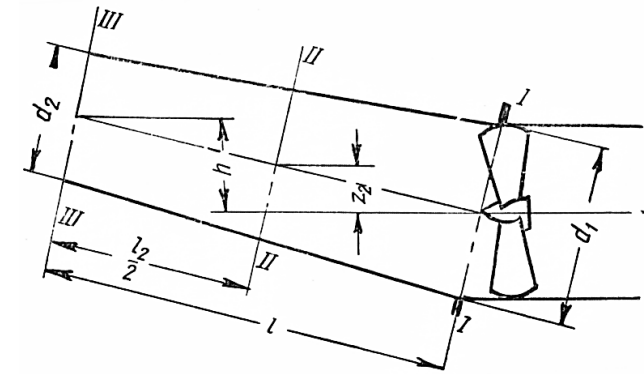


Рис. 5.8

Діаметр труби в площині дії рушія $d_1=0,55$ м, діаметр вихідного отвору $d_2=0,45$ м, швидкість викиду струменя з водомета $v_3=7,5$ м/с. Центр вихідного отвору знаходиться на відстані $h_3=0,5$ м вище положення осі рушія. Перевірити отримані результати.

Відповідь: 1. Швидкість в перерізі I-I:

$$v_1 = v_3 \frac{d_3^2}{d_2^2} = 5 \text{ м/с}.$$

Швидкісний напір $\frac{v_1^2}{2g} = 1,27$ м.

Тиск води в перерізі I-I визначається з рівняння Бернуллі:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} + h_3.$$

Відповідно до цього:

$$p_1 = \frac{\gamma}{2g} (v_3^2 - v_1^2) + p_3 + h_3 = 12,1 \text{ т/м}^2.$$

2. Швидкість в перерізі II-II:

$$v_2 = v_3 \frac{d_3^2}{d_1^2} = 6,06 \text{ м/с},$$

оскільки для цього перерізу $d_2 = 0,5 \text{ м}$.

Швидкісний напір: $\frac{v_2^2}{2g} = 1,88 \text{ м}.$

Тиск води в перерізі:

$$p_2 = \frac{\gamma}{2g} (v_3^2 - v_2^2) + p_3 + \frac{\gamma}{2} h_3 = 11,24 \text{ т/м}^2.$$

3. Сума швидкісного напору, п'єзометричної висоти та висоти положення становить:

для перерізу I-I:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = 12,1 + 1,27 = 13,37 \text{ м};$$

для перерізу II-II:

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = 11,24 + 1,88 + 0,25 = 13,37 \text{ м};$$

для перерізу III-III:

$$\frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} + z_3 = 10 + 2,87 + 0,5 = 13,37 \text{ м}.$$

Задача № 5.11

Знайти рівняння для п'єзометричної лінії по довжині похилої труби змінного перетину (рис. 5.9), з якої вода витікає в атмосферу зі швидкістю $v_2 = 5 \text{ м/с}$. Довжина труби $l = 3 \text{ м}$, діаметри труби $d_1 = 100 \text{ мм}$, $d_2 = 50 \text{ мм}$, кут нахилу осі труби $\alpha = 45^\circ$.

Відповідь: 1. Для визначення п'єзометричної висоти в довільному перерізі на відстані x від початку координат слід скористатися рівнянням Бернуллі та рівнянням нерозривності:

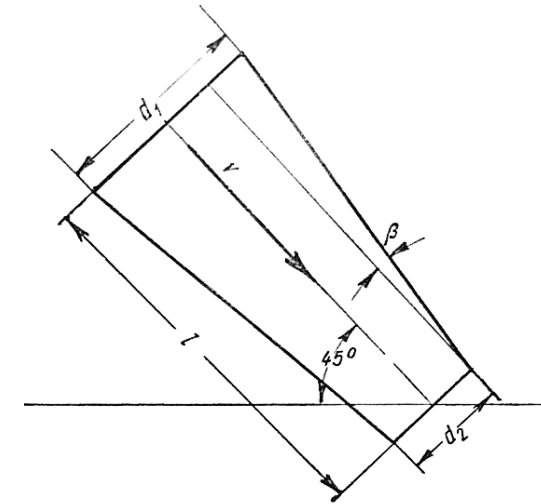


Рис. 5.9

$$\begin{cases} \frac{v_x^2}{2g} + \frac{p_x}{\gamma} + z_x = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 \\ d_2^2 v_2 = d_x^2 v_x. \end{cases}$$

2. Відповідно до малюнка:

$$z_x = x \operatorname{tg} \alpha, \text{ а } dx = d_2 + 2x \operatorname{tg} \beta,$$

але оскільки

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d_1 - d_2}{2l},$$

то

$$dx = d_2 + \frac{x}{l} (d_1 - d_2).$$

Швидкість у розглянутому перерізі?

$$v_x = v_2 \frac{d_2^2}{\left[d_2 + \frac{x}{l} (d_1 - d_2) \right]^2}.$$

3. П'єзометрична висота змінюється за законом:

$$\frac{p_x}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{d_2^4 v_2^2}{2g \left[d_2 + \frac{x}{l} (d_1 - d_2) \right]^4} - x \operatorname{tg} \alpha.$$

Після підстановки числових значень:

$$\frac{p_x}{\gamma} = 11,27 - x - \frac{795 \times 10^{-5}}{0,05 + 0,0167x}.$$

4. Значення п'єзометричної висоти:

при $x=0$ $\frac{p_x}{\gamma} = 10$ м вод. ст.;

при $x = \frac{1}{2}$ $\frac{p_x}{\gamma} = 9,52$ м вод. ст.;

при $x=l$ $\frac{p_x}{\gamma} = 8,19$ м вод. ст.

Задача № 5.12

Визначити, нехтуючи в'язкістю рідини, перепад тисків перед диском гребного гвинта, якщо швидкість v потоку, що набігає на гвинт, у контрольному перерізі $I-I$ далеко попереду гвинта, а швидкість води в площині диска гвинта збільшується на половину величини всієї викликаной гвинтом швидкості w , тобто швидкість води становить $(v+w/2)$.

Відповідь: рівняння Бернуллі для води, що проходить через гвинт з горизонтальною віссю:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma},$$

де p_1 – тиск у площині диска гвинта; p_2 – тиск далеко попереду гвинта.

Перепад тисків перед гвинтом:

$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{\left(v + \frac{w}{2}\right)^2 - v^2}{2g} = \frac{v^2 + vw + \frac{w^2}{4} - v^2}{2g}.$$

Після спрощення виходить, що

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} w \left(v + \frac{w}{4} \right).$$

Тиск безпосередньо перед гвинтом зменшується в порівнянні з тиском далеко попереду гвинта.

Задача № 5.13

Обчислити повний перепад тисків у площині диска гвинта, якщо повна викликана його дією швидкість $v=2,7$ м/с, швидкість потоку, що набігає на гвинт $v=5$ м/с. Викликана швидкість нарастає в площині диска гвинта на половину своєї величини, а тиск у II контрольній площині, розташований далеко позаду гвинта (рис. 5.10), дорівнює тиску в I контрольній площині, розташований далеко попереду гвинта. Знайти силу тиску води на гвинт при діаметрі гвинта $D=1,6$ м.

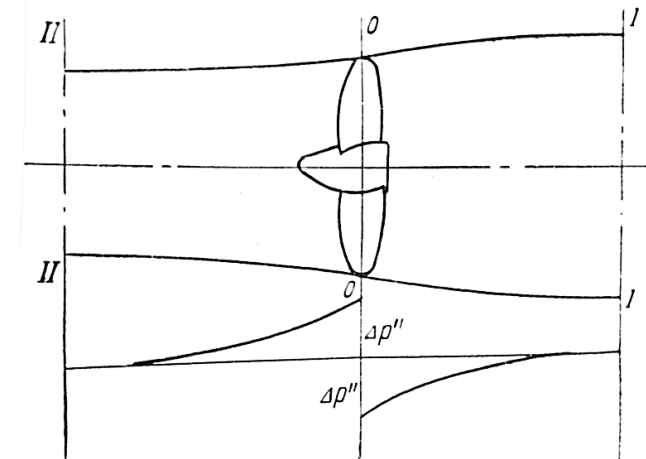


Рис. 5.10

Відповідь: 1. Рівняння Бернуллі для ділянки перед гвинтом:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma},$$

де v_0 та p'_0 – швидкість і тиск безпосередньо за гвинтом у площині його дії; p_2 та v_2 – тиск і швидкість далеко за гвинтом, у II контрольній площині.

Перепад тисків за гвинтом $\Delta p'' = p''_0 - p_2$ або

$$\Delta p'' = \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_0^2) = \frac{\rho}{2}\left[(v+w)^2 - \left(v + \frac{w}{2}\right)^2\right] = \frac{\rho}{2}\left(2vw + w^2 - vw - \frac{w^2}{4}\right),$$

(оскільки $v_2 = v + w$, а $v_0 = v + w/2$).

Після спрощення перепад тиску:

$$\Delta p'' = \frac{\rho}{2}w\left(v + \frac{3}{4}w\right).$$

2. На підставі рівняння Бернуллі для ділянки I–0 отримуємо перепад тисків перед гвинтом:

$$\Delta p' = p_1 - p'_0 = \frac{\rho}{2}\left(v + \frac{w}{4}\right).$$

3. Повний перепад тисків $\Delta p = \Delta p' + \Delta p''$ або

$$\Delta p = \frac{\rho}{2}w\left(v + \frac{3}{4}w + v + \frac{w}{4}\right) = \rho w\left(v + \frac{w}{2}\right).$$

При заданих величинах:

$$\Delta p = 102 \times 2,7(5 + 1,35) = 1750 \text{ кг/м}^2.$$

4. Сила тиску води на гвинт (упор гвинта):

$$T = \frac{\pi D^2}{4} = 3510 \text{ кг}.$$

Задача № 5.14

При дослідженні відносних швидкостей води біля поверхні рухомого судна був застосований прилад, зображений на рисунку 5.11.

Він має дві трубки – вигнуту і пряму, верхні кінці обох трубок закриті. Трубка 1, яка називається трубкою Піто, спрямована своїм вигнутим кінцем у бік руху судна, а трубка 2 з'єднана з внутрішнім простором приладу і показує п'єзометричний тиск.

Вимірювання проводилися шляхом послідовної установки приладу на різних відстанях від поверхні судна. Задано таблицю різниці показань першої і другої трубки. Побудувати криву зміни швидкості в залежності від відстані розглянутих частинок від борту судна.

№ вимірювань	1	2	3	4	5
Відстань від борту, мм	10	20	30	40	50
Різниця рівнів трубок, м	0,17	0,28	0,336	0,414	0,46

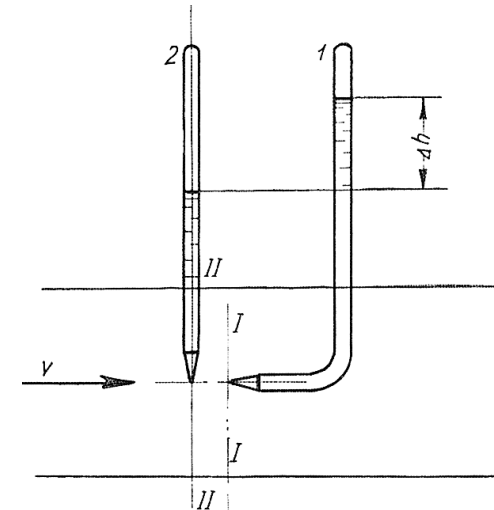


Рис. 5.11

Відповідь: рівняння Бернуллі:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\rho} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho} + z_2.$$

Відповідно до малюнка рівняння Бернуллі для ділянки I–II:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p_2}{\rho} = \frac{p_1}{\rho},$$

оскільки в перетині I–I рідина зупиняється, тобто $v_1=0$, а $z_1=z_2$ для розглянутої горизонтальної струйки.

Швидкість води:

$$v = \sqrt{2g \left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)} = \sqrt{2g(h_1 - h_2)} = \sqrt{2g\Delta h}.$$

Для проведених вимірювань отримуються наступні швидкості:

№ вимірювань	1	2	3	4	5
Швидкості, м/с	1,83	2,34	2,57	2,85	3

Задача № 5.15

При буксируванні пластини в дослідному басейні було встановлено закон зміни відносної швидкості поблизу її поверхні в межах прикордонного шару товщиною 0,018 м у вигляді наступного рівняння: $v=517y-13400y^2$, де y – відстань розглянутих частинок від площини пластини. Визначити різницю показань ртутного манометра, підключеного до трубок приладу, описаного в задачі № 5.14, якщо вимірювання проводилися на відстанях $y_1=5$ мм, $y_2=10$ мм, $y_3=15$ мм і $y_4=19$ мм від пластини.

Відповідь: різниця показань манометрів:

$\Delta h_1=0,019$ мм рт. ст.;

$\Delta h_2=0,055$ мм рт. ст.;

$\Delta h_3=0,084$ мм рт. ст.;

$\Delta h_4=0,094$ мм рт. ст.

Розділ VI ВИТІКАННЯ З ОТВОРІВ

Загальні відомості та розрахункові формули

Витікання рідини є процес перетворення потенційної енергії тиску і положення в кінетичну енергію струменя. З погляду гідродинаміки, це окремий випадок руху, де основним завданням є визначення двох параметрів: витрати рідини Q і швидкості течії v .

Математичним фундаментом тут є рівняння Бернуллі. Для ідеальної (нев'язкої) рідини швидкість витікання з отвору під постійним натиском H визначається формулою Торрічеллі:

$$v = \sqrt{2gH}, \quad (6.1)$$

де натиск H – це відстань від вільної поверхні резервуара до геометричного центру отвору. Однак у реальних умовах на процес впливають два ключові фактори: гідравлічні опори (в'язкість) та інерційні ефекти, що призводять до деформації струменя.

Геометрія витікання рідини характеризується стисканням потоку. При підході до отвору частинки рідини рухаються криволінійними траєкторіями. Через силу інерції вони не можуть миттєво змінити напрямок на кінцевий кут при виході, що призводить до звуження потоку на деякій відстані від стінки. Це явище характеризується **коефіцієнтом стиснення** ε :

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega}, \quad (6.2)$$

де ω_c – площа перерізу стисненого струменя, а ω – площа самого отвору.

Розглядають наступні моделі витікання:

– **ідеальний стиск:** стінки резервуара віддалені від отвору, і вони не впливають на траєкторії частинок;

– **недосконале стискування:** близькість стінок змушує потік вирівнюватися, що збільшує площу перерізу струменя.

Для переходу від ідеалізованих формул до реальних вводяться безрозмірні коефіцієнти, які акумулюють у собі всі втрати та особливості геометрії:

1. **Коефіцієнт швидкості ϕ :** враховує втрати напорі подолання опорів:

$$\phi = \frac{v_r}{v} = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}, \quad (6.3)$$

де ζ – коефіцієнт місцевого опору отвору; v_r – швидкість реального потоку.

2. **Коефіцієнт витрати μ :** головний експлуатаційний параметр, що пов'язує реальну витрату з геометричною площею отвору та теоретичною швидкістю:

$$\mu = \epsilon \times \phi. \quad (6.4)$$

Звідси розрахункова формула витрати:

$$Q = \mu \times \omega \sqrt{2gH}. \quad (6.5)$$

Насадок – це коротка трубка, приєднана до отвору. Його використання парадоксальне: незважаючи на збільшення шляху тертя, насадок збільшує витрату порівняно з простим отвором того самого діаметра. Це відбувається завдяки утворенню всередині насадка області вакууму (зниженого тиску) у зоні стиснення струменя. Цей вакуум створює додатковий градієнт тиску в струмені. У циліндричній насадці коефіцієнт витрати μ зростає з 0,62 (для отвору) до 0,82. Насадки, що мають форму конуса, що розходяться, дозволяють ще більше збільшити витрату, в той час як конус, що збігається – збільшують далекобійність і силу удару струменя.

Якщо до резервуару не поступає рідина, напір H зменшується з часом. У цьому випадку завдання вирішується через рівняння нерозривності в диференціальній формі: об'єм рідини, що зменшилася в резервуарі за час dt , дорівнює обсягу, що витік через отвір:

$$-S(H)dH = \mu \omega \sqrt{2gH} dt. \quad (6.6)$$

Інтегрування цього виразу дозволяє визначити час повного чи часткового спорожнення судини будь-якої форми $S(H)$.

Для вирішення завдань важливо розрізняти малі отвори, великі отвори та затоплені отвори. Отвір вважається малим, якщо цього вертикальний розмір d значно менше напорі H . Швидкість у всіх точках перерізу вважається однакою. Якщо розмір отвору d можна порівняти з напором H , то такий отвір вважається великим і необхідно враховувати різницю тисків між верхньою та нижньою кромками шляхом інтегрування елементарних витрат. Якщо витік здійснюється під рівень рідини в іншому резервуарі, то такий отвір називається затоплений. У цьому випадку розрахунковий натиск – це різниця Δz між рівнями вільних поверхонь резервуарів.

Приклади вирішення характерних задач з поясненнями

Задача № 6.1

Порівняти швидкості вільного витікання води через бічний отвір діаметром $d=20$ мм з центром ваги площі, зануреним на $h=1000$ мм під рівнем води в резервуарі в трьох наступних випадках:

- 1) тиск на вільній поверхні дорівнює атмосферному $p=p_0$;
- 2) тиск на вільній поверхні $p=0,95p_0$;
- 3) тиск на вільній поверхні $p=1,05p_0$.

Площа вільної поверхні води в резервуарі $F=0,5$ м².

Опір руху рідини не враховується.

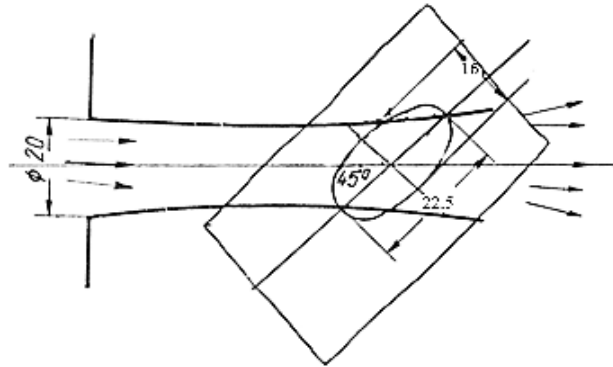
Рішення. Повний натиск визначається за формулою гідростатичного тиску. Швидкість витікання води визначається за формулою Торрічеллі

$$v = \sqrt{2g\left(h + \frac{p_0 - p}{\gamma}\right)} \quad \text{при} \quad n = \frac{f}{F} \approx 0,0006.$$

- 1) при $p=p_0$ $v = \sqrt{2gh} = 4,43$ м/с;
- 2) при $p=0,95p_0$ $= 0,95 \times 10,33$ м вод. ст. $v=3,08$ м/с;
- 3) при $p=1,05p_0$ $= 1,05 \times 10,33$ м вод. ст. $v=5,45$ м/с.

Задача № 6.2

Визначити значення коефіцієнта стиснення при витіканні води через бічний отвір з гострими краями діаметром $d=27$ мм, якщо на плоскій похилій сітці, поставлений на шляху струменя в місці найбільшого її стиснення, змочена частина сітки представилася еліпсом з осями $a=22,5$ мм, $b=16$ мм (рис. 6.1).

**Рис. 6.1**

Рішення. При витіканні рідини з отвору з гострими краями струмінь звужується. На певній відстані від стінки утворюється так званий стислий переріз, де траєкторії частинок стають паралельними, а площа струменя – мінімальною. Саме тут встановлено сітка. Струмінь у вільному польоті має круглий переріз, то в місці найбільшого стиснення він є циліндром. Коли циліндричний струмінь перетинає площину, розташовану під кутом 45° до осі струменя, фігура перерізу є еліпсом. Значить діаметр стиснутого струменя дорівнює малої вісі еліпсу.

Коефіцієнт стиснення визначиться за формулою (6.2).

1. Площа перетину стиснутого струменя:

$$\omega_c = 0,25\pi b^2 = 353 \text{ мм}^2.$$

2. Площа перетину отвору:

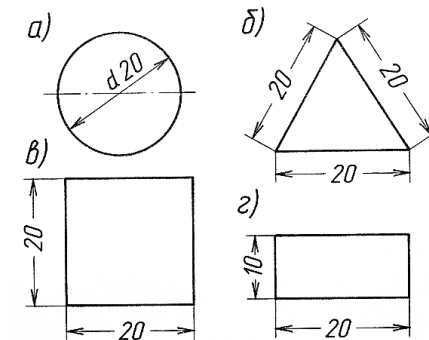
$$\omega_0 = \frac{\pi d^2}{4} = 572,3 \text{ мм}^2.$$

3. Коефіцієнт стиснення струменя:

$$\varepsilon = \frac{\omega_c}{\omega_0} = 0,636.$$

Задача № 6.3

Порівняти коефіцієнти витрати і коефіцієнти стиснення чотирьох різних форм отворів: а) круглого; б) трикутного; в) квадратного; г) прямокутного (розміри отворів наведені на рис. 6.2) за таких вихідних даних:

**Рис. 6.2**

- 1) напір над центром ваги площі отвору $h=150$ см;
- 2) площа мірного бака $S=1$ м²;
- 3) початковий рівень води в мірному баку $l_1=0,2$ м однаковий для всіх форм отворів;
- 4) кінцевий рівень води в мірному баку l_2 становить відповідно:
 - а) для круглого отвору – 0,326 м;
 - б) для трикутного – 0,271 м;
 - в) для квадратного – 0,363 м;
 - г) для прямокутного – 0,283 м;
- 5) коефіцієнт швидкості є постійним для всіх форм отворів і дорівнює $\varphi=0,97$.

Рішення. Визначаємо коефіцієнт витрати круглого отвору μ .

1. Об'єм води, що влився в мірний бак $W=(l_2-l_1) S=0,126$ м³.

2. Фактична витрата $Q_{\phi} = \frac{W}{t} = 0,00105 \text{ м}^3/\text{с} = 1,05 \text{ л/с}$.

3. Теоретична витрата $Q_{\tau} = f_0 \sqrt{2gh} = 1,7 \text{ л/с}$.

4. Коефіцієнт витрати $\mu = \frac{Q_{\phi}}{Q_{\tau}} = 0,62$.

5. Коефіцієнт стиснення $\varepsilon = \frac{\mu}{\phi} = 0,64$.

Відповідь: коефіцієнти витрати μ і стиснення ε становлять відповідно:

а) для круглого отвору $\mu=0,62$; $\varepsilon=0,64$;

б) для трикутного $\mu=0,63$; $\varepsilon=0,65$;

в) для квадратного $\mu=0,63$; $\varepsilon=0,65$;

г) для прямокутного $\mu=0,64$; $\varepsilon=0,66$.

Задача № 6.4

Витратний ящик має форму, зазначену на рисунку 6.3.

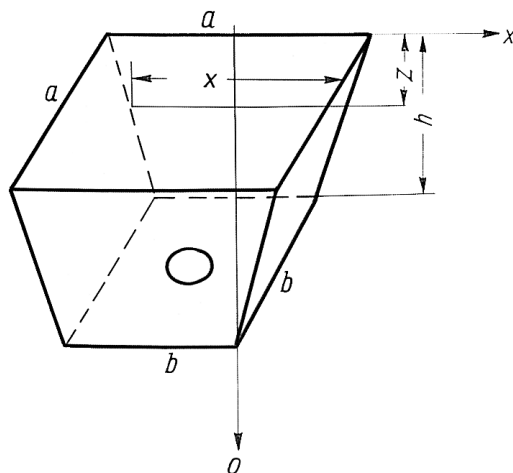


Рис. 6.3

1. Вивести формулу для часу спорожнення ящика через даний отвір діаметром d , якщо початковий рівень води становив h , м.

2. Визначити час повного спорожнення ящика, залитого до рівня $h=2$ м при діаметрі отвору $d=60$ мм, якщо сторона нижньої основи $b=2$ м, сторона верхньої основи $a=3$ м, а коефіцієнт витрати $\mu=0,64$.

Рішення. В основі рішення лежить закон збереження маси: об'єм рідини, що впала з ящика за нескінченно малий проміжок часу dt , дорівнює обсягу, що вплив через отвір за той же час. Розрахунок ведеться за диференціальним рівнянням (6.6). Інтеграл по t дає час спорожнення:

$$T = \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_0^h \frac{S(z) dz}{\sqrt{z}}.$$

Змінна площа поверхні рівня $S(z)=x^2$, де $x = b + \frac{a-b}{h} z$.

Час T після підстановки отриманих виразів:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int_0^h \frac{b^2 + 2b\frac{(a-b)}{h}z + \left(\frac{(a-b)}{h}z\right)^2}{\sqrt{z}} dz = \\ &= \frac{1}{\mu\omega\sqrt{2g}} \left(\frac{2b^2}{\sqrt{h}} + \frac{4b(a-b)}{3h} \sqrt{h} + \frac{2(a-b)}{5h} \sqrt{h^5} \right) \\ \omega &= \frac{\pi d^2}{4} = 0,0028 \text{ м}^2. \end{aligned}$$

Після підстановки значень знаходимо час спорожнення час $T=32,5$ хв.

Задачі для самостійного виконання

Задача № 6.5

При витіканні мазуту з масляного бака через один з донних отворів діаметром $d=3$ мм втрата напору на опір становила $\Delta h=0,05$ м стовпа мазуту. Визначити величину дійсної швидкості витікання мазуту v_{κ} , коефіцієнт швидкості ϕ і коефіцієнт опору ζ , якщо рівень мазуту в маслянці підтримується постійним на висоті $h=800$ мм від дна маслянки.

Відповідь: 1. Дійсна швидкість витікання мазуту визначається як:

$$v_k = \sqrt{2g(h - \Delta h)} = \sqrt{2g(0,8 - 0,05)} = 3,84 \text{ м/с.}$$

2. Коефіцієнт швидкості:

$$\varphi = \frac{v_k}{v_{\text{теор}}} = \frac{\sqrt{2g(h - \Delta h)}}{\sqrt{2gh}} = 0,97.$$

3. Коефіцієнт опору:

$$\zeta = \frac{2g}{v_k^2} \Delta h = 0,066.$$

Задача № 6.6

Визначити, нехтуючи звуженням струменя, коефіцієнт швидкості при витіканні палива з витратного бака, якщо за годину витрачається 250 кг палива ($\gamma = 0,92 \text{ т/м}^3$) при діаметрі отвору $d = 8 \text{ мм}$. Втрата напору на опір еквівалентна $p = 0,001 \text{ кг/см}^2$.

Відповідь: 1. Витрата палива становить:

$$Q = \frac{250}{0,92 \times 3600} = 0,0755 \text{ л/с.}$$

2. Дійсна швидкість витікання:

$$v_k = \frac{Q4}{\pi D^2} = 1,5 \text{ м/с.}$$

3. Коефіцієнт опору:

$$\zeta = \frac{2g}{\pi D^2} \Delta h; \Delta h = \frac{p10}{0,92} = 0,0108 \text{ м}; \zeta = 0,094.$$

4. Коефіцієнт швидкості:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} = 0,96.$$

Задача № 6.7

Визначити коефіцієнт опору ζ при витіканні води через отвір у стінці витратного бака, якщо напір над центром отвору $h = 600 \text{ мм}$, витрата води $Q = 26 \text{ л/с}$, а діаметр отвору $d = 100 \text{ мм}$.

Відповідь: $\zeta = 0,07$.

Задача № 6.8

Яка швидкість витікання води через пробійну в борту судна, якщо центр ваги площі пробійни знаходиться на 2 м нижче площини вантажної ватерлінії. Коефіцієнт опору витіканню визначається величиною $\zeta = 0,03$.

Відповідь: $v_k = 6,16 \text{ м/с}$.

Задача № 6.9

Оцінити коефіцієнт приймального отвору паливного бака, якщо при надходженні через нього палива під тиском $h = 2 \text{ м}$ рівень в баку протягом $t = 2 \text{ хв}$ підвищився з 200 до 1000 мм при площі поперечного перерізу бака $F = 3 \text{ м}^2$. Діаметр приймального отвору $d = 65 \text{ мм}$.

Відповідь: $\zeta = 0,086$.

Задача № 6.10

З'ясувати спосіб оброблення донного отвору, якщо площа поперечного перерізу струменя $S = 157 \text{ мм}^2$, а діаметр отвору $d = 20 \text{ мм}$.

Відповідь: 1. Площа перетину отвору $f_0 = 314 \text{ мм}^2$.

2. Коефіцієнт стиснення струменя $\varepsilon = \frac{S}{f_0} = 0,5$.

3. Отвір має внутрішню насадку, при якій відбувається найбільше стиснення струменя $\varepsilon = 0,5$.

Задача № 6.11

Чи буде знижуватися рівень палива в паливній цистерні, якщо продуктивність паливного насоса $W = 2 \text{ т/год}$, діаметр отвору в дні цистерни $d = 20 \text{ мм}$, а початковий рівень 1 м. Об'ємна вага палива $\gamma = 0,93 \text{ т/м}^3$, коефіцієнт витрати $\mu = 0,65$.

Відповідь: 1. Витрата палива з цистерни визначається як $Q = \mu f \sqrt{2gh}$ і становить:

$$Q = 0,65 \frac{\pi \times 0,02^2}{4} \sqrt{2g \times 1} = 0,95 \text{ л/с.}$$

2. Подача палива насосом становить:

$$\frac{W}{\gamma} = \frac{2 \times 10^2}{0,93 \times 3600} = 0,6 \text{ л/с.}$$

Рівень палива в цистерні буде знижуватися.

Задача № 6.12

Визначити коефіцієнт витрати при витіканні води через отвір прямокутної форми розмірами 200×100 мм, що знаходиться в дні витратного бака при рівні води в ньому $h=600$ мм, якщо за 15 хв у мірному баку площею $1,5 \text{ м}^2$ рівень підвищився на 280 мм.

Відповідь: 1. Фактична витрата:

$$Q_{\phi} = \frac{0,28 \times 1,5}{15 \times 60} = 0,467 \text{ л/с.}$$

2. Теоретична витрата:

$$Q_{\tau} = f_0 \sqrt{2gh} = 0,683 \text{ л/с.}$$

3. Коефіцієнт витрати:

$$\mu = \frac{Q_{\phi}}{Q_{\tau}} = 0,685.$$

Задача № 6.13

Визначити коефіцієнти витрати при протіканні через насадки, зазначені на рисунку 6.4, якщо рівень води над центром ваги отвору $h=1$ м:

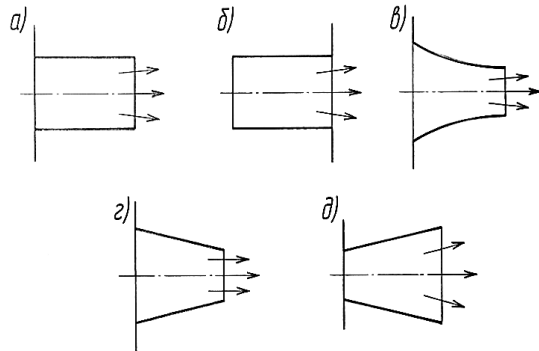


Рис. 6.4

- а) зовнішня циліндрична насадка;
- б) внутрішня циліндрична насадка;
- в) коноїдальна насадка;
- г) конічна збіжна насадка;
- д) конічна розбіжна насадка.

Діаметр на просвіт у всіх насадок однаковий і становить $d=20$ мм, а за одну хвилину з кожної насадки витікало відпо-відно води:

- а) з зовнішньої циліндричної – 68,5 л;
- б) з внутрішньої циліндричної – 42,5 л;
- в) з коноїдальної – 81,8 л;
- г) з конічної збіжної – 76,8 л;
- д) з конічної розбіжної – 100 л.

Відповідь: коефіцієнти витрати насадок:

$$\mu_a=0,82; \mu_b=0,51; \mu_v=0,98; \mu_r=0,92; \mu_d=1,2.$$

Задача № 6.14

Визначити співвідношення між витратами через круглий, квадратний і трикутний донні отвори при одному і тому ж рівні води в резервуарі за умови, що діаметр круглого отвору дорівнює стороні квадрата і стороні рівностороннього трикутника. Коефіцієнти витрати приймаються рівними.

Відповідь: 1. Витрата через круглий отвір:

$$Q_1 = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gh}.$$

2. Витрата через квадратний отвір:

$$Q_2 = d^2 \sqrt{2gh}.$$

3. Витрата через трикутний отвір:

$$Q_3 = \frac{d^2 \sqrt{3}}{4} \sqrt{2gh}.$$

4. Відношення витрат:

$$Q_1 : Q_2 : Q_3 = \frac{\pi}{4} : 1 : \frac{\sqrt{3}}{4}, \text{ або } Q_1 : Q_2 : Q_3 = 0,785 : 1 : 0,433.$$

Задача № 6.15

Коефіцієнт стиснення струменів при витіканні через круглий отвір у тонкій стінці становить $\varepsilon=0,64$. Визначити кількість води, що витікає з отвору протягом 3 хвилин при трьох наступних значеннях напору h над центром отвору: $h_1=0,2$ м, $h_2=0,28$ м, $h_3=0,36$ м. Діаметр отвору $d=10$ мм, а коефіцієнт опору $\zeta=0,06$.

Відповідь: кількість води, що витікає $W=0,0389$ м³.

$$W_1=17,4 \text{ л}; W_2=20,6 \text{ л}; W_3=23,3 \text{ л}.$$

Задача № 6.16

Пробоїна у відсіку з вертикальними стінками має форму, близьку до прямокутника з розмірами 20×10 см, причому верхня кромка пробоїни занурена під рівнем води на $1,2$ м.

1. Визначити час заповнення відсіку до нижньої кромки пробоїни, вважаючи осадку судна $T=2,6$ м у процесі затоплення незмінною, а площу відсіку рівною $F=15$ м² ($\mu=0,62$).

2. З'ясувати, чи можна нехтувати зміною осадки при затопленні, якщо площа ВВЛ становить $S=800$ м².

Відповідь: 1. Кількість води, що вливається в відсік $V=Fl$, де l – відстань від нижнього краю отвору до днища судна:

$$l=2,6-(1,2+0,2)=1,2 \text{ м}; V=18 \text{ м}^3.$$

2. Витрата рідини через великий бічний отвір визначається формулою:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[H^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}} \right] = \frac{2}{3} \times 0,62 \times 0,1 \sqrt{2g} \left[1,4^{\frac{3}{2}} - 1,2^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$Q=0,0636 \text{ м}^3/\text{с}.$$

3. Час витікання:

$$T = \frac{V}{Q} = 283 \text{ с} = 4,7 \text{ хв}.$$

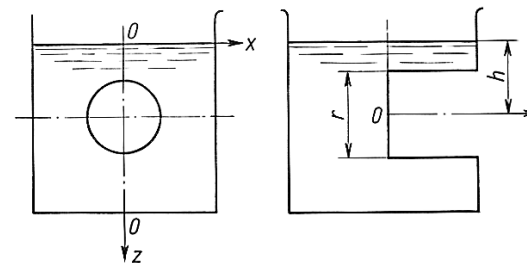
4. Зміна осадки судна при даному затопленні відсіку:

$$\Delta T = \frac{V}{S} = 0,0225 \text{ м}.$$

5. Похибка внаслідок нехтування зміною осідання становить: $0,0225/2,6=0,00865$, тобто $0,86$ %.

Задача № 6.17

Визначити витрату води через круглий отвір з радіусом $r=0,4$ м у бічній стінці, якщо рівень води над центром ваги площі отвору $h=1$ м, а коефіцієнт витрати $\mu=0,62$ (рис. 6.5).

**Рис. 6.5**

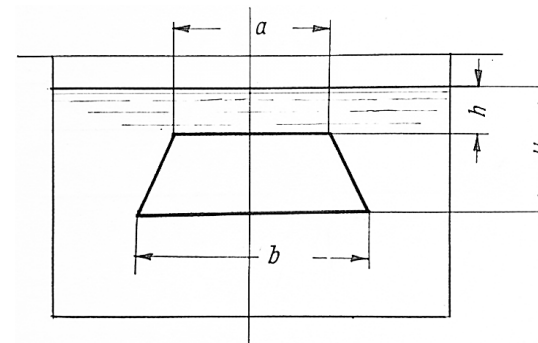
Відповідь: Витрата через великий круглий отвір визначається за формулою:

$$Q = \mu \left(1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{h^2} \right) \pi r^2 \sqrt{2gh}.$$

Підставляючи задані величини, отримаємо $Q=0,137$ м³/с.

Задача № 6.18

Вивести формулу для витрати через трапецієподібний отвір, верхня кромка якого занурена на h , м, а нижня на H , м, верхня основа траншеї a , м, нижня – b , м (рис. 6.6).

**Рис. 6.6**

Відповідь: витрата:

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_h^H x \sqrt{z} dz.$$

1. Змінна ширина стінки:

$$x = a + 2y; \quad 2y = \frac{(b-a)(z-h)}{H-h};$$

$$x = \frac{a(H-h) + (b-a)(z-h)}{H-h} = a + \frac{b-a}{H-h}(z-h).$$

2. Витрата:

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_h^H \left[a \sqrt{z} + \frac{b-a}{H-h} (z-h) \sqrt{z} \right] dz$$

або

$$Q = \mu \sqrt{2g} \left\{ \left[a - \frac{b-a}{H-h} h \right] \int_h^H \sqrt{z} dz + \frac{b-a}{H-h} \int_h^H z \sqrt{z} dz \right\}.$$

Інтеграли:

$$\int_h^H z \sqrt{z} dz = \frac{2}{3} \left(H^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}} \right); \quad \int_h^H z \sqrt{z} dz = \frac{2}{5} \left(H^{\frac{5}{2}} - h^{\frac{5}{2}} \right),$$

тоді

$$Q = \frac{2\mu\sqrt{2g}}{H-h} \left\{ \frac{1}{3} (aH - bh) \left(H^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}} \right) + \frac{1}{5} (b-a) \left(H^{\frac{5}{2}} - h^{\frac{5}{2}} \right) \right\}.$$

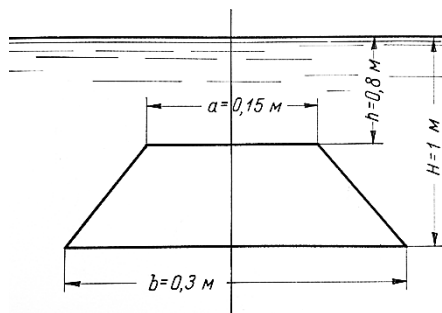


Рис. 6.7

Задача № 6.19

Розділити витрату при затопленні відсіку через пробійну в борту судна, що має форму трапеції з розмірами, зазначеними на рисунку 6.7, якщо занурення верхньої кромки отвору $h=0,8$ м; витікання – вільне; зміними в осадці знехтувати ($\mu=0,62$).

Відповідь: розрахунок проводиться за формулою, виведеною в задачі № 6.18. Витрата становить $Q=0,119$ м³/с.

Задача № 6.20

Визначити середню швидкість витікання води через квадратний отвір зі стороною a (рис. 6.8), якщо занурення верхньої точки отвору $h=4a$.

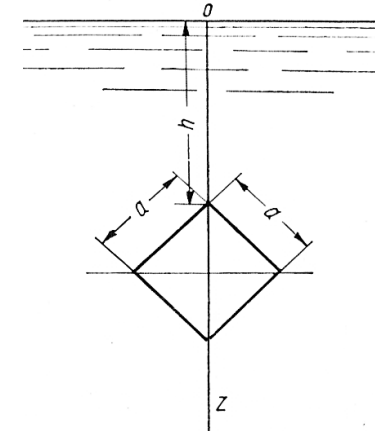


Рис. 6.8

Відповідь: елементарна витрата через отвір $dQ = \mu \sqrt{2g} x \sqrt{z} dz$, де x – ширина отвору.

До центру отвору $x_1 = 2(z-4a)$, нижче центру отвору $x_2 = 2(4a + a\sqrt{2} - z)$.

Витрата через отвір:

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_{4a}^{4a + \frac{a\sqrt{2}}{2}} 2(z-4a) \sqrt{z} dz + \mu \sqrt{2g} \int_{4a + \frac{a\sqrt{2}}{2}}^{4a + a\sqrt{2}} 2(4a + a\sqrt{2} - z) \sqrt{z} dz.$$

У результаті інтеграції та спрощень $Q = 2,1 \mu \sqrt{2ga^{\frac{5}{2}}}$.

Середня швидкість у перерізі $v_{\text{ср}} = \frac{Q}{a^2 \mu}$ або $v_{\text{ср}} = 2,1 \sqrt{2ga}$, якщо $\mu = \epsilon$.

Задача № 6.21

Знайти час повного осушення паливної цистерни діаметром $D=3$ м, якщо початковий рівень у ній становив $h=3$ м, а витікання відбувається через донний отвір діаметром $d=50$ мм ($\mu=0,63$).

Відповідь: час спорожнення:

$$T = \frac{2Fh}{\mu f \sqrt{2gh}}.$$

$$T = \frac{2h\pi D^2 4}{4\mu\pi d^2 \sqrt{2gh}} = \frac{\sqrt{2hD^2}}{\mu\sqrt{gd^2}} = 4480 \text{ с.}$$

$$T = 74,8 \text{ хв.}$$

Задача № 6.22

Визначити, як зміниться час спорожнення цистерни із задачі № 6.21, якщо поряд з витіканням відбувається відкачування палива насосом продуктивністю $q=20$ т/год. Об'ємна вага палива $\gamma=0,92$ т/м³ ($\mu=0,63$).

Відповідь: час спорожнення:

$$T = \int_0^h \frac{F(z) dz}{\mu f \sqrt{2gz} + q} = \frac{\pi D^2}{4} \int_0^h \frac{dz}{\mu f \sqrt{2gz} + q} = \frac{\pi D^2}{4\mu f \sqrt{2g}} \int_0^h \frac{dz}{\sqrt{z} + \frac{q}{\mu f \sqrt{2g}}}.$$

Інтеграл

$$\int_0^h \frac{dz}{\sqrt{z} + \sqrt{k}}$$

обчислюється приблизно за правилом трапеції:

$$\sqrt{k} = \frac{q}{\mu f \sqrt{2g}} = \frac{20 \times 4}{0,92 \times 3600 \times 0,63 \times \pi \times 0,05^2 \sqrt{19,6}} = 1,1.$$

$$\int_0^3 \frac{dz}{\sqrt{z} + 1,1} = \Delta z \sum_{i=0}^3 \frac{1}{\sqrt{z_i} + 1,1} = 1,432.$$

Час:

$$T = \frac{\pi D^2}{4\mu f \sqrt{2g}} = 1,432 = 1845 \text{ с} = 30,8 \text{ хв.}$$

Задача № 6.23

Визначити час, необхідний для перетікання палива з паливного відсіку у відсіки міждонного простору через донний отвір площею до $f=100$ см². Зміна площі поверхні рівня залежно від висоти рівня у відсіку відбувається відповідно до зображеної на рисунку 6.9 кривої (стройової по ватерлініях в межах відсіку). Початкова висота рівня становить $h_1=3,2$ м. Зниження рівня ведеться до $h_2=0,8$ м. Коефіцієнт витрати $\mu=0,65$.

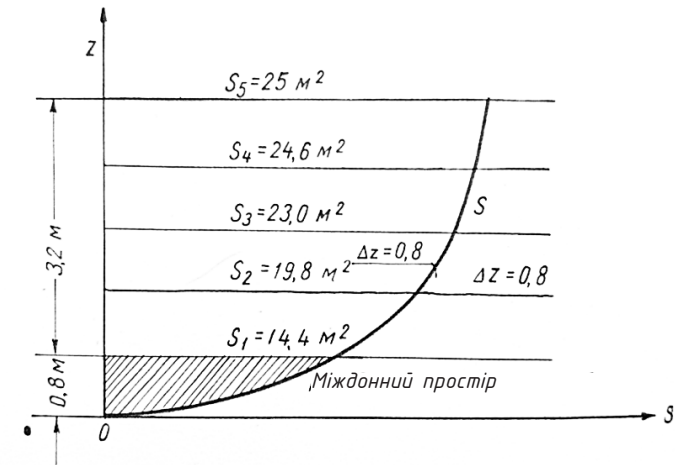


Рис. 6.9

Відповідь: час:

$$T = \frac{1}{\mu f \sqrt{2g}} \int_{h_2}^{h_1} \frac{F(z) dz}{\sqrt{z}},$$

де $F(z)=S$ – виражається стройовим по ватерлініях.

Обчислення інтеграла проводиться наближеним способом за таблицею:

№ ординат	z	S	$\sqrt{z}$	$\frac{F(z)}{\sqrt{z}}$
2	0,8	19,8	0,895	22,1
3	1,6	23	1,265	18,2
4	2,4	24,6	1,55	15,9
5	3,2	25	1,79	14
$\Sigma = \Sigma' - \Delta \Sigma$				52,1

$$\text{Інтеграл } \int_{h_2}^h \frac{F(z)}{\sqrt{z}} dz = \Delta z \sum \frac{F(z)}{\sqrt{z}}.$$

Інтервал $\Delta z = 0,8$ м.

$$\text{Час } T = \frac{1}{\mu f \sqrt{2g}} = \Delta z \sum \frac{F(z)}{\sqrt{z}}.$$

$$T = 1446 \text{ с} = 24,1 \text{ хв.}$$

Задача № 6.24

Встановити, через який проміжок часу витік через донний отвір напірного паливного бака буде відбуватися під постійним напором, і визначити витрату при новому характері витоку, якщо площа бака $F = 2$ м², площа отвору $f = 10$ см², початковий напір $h = 2$ м, і продуктивність насоса, що подає в бак паливо $q = 7$ т/год. Об'ємна вага палива $\gamma = 0,92$ т/м³, $\mu = 0,62$.

Відповідь: час зниження рівня в паливному баку визначається при безперервному припливі рідини як:

$$T = \frac{1}{\mu f \sqrt{2g}} \int_k^h \frac{F(z) dz}{\sqrt{z} - \sqrt{k}}.$$

Враховуючи, що при $z = k$ знаменник дорівнює нулю, а час – нескінченності, нижня межа інтегрування приймається як $k + \Delta = k + 0,04$ м.

Висота рівня палива при стабільному характері витікання рідини

$$k = \frac{q}{\mu f \sqrt{2g}} = \frac{7}{0,92 \times 3600 \times 0,001 \sqrt{19,6}} = 0,58 \text{ м.}$$

Час

$$T = 727 \int_{0,62}^2 \frac{dz}{\sqrt{z} - \sqrt{0,58}} = 727 \left\{ \int_{0,62}^2 \frac{dz}{\sqrt{z}} + \sqrt{k} \int_{0,62}^2 \frac{dz}{(\sqrt{z} - \sqrt{k})\sqrt{z}} \right\} =$$

$$= 727 \left\{ 2 \int_{0,62}^2 \sqrt{z} + 2\sqrt{k} \int_{0,62}^2 \ln(\sqrt{z} - \sqrt{k}) \right\} = 727 \times 3,014 = 4480 \text{ с.}$$

Витрата $Q = 2,09$ л/с.

Задача № 6.25

Визначити час спливання плавучого дока з розмірами і формою, зазначеними на малюнку, з осадкою $T_1 = 3$ м до осадки $T_2 = 1$ м, необхідної для осушення стапель-палуби. Довжина дока $L = 80$ м. Спливання відбувається за рахунок осушення баштових і понтонних відсіків протяжністю $l = 55$ м через донні отвори загальною площею $f = 1000$ см². Початковий рівень води в вежах становить $h_1 = 5$ м, ширина дока $B = 12$ м, ширина кожної вежі $b = 1,5$ м, висота нижнього понтона $h_2 = 1,2$ м. Коефіцієнт витрати $\mu = 0,64$ (рис. 6.10).

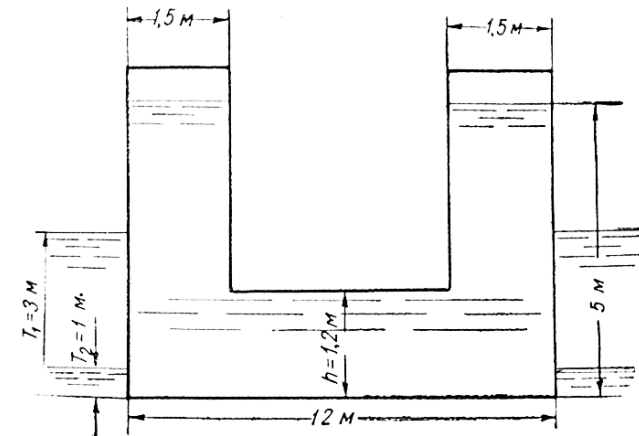


Рис. 6.10

Відповідь: об'єм понтонів дока, що виходить з води при спливанні:

$$V = L(T_1 - T_2)2b + (h_2 - T_2)(B - b_2) = 624 \text{ м}^3.$$

Відповідна кількість рідини (624 м³) була випущена з веж дока, після чого рівень води у вежах знизився до h_2 . При сумарній площі затопленої частини веж $S = 2bl = 165 \text{ м}^2$ рівень води h_2 визначається з умови рівності обсягу веж, що звільнився від води, і обсягу дока, що вийшов з води, тобто $V = 2bl(h_1 - h_2)$, звідки $h_2 = 1,22 \text{ м}$. Час спливання плавучого дока в даному випадку буде часом спорожнення його веж при зміні напору з $(h_1 - T_1) = 2 \text{ м}$, до $(h_2 - T_2) = 0,22 \text{ м}$, тобто час спливання

$$T = \frac{F}{\mu f \sqrt{2g}} \int_{h_2 - T_2}^{h_1 - T_1} \frac{dz}{\sqrt{z}}; \quad T = 1100 \text{ с.} = 18,3 \text{ хв.}$$

Задача № 6.26

За умовами задачі № 6.25 визначити, якою має бути продуктивність відкачувальних насосів, щоб забезпечити той самий час спливання дока (18,3 хв) при площі отворів 0,04 м².

Відповідь: час спливання дока або, що те саме, час спорожнення веж дока при одночасному відкачуванні визначається виразом:

$$T = \frac{F}{\mu f \sqrt{2g}} \int_{0,22}^2 \frac{dz}{\sqrt{z} + \sqrt{k}}.$$

Після інтегрування вираз має вигляд:

$$1100 = 2910 \left\{ 0,945 - \sqrt{k} \ln \frac{1,414 + \sqrt{k}}{0,469 + \sqrt{k}} \right\}.$$

$$\text{Звідси } \sqrt{k} \ln \frac{1,414 + \sqrt{k}}{0,469 + \sqrt{k}} = 0,567; \quad \sqrt{k} \text{ визначається підбором}$$

і дорівнює 1,35.

Продуктивність насосів $q = \mu f \sqrt{2g} \sqrt{k} = 0,154 \text{ л/с}$ або $q = 555 \text{ т/год.}$

Задача № 6.27

Порівняти час повного спорожнення циліндричної посудини діаметром $D = 1 \text{ м}$ при початковому рівні $H = 1,5 \text{ м}$ з часом

витікання того ж обсягу води за умови збереження постійності рівня (рис. 6.11). Витік відбувається через отвір у дні діаметром $d = 2 \text{ см}$. Коефіцієнт витрати $\mu = 0,64$.

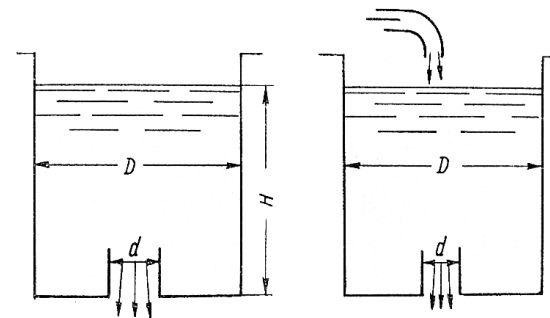


Рис. 6.11

Відповідь: час витікання з змінним рівнем визначається за формулою $T_1 = \frac{2V}{Q}$ і становить $T_1 = 2160 \text{ с} = 36 \text{ хв.}$ Час витікання з постійним рівнем $T_2 = \frac{V}{Q} = 18 \text{ хв.}$

Задача № 6.28

Як зміниться час витікання обсягу води з посудини, зазначеної в задачі № 6.27, якщо її помістити в резервуар, в якому також підтримується постійний рівень, і занурити на $h = 0,5 \text{ м}$ (рис. 6.12).

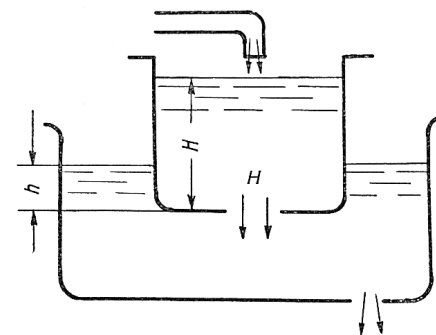


Рис. 6.12

Відповідь: витрата буде визначатися різницею рівнів, тобто $H-h$. Час витікання об'єму

$$T = \frac{V}{Q} = 1320 \text{ с} = 22 \text{ хв.}$$

Задача № 6.29

Визначити час, необхідний для вирівнювання рівнів у двох відділеннях витратного бака, що сполучаються отвором діаметром 30 мм, розташованим на висоті $h_1=30$ см, якщо початковий рівень у 1-му відділенні при закритому отворі становив $H=1,5$ м. Площа основи 1-го відділення $F_1=1,8$ м², а площа основи 2-го – $F_2=1,2$ м². Коефіцієнт витрати відповідно до зміни характеру витікання змінює своє значення з $\mu_1=0,65$ на $\mu_2=0,636$ (рис. 6.13).

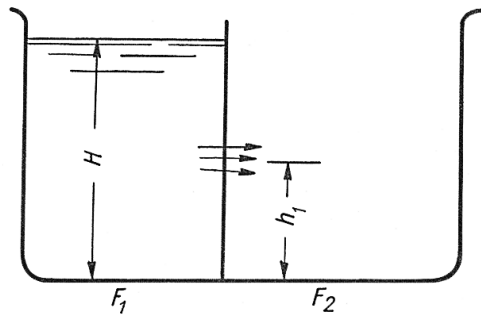


Рис. 6.13

Відповідь: час повного вирівнювання складається з двох моментів часу: з T_1 – часу вільного витікання до занурення у воду центру ваги отвору і T_2 – часу витікання під рівень, тобто $T=T_1+T_2$.

$$T_1 = \frac{2V}{Q} = 323 \text{ с}; T_2 = \frac{2F_1F_2\sqrt{h}}{\mu f\sqrt{2g}(F_1+F_2)},$$

де h – різниця рівнів у 1-му та 2-му відділеннях бака до моменту зміни характеру витікання, тобто $h=H_1-h_1$, де $H_1=H-\Delta H$;

$$\Delta H = \frac{V}{F_1} = 0,2 \text{ м.}$$

При $H_1=1,3$ м і $h_1=0,3$ м, $h=1$ м, $T_2=725$ с. Повний же час $T=1048$ с=17,5 хв.

Задача № 6.30

Визначити час, необхідний для опускання судна, що знаходиться в камері шлюзу, якщо різниця верхнього і нижнього б'єфів $H=6$ м, а розміри камери $L \times B=100 \times 12$ м при сумарній площі водопровідних донних галерей $f=5$ м². Водотоннажність судна $D=1100$ т.

Відповідь: час спорожнення камери

$$T = \frac{2Fh}{\mu f\sqrt{2g}} = \frac{2V}{Q}.$$

Об'єм води, що знаходився в камері (V), дорівнює різниці об'ємів камери і зануреної частини судна, тобто його водотоннажності:

$$V = L \times B \times H - \frac{D}{\gamma} = 6100 \text{ м}^3.$$

Витрата $Q=35,9$ м³/с.

Час опускання судна $T=340$ с=5 хв 40 с.

Задача № 6.31

1. Якою має бути площа водопровідних галерей, щоб забезпечити вирівнювання рівнів у двох суміжних шлюзових камерах, зображених на рисунку 6.14, протягом 5 хвилин, якщо довжина кожної з камер $L=120$ м, ширина $B=15$ м, а різниця рівнів $H=10$ м.

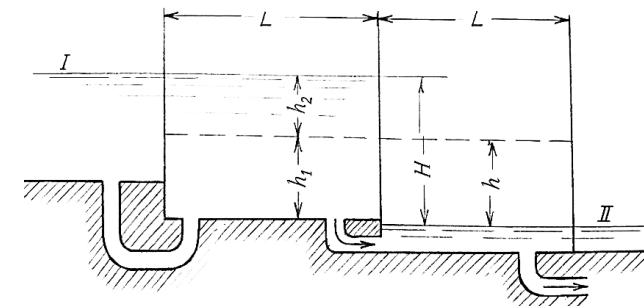


Рис. 6.14

зануреної частини шпангоутів у межах відсіку задана кривою (стройовий по шпангоутах у межах відсіку, рис. 6.17), ординати якої записані в таблиці.

№	1	2	3	4	5
ω	13,6	12,9	12,1	11,2	10,6

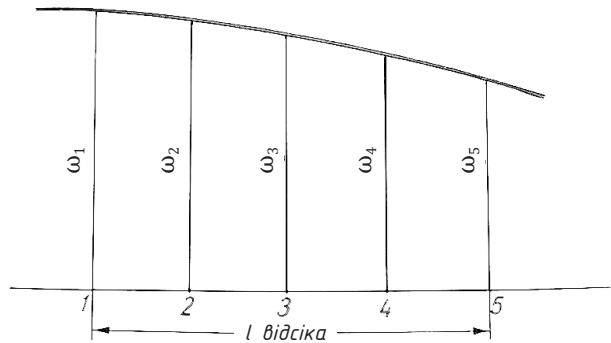


Рис. 6.17

Відповідь: час $T = \frac{2V}{Q}$. Об'єм води, що потрапила у відсік,

визначається за стройовою по шпангоутах як:

$$V = \Delta L \Sigma_{\text{испр}} \omega; \Delta L = 1,5; \Sigma_{\text{испр}} \omega = 48 \text{ м}^2; V = 72 \text{ м}^3.$$

Час заповнення $T = 1180 \text{ с}$.

Задача № 6.35

Чи дійде судно, яке отримало пробоїну в днищі, до найближчого берега (порту), що знаходиться від місця аварії в a кілометрах, за таких даних:

№ з/п	Основні параметри судна	Умовні позначення типа судна				
		1	2	3	4	5
1	Водотоннажність D , т	64,9	1640	1200	120	12 260
2	Довжина по ВВЛ L , м	21	90	67,2	42,1	128
3	Ширина корпусу B , м	4,3	9,7	11	6,1	16,8
4	Висота борту H , м	1,5	3,2	3,7	2,1	9

Закінчення таблиці

№ з/п	Основні параметри судна	Умовні позначення типа судна				
		1	2	3	4	5
5	Осадка T_c , н	0,9	2,4	2,45	0,71	6,8
6	Коефіцієнт повноти $BVL \alpha$	0,91	0,9	0,71	0,73	0,877
7	Розміри пробоїни f , м ²	0,03	0,1	0,3	0,08	1
8	Довжина затоплюваного відсіку l , м	7,7	20,5	22	22	40
9	Швидкість пошкодженого судна v , км/год	15	12	9	9	8
10	Відстань від місця аварії до берега a , км	12	22	3	3	10

Примітки:

1. Затоплюваний відсік розташований у циліндричній частині, і його затоплення відбувається без диференту.

2. Борти судна над ВВЛ вертикальні.

3. Коефіцієнт витрати $\mu = 0,064$.

Відповідь: насамперед шляхом порівняння обсягу пошкодженого відсіку з запасом плавучості судна встановлюється, чи є судно потоплюваним взагалі при даному пошкодженні. Якщо V відсіку $\geq V$ запасу плавучості, тобто якщо судно потоплюється, може бути проведений розрахунок часу його затоплення.

1-е судно з $L = 21 \text{ м}$ потоплюється, оскільки об'єм відсіку $V_1 = IBH = 49,6 \text{ м}^3$ майже дорівнює запасу плавучості $V_2 = 49,3 \text{ м}^3$.

Час затоплення при змінному напорі визначається як $T = \frac{2V_2}{Q}$.

Витрата $Q = \mu f \sqrt{2gT_c}$, де T_c – осадка.

$$T = \frac{2 \times 49,3}{0,64 \times 0,03 \sqrt{2g \cdot 0,9}} = 1230 \text{ с}.$$

Час, необхідний для досягнення пошкодженим судном берега:

$$T_2 = \frac{a}{V} = 2880 \text{ с}.$$

Судно не встигне дійти до берега, оскільки $T_2 > T$.

3-є судно $L = 67,2 \text{ м}$ із запасом плавучості $V_2 = 655 \text{ м}^3$ при об'ємі відсіку $V_1 = 896 \text{ м}^3$ також потоплюване. Час закінчення обсягу V_2 при зміні напору с $T_c = 2,45 \text{ м}$ до

$$(H - h) = H - \frac{V_2}{Bl} = 3,7 - 2,7 = 1 \text{ м}$$

при потопленні судна може бути виражено як:

$$T = \frac{V_2}{Q_{\text{ср}}},$$

де $Q_{\text{ср}} = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$ – середнє арифметичне між початковими та кінцевими витратами.

$$T = \frac{2V_2}{\mu f \sqrt{2g} (\sqrt{T_c} + \sqrt{H - h})} = 600 \text{ с.}$$

Оскільки для досягнення берега потрібно 4050 секунд, судно не дійде до берега.

Відповідь:

2-е судно з $L=90$ м не дійде до берега, оскільки $2900 \text{ с} < 6600 \text{ с}$;

4-е судно з $L=42,1$ м дійде до берега, оскільки $5170 \text{ с} > 1200 \text{ с}$;

5-е судно з $L=128$ м дійде до берега, оскільки $3140 \text{ с} > 2430 \text{ с}$.

Задача № 6.36

Вивести формулу для визначення занурення судна по палубі переборок при отриманні ним пробойни площею f у днищі відсіку, розташованого в циліндричній частині судна. Розміри судна – L, B, H, T_c ; коефіцієнт повноти ВВЛ – α ; об'єм затоплюваного відсіку більший за запас плавучості судна, судно в надводній частині прямостінне.

Відповідь: припустимо, що через деякий час після отримання пробойни висота рівня води у відсіку буде дорівнювати u , а судно за той же проміжок часу зануриться на величину x . Витік в результаті буде відбуватися під напором z ; при цьому $z+u=x+T_c$. Після диференціювання $dz=dx-du$, оскільки $Fdy=Sdx=Qdt$, де F – площа відсіку; S – площа ВВЛ; Q – витрата:

$$Q = \mu f \sqrt{2gz}.$$

У результаті:

$$dz = \frac{Qdt}{S} - \frac{Qdt}{F} = \mu f \sqrt{2gz} \left(\frac{1}{S} - \frac{1}{F} \right) dt.$$

$$T = \frac{2FS(\sqrt{T} - \sqrt{h})}{\mu f \sqrt{2g}^{(S-F)}}.$$

Задача № 6.37

Визначити висоту підйому воріт сухого дока, необхідну для наповнення камери дока довжиною 120 м і шириною 20 м на висоту $H=4$ м протягом 30 хв, якщо дно камери дока розташоване на 6 м нижче горизонту води (рис. 6.18).

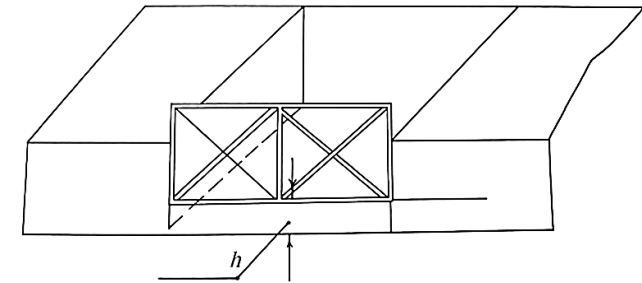


Рис. 6.18

Відповідь: напір при закінченні змінюється з $h_1=6$ м до $h_2=2$ м. Час наповнення камери:

$$T = \frac{2V}{\mu f \sqrt{2g} (\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2})}.$$

Звідси площа щілини $f=0,98 \text{ м}^2$.

Висота підйому воріт $h=0,049$ м або $h=4,9$ см.

Задача № 6.38

Визначити час спорожнення відсіку через прямокутний отвір у перегородці, якщо верхній край отвору знаходиться на глибині $h=2$ м над рівнем води, вертикальний розмір отвору 1,2 м, горизонтальний розмір 0,6 м. Площа відсіку з вертикальними стінками становить $F=40 \text{ м}^2$. Коефіцієнт витрати $\mu=0,6$.

Відповідь: час спорожнення відсіку до рівня нижнього порогу отвору складається з часу зниження рівня до верхнього порогу і часу зниження рівня до порогу водоспуску, тобто:

$$T = T_1 + T_2.$$

$$T_1 = \frac{1}{\frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g}} \int_a^H \frac{F(z) dz}{z^{\frac{3}{2}} - (z-a)^{\frac{3}{2}}} = 37,7 \int_{1,2}^{3,2} \frac{dz}{z^{\frac{3}{2}} - (z-1,2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Інтеграл обчислюється за правилом квадратур з $\Delta z = 0,4$ м.

Час $T_1 = 37,7 \times 0,4 \times 2,388 = 36$ с.

2-й період часу:

$$T_2 = \int_0^a \frac{F(z) dz}{\frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g z^{\frac{3}{2}}}}.$$

Для того щоб підінтегральна функція не зверталася в нескінченність, у якості нижньої межі інтегрування приймається висота рівня, рівна 3 см, після чого $T_2 = 367$ с. Повний час спорожнення $T = 403$ с, тобто 6,8 хв.

Задача № 6.39

Через пробоїну в борту судна площею 30 см^2 у відсік довжиною 4 м, розділений діаметральною перегородкою, вливається вода.

Через 20 хв пробоїну вдалося залатати, а через 15 хв після аварії, щоб вирівняти крен, відкрили клінкет у діаметральній перебірці. Отвір у перебірці площею 7 см^2 розташований на відстані 7 см від днища. Визначити час, необхідний для вирівнювання крену (рис. 6.19).

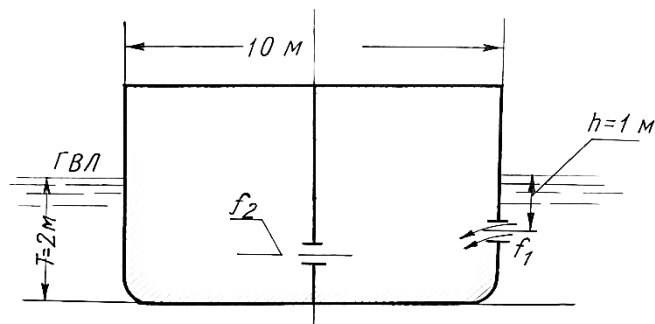


Рис. 6.19

Відповідь: 1. Час заповнення відсіку до пробоїни:

$$T = \frac{V}{Q} = \frac{5 \times 4 \times 1}{0,64 \times 0,003 \times 4,43 \sqrt{1}} = 2350 \text{ с.}$$

2. Висота наливу рідини за 15 хв:

$$h_1 = \frac{V_n}{S_n} = \frac{QT_1}{S_n} = \frac{0,0085 \times 900}{20} = 0,382 \text{ м.}$$

3. Висота наливу рідини за 20 хв:

$$h_2 = \frac{V_{n_2}}{S_n} = \frac{QT_2}{S_n} = \frac{0,0085 \times 1200}{20} = 0,510 \text{ м.}$$

4. Кінцевий рівень у правому відсіку після вирівнювання:

$$h = \frac{0,51}{2} = 0,255 \text{ м.}$$

5. Об'єм у лівому відсіку до осі отвору:

$$V_{л1} = 20 \times 0,1 = 2 \text{ м}^3.$$

6. Час наповнення лівого відсіку до осі отвору:

$$T_{л1} = \frac{V_{л1} \times 2}{Q_1 + Q_2} = \frac{2 \times 2}{0,64 \times 0,0007 \times 4,43 \sqrt{0,282} + \sqrt{0,41}} = 1720 \text{ с.}$$

7. Час вирівнювання рівнів:

$$T = T_{л1} + \frac{20 \times 0,155 \times 2}{0,64 \times 0,0007 \times 4,43 \sqrt{0,41}} = 6620 \text{ с.}$$

Задача № 6.40

Визначити рівень, який встановиться у відсіку довжиною 4 м з поперечними розмірами, зазначеними на рисунку 6.20, при отриманні судном бортової пробоїни площею 30 см^2 , яка розташована нижче вантажної ватерлінії на 1 м, якщо заповнення відсіку відбувалося протягом 30 хв, після чого пробоїна була залатана. Зміна осадки не враховується.

Відповідь: 1. Об'єм відсіку до пробоїни $V = 20 \text{ м}^3$.

2. Час, необхідний для заповнення об'єму V під постійним напором в 1 м, $T = 2350$ с; оскільки $2350 \text{ с} > 30 \text{ хв}$, все витікання до закриття пробоїни відбувалося при постійному напорі.

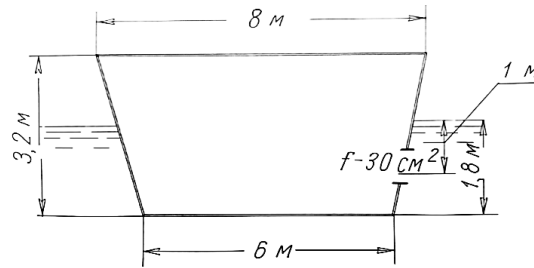


Рис. 6.20

1 м³. Об'єм води, що влився в відсік за 30 хв, $V_1 = 15,3 \text{ м}^3$.

4. Рівень води в відсіку після закриття пробоїни з рівності

$$x = 2 \left(3 + \frac{z}{3,2} \right), \text{ де } x - \text{ширина відсіку, } z = 0,6 \text{ м.}$$

Розділ VII ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПОДІБНОСТІ

Загальні відомості та розрахункові формули

Натурні об'єкти, з якими мають справу гідромеханіка та газодинаміка, – гідромашини, кораблі, гідротехнічні споруди, а також парові та газові турбіни, компресори – надто великі за розмірами, складні та дорогі, щоб їх можна було випробовувати лише в натуральних умовах. Моделі різних варіантів цих об'єктів випробовуються зазвичай у стадії їх проектування та розрахунку. Тому велике значення набула теорія моделювання, що розробляє правила і умови проведення експериментів і переносу результатів експерименту з моделі на натуру.

Рухом рідини управляють сили тяжкості, інерції, тиску і тертя. Вони різні за своїм походженням і природою, і кожна з них змінюється при зміні швидкостей, розмірів потоку та інших умов за своїми особливими законами. Однак у багатьох завданнях, доводиться розглядати спільну дію цих сил і визначати величину ставлення однієї з них до іншої. Дослідженням цих питань займається **теорія механічної подоби потоків**.

При моделюванні в гідромеханіці необхідно досягти **геометричної подібності** моделі та натури, тобто подібності форм. Вона вимагає, щоб модель і натура мали однакову конфігурацію, а всі відповідні лінійні розміри знаходилися в постійному співвідношенні.

Коефіцієнт геометричної подібності (Масштаб). Для будь-яких подібних ліній (довжини L , ширини B , діаметра d) повинен дотримуватися єдиний лінійний масштаб

$$\lambda_l = \frac{L}{L_m} = \frac{B}{B_m} = \frac{d}{d_m}.$$

Масштаб площин. Оскільки площа пропорційна квадрату лінійного розміру, коефіцієнт площі дорівнює квадрату лінійного масштабу

$$\lambda_{\omega} = \frac{\omega}{\omega_m}.$$

Масштаб обсягів. Відповідно, відношення обсягів дорівнює кубу лінійного масштабу

$$\lambda_v = \frac{V}{V_m}.$$

Однак, задоволення лише геометричної подібності недостатньо, має бути забезпечена ще динамічна подоба. Основні вимоги динамічної подоби такі:

- у натурному та модельному потоках повинні діяти сили однакової фізичної природи;

- у подібних точках натурного та модельного потоку чинні сили повинні перебувати в постійному співвідношенні. Так, якщо на деякій поверхні натурного об'єкта діє сила тиску P і сила тертя T , а на моделі ці ж сили рівні відповідно P_m і T_m , то умова динамічної подібності для цих сил записується у вигляді $\frac{P}{T} = \frac{P_m}{T_m}$;

- межові та початкові умови для натурного та модельного потоків збігаються.

Подібність називається повною, якщо в натурному і модельному потоках однакові відносини будь-яких діючих сил, наприклад: сили тертя до сили інерції, сили тиску до сили інерції, сили тяжіння до сили інерції. Внаслідок різної природи цих сил вони по-різному залежать від швидкості і розмірів потоку, тому на зменшеній моделі часто не вдається домогтися повної динамічної подібності. У цьому випадку задовольняються дотриманням часткової подібності, тобто тотожності для природи і моделі лише відносини якихось двох сил, які передбачаються визначальними для даного потоку. По решті сил у цьому випадку подібності не дотримується, і тому дані модельного експерименту при частковій подоби не можуть точно відповідати натурі. Але в ряді випадків дія цих сил зневажливо мало, або може бути розраховано теоретично. Тому моделювання при частковій подібності набуло широкого поширення.

Закон повної динамічної подоби Ньютона. Якщо потоки динамічно подібні, то згідно з другим принципом динамічної подоби

$$Ne = \frac{F}{\rho L^2 v^2} = \frac{F_m}{\rho_m L_m^2 v_m^2}. \quad (7.1)$$

Вираз (7.1) є записом закону динамічної подоби Ньютона: потоки подібні, якщо числа Ньютона Ne для моделі та природи тотожні.

Будь-який розрахунок у гідравліці починається з визначення сил, що домінують у системі. Оскільки вирішувати повні рівняння Нав'є – Стокса кожної труби чи каналу неможливо, ми використовуємо аналіз розмірностей. Согласно рі-теореме Бекінгема, якщо процес залежить від n параметрів, його можна описати функцією від $n-3$ безрозмірних комплексів. Характер течії визначається не абсолютними значеннями – швидкістю, або в'язкістю, а співвідношенням сил, що діють у цій точці. **Критерії подібності** – це і є коефіцієнти цього співвідношення. Для розрахунку це означає: якщо критерії (числа Re , Fr , Eu) у моделі та натурі рівні, то і фізика процесів ідентична.

Перший крок у будь-якій задачі – з'ясувати, як рухається рідина: шарами (ламінарно) або хаотично (турбулентно). Це критично, оскільки формули для розрахунку втрат енергії в цих режимах різняться радикально.

Число Рейнольдса Re – це безрозмірне відношення сил інерції до сил в'язкого тертя:

$$Re = \frac{vL}{\nu}, \quad (7.2)$$

де ν – середня швидкість руху рідини; L – характерний розмір задачі; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості.

Число Фруда Fr – це безрозмірне відношення сил інерції до гравітаційних сил:

$$Fr = \frac{v^2}{gL}, \quad (7.3)$$

де g – прискорення вільного падіння; ν та L як у (7.1).

За значенням числа Рейнольдса течу класифікують на ламінарний та турбулентний потік:

- ламінарний режим ($Re < Re_{кр}$) визначається тим, що в потоці в'язкість гасить випадкові обурення. Течія передбачувана, втрати напорі пропорційні швидкості в першому ступені;

– турбулентний режим ($Re > Re_{кр}$) визначається тим, що сили інерції потоку переважають, виникають вихори. Втрати напору пропорційні квадрату швидкості.

Теорія подібності дозволяє відкидати зайві параметри, якщо вони перестають впливати на результат. Це називається автомодельністю.

Автомодельність за числом Рейнольдса. При дуже високих Re (сильна турбулентність) шорсткість стін стає важливіше в'язкості. Коефіцієнт гідравлічного тертя λ перестає змінюватися при зростанні швидкості. Це дає основу не враховувати точного значення в'язкості рідини.

Автомодельність за числом Фруда (Fr). Якщо поверхня рідини закрита (напірна труба), сили тяжіння не впливають на форму потоку. В розрахунку можна не враховувати хвильові рухи поверхні рідини, завдання спрощується до врахування інерційних та в'язких сил.

Приступаючи до розрахунку задач гідромеханіки, треба дотримуватися такої логіки:

- збір фізичних констант: визначити щільність ρ і в'язкість μ при заданій температурі;
- вибір характерного розміру: для круглої труби це діаметр d , для відкритого каналу – гідравлічний радіус R ;
- розрахунок фактичного числа Рейнольдса та порівняння його з критичним ($Re_{кр} \approx 2320$ для труб);
- перевірка зони опору: якщо режим турбулентний, треба перевірити, чи знаходиться він у зоні «гладких труб», «змішаного тертя» або «квадратичного опору» (автомодельності);
- вибір розрахункової моделі: якщо течія ламінарно, використовують закон Пуазейля, якщо турбулентна – закон Дарсі-Вейсбаха з відповідним коефіцієнтом λ (за Альтшулем або Коулбруком).

Приклади вирішення характерних задач з поясненнями

Задача № 7.1

Обчислити розміри, вагову водотоннажність, моделі в прісній воді і змочену поверхню моделі, геометрично подібної до судна, що має наступні головні розміри: довжина $L=80$ м, ширина $B=8$ м, висота борту $H=3$ м, і осадка судна $T=1,8$ м. Водотоннажність судна в морській воді з об'ємною вагою $\gamma=1,025$ т/м³ становить 820 т, змочена поверхня судна при заданій осадці $\Omega=700$ м². Модель геометричної подібності при моделюванні дорівнює 50.

Рішення. 1. Розміри моделі: довжина $l = \frac{L}{\lambda} = 1,6$ м, ширина $b=0,16$ м, висота борту $h=0,06$ м і осадка $t=0,036$ м.

2. Водотоннажність моделі

$$D_m = \frac{\gamma V}{\lambda^3} = \frac{\gamma D}{\gamma_{м.в.} \lambda^3} = 6,4 \text{ кг},$$

де V – об'ємна водотоннажність судна; γ – об'ємна вага прісної води.

3. Змочена поверхня моделі $\Omega_m = \frac{\Omega}{\lambda^2} = 0,28$ м².

Задача № 7.2

Яким буде залишковий і повний опір судна, якщо при випробуванні його моделі, виконаної в масштабі 1/50, при швидкості $v_m=1,414$ м/с повний опір становив $r_m=0,2$ кг. Довжина судна $L=80$ м, а його змочена поверхня $\Omega=700$ м². Знайти значення швидкості судна, якому відповідатиме шуканий опір. Коефіцієнт кінематичної в'язкості води $\nu=1,1 \times 10^{-6}$ м²/с. Коефіцієнт опору тертя судна слід прийняти за формулою:

$$\zeta_f = \frac{0,455}{(\lg Re)^{2,58}},$$

де Re – число Рейнольдса.

Рішення. 1. Опір тертя моделі $r_f = \frac{\rho}{2} \zeta_{fm} S_m v_m$,

де S_m – зволожена поверхня моделі; $S_m = \frac{700}{\lambda^2} = 0,28 \text{ м}^2$.

Довжина моделі $l_m = \frac{L}{\lambda} = 1,6 \text{ м}$. Число Рейнольдса для моделі

$Re_m = \frac{v_m l_m}{\nu} = 2,06 \times 10^6$. Коефіцієнт опору тертя для моделі $\zeta_{fm} = 3,93 \times 10^{-3}$. Опір тертя моделі $r_f = 0,112 \text{ кг}$.

2. Залишковий опір моделі $r_r = r - r_f = 0,088 \text{ кг}$.

3. Залишковий опір судна $R_r = r_r \lambda^3 = 11\,000 \text{ кг}$.

4. Швидкість судна $v_c = v_m \sqrt{\lambda} = 10 \text{ м/с}$.

5. Число Рейнольдса для судна $Re = \frac{v_c L}{\nu} = 7,26 \times 10^8$.

Коефіцієнт тертя для судна $\zeta_f = 1,6325 \times 10^{-3}$.

6. Опір тертя для судна $R_f = \frac{\rho}{2} \zeta_f \Omega v^2 = 5840 \text{ кг}$.

7. Повний опір судна при швидкості $v = 10 \text{ м/с}$
 $R = R_f + R_r = 16\,840 \text{ кг}$.

Задачі для самостійного виконання

Задача № 7.3

Знайти модуль кінематичної подібності, якщо геометрично подібна до судна модель рухається з відповідною швидкістю, яка в 8 разів менша за швидкість руху судна. Модуль геометричної подібності $\lambda = 100$.

Відповідь: $\tau = 12,5$.

Задача № 7.4

Написати співвідношення між швидкостями, прискореннями, площами, об'ємами, витратами, силами, роботами, потужностями, кількостями руху у двох динамічно подібних системах, якщо модуль геометричної подібності λ , модуль тимчасової подібності τ і модуль масової подібності m .

Відповідь: співвідношення площ $\frac{S_1}{S_2} = \lambda^2$; об'ємів $\frac{V_1}{V_2} = \lambda^3$; швидкостей $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\lambda}{\tau}$; прискорень $\frac{w_1}{w_2} = \frac{\lambda}{\tau^2}$; витрат $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\lambda^3}{\tau}$; сил $\frac{F_1}{F_2} = \frac{m\lambda}{\tau^2}$; робіт $\frac{U_1}{U_2} = \frac{m\lambda^2}{\tau^2}$; потужностей $\frac{N_1}{N_2} = \frac{m\lambda^2}{\tau^3}$; кількостей руху $\frac{W_1}{W_2} = \frac{m\lambda}{\tau}$.

Задача № 7.5

На якій відстані від борту судна буде відносна швидкість руху води $v = 5 \text{ м/с}$, якщо при випробуванні моделі, виконаної в масштабі 1/100, крива зміни відносної швидкості залежно від відстані від борту моделі визначалася рівнянням $v_m = 10\sqrt{y}$, де y в м, а v в м/с. Модуль тимчасової подібності становив $\tau = 10$.

Відповідь: 1. Співвідношення швидкостей в обох системах $\frac{v}{v_m} = \frac{\lambda}{\tau}$. Так як $\lambda = 100$, то $\frac{v}{v_m} = 10$.

2. Відповідна швидкість моделі: $v_m = \frac{v}{10} = 0,5 \text{ м/с}$.

3. Відстань від борту моделі, на якому задана швидкість, визначається з виразу $v_m = 10\sqrt{y}$, звідки при $v_m = 0,5 \text{ м/с}$, $y = 0,0025 \text{ м}$.

4. Відповідно відстань від борту судна $l = \lambda y = 0,25 \text{ м}$.

Задача № 7.6

Визначити осадку моделі, при якій має бути проведено випробування, яке відповідало б ходу судна в повному вантаженні. Якщо осадка судна порожнього $T = 1,5$, площа вантажної ватерлінії моделі $S_m = 14,4 \text{ дм}^2$, а вантажопідйомність судна 80 т. Судно в межах осадки порожнього і повного вантажу прямостінне. Модель виконана в масштабі 1/50.

Відповідь: 1. Осадка моделі для ходу судна порожнім

$$T_m = \frac{T}{\lambda} = 30 \text{ мм.}$$

2. Додаткова водотоннажність моделі $\Delta V_m = \frac{\Delta V}{\lambda^3} = 0,64 \text{ дм}^3$.

3. Зміна осадки моделі $\Delta T_m = \frac{\Delta V_m}{S_m} = 0,00445 \text{ дм.}$

4. Осадка моделі для ходу судна в повному вантажі

$$T_{m,гр} = T_m + \Delta T_m = 0,03445 \text{ м} = 34,45 \text{ мм.}$$

Задача № 7.7

За умовою задачі № 7.5 визначити величину додаткового вантажу моделі при проведенні випробувань для ходу судна порожнім і в повному вантажі, якщо коефіцієнт вертикальної повноти судна залишається постійним при зміні осадки в межах вантажопідйомності судна і становить $\psi = 0,85$. Власна вага виготовленої моделі $P = 2,5 \text{ кг}$.

Відповідь: 1. Осадка судна в повному вантажі:

$$T_{гр} = T_{пор} + \Delta T = T_{пор} + \frac{\Delta V}{S} = T_{пор} + \frac{\Delta V}{S_m \lambda^2} = 1,722 \text{ м}^2.$$

Тут S – площа вантажної ватерлінії судна.

2. Водотоннажність судна в повному вантажі:

$$V_{гр} = \psi S T_{гр} = \psi S_m \lambda^2 T_{гр} = 458 \text{ м}^3.$$

3. Відповідна водотоннажність моделі:

$$V_{m,гр} = \frac{V_{гр}}{\lambda^3} = 3,66 \text{ дм}^3.$$

4. Вага додаткового вантажу для випробування моделі, що відповідає ходу судна в повному вантаженні:

$$P_{гр} = \gamma V_{m,гр} - P = 1,15 \text{ кг.}$$

5. Водотоннажність моделі для ходу судна порожнім:

$$V_{m,пор} = V_{m,гр} - \frac{\Delta V}{\lambda^3} = 3,02 \text{ дм}^3.$$

6. Вага додаткового судна вантажу для випробування моделі, що відповідає ходу судна порожнім: $P_{гр} = \gamma V_{m,пор} - P = 0,52 \text{ кг}$.

Задача № 7.8

Вивести співвідношення між відповідними швидкостями моделі і судна при забезпеченні подібності сил тяжіння.

Відповідь: $\frac{v_c}{v_m} = \sqrt{\lambda}$, де λ – модуль геометричної подібності.

Задача № 7.9

Отримати співвідношення для відповідних швидкостей у двох подібних системах з урахуванням впливу на подібність сил в'язкості, при однаковій рідині в обох системах.

Відповідь: $\frac{v_2}{v_1} = \lambda$, де $\lambda = \frac{L_1}{L_2}$.

Задача № 7.10

Довести неможливість забезпечення подібності сил тяжіння і сил в'язкості в однаковому рідкому середовищі.

Задача № 7.11

Знайти вирази для модуля тимчасової подібності та модуля подібності прискорень для механічно подібних систем, що піддаються дії сил тяжіння.

Відповідь: 1. З співвідношення швидкостей за умови гравітаційної подібності $\frac{v_c}{v_m} = \sqrt{\lambda}$; але співвідношення швидкостей

у будь-яких кінематично подібних системах $\frac{v_c}{v_m} = \frac{\lambda}{\tau}$. Відповідно

до цього модуль тимчасової подібності $\tau = \sqrt{\lambda}$.

2. Співвідношення прискорень у подібних системах $\frac{w_c}{w_m} = \frac{\lambda}{\tau^2}$.

За умови подібності сил тяжіння $\frac{w_c}{w_m} = \frac{\lambda}{(\sqrt{\lambda})^2} = 1$.

Задача № 7.12

Обчислити швидкість руху моделі виходячи з умови подібності сил в'язкості, якщо швидкість руху судна $v_c = 18 \text{ км/год}$,

а геометрично подібна модель виконана в 1/25 від розмірів судна.

Відповідь: 1. Виходячи з рівності чисел Рейнольдса для судна і моделі, отримуємо таке співвідношення для їх швидкостей:

$$\frac{v_c}{v_m} = \frac{L_m}{L_c} = \frac{1}{\lambda}.$$

2. Швидкість моделі $v_m = v_c \lambda = 125$ м/с.

Задача № 7.13

За умовою задачі № 7.11 визначити, якою буде швидкість моделі, якщо потрібно забезпечити подібність сил тяжіння.

Відповідь: $v_m = 1$ м/с.

Задача № 7.14

Визначити швидкість моделі для забезпечення подібності сил тяжіння, якщо змочена поверхня моделі $\Omega_m = 1,28$ м², зволожена поверхня судна $\Omega_c = 800$ м², а швидкість судна 21 км/год.

Відповідь: $v_m = 5$ м/с.

Задача № 7.15

Визначити співвідношення між потужностями залишкового опору моделі та судна за умови збереження в обох системах гравітаційної подібності.

Відповідь: Співвідношення потужностей залишкового опору $\frac{EHP_{r_c}}{EHP_{r_m}} = \frac{R_{l_c} v_c 75}{75 R_{l_m} v_m}$, але з рівності чисел Фруда $\frac{v_c}{v_m} = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{l}} = \sqrt{\lambda}$, співвідношення сил залишкового опору $\frac{R_{r_c}}{R_{r_m}} = \frac{\rho v_c^2 L^2}{\rho v_m^2 l^2} = \lambda^3$; внаслідок

$$\text{цього } \frac{EHP_{r_c}}{EHP_{r_m}} = \lambda^3 \sqrt{\lambda}.$$

Задача № 7.16

Якою мала б бути кількість обертів моделі гребного гвинта, виконаного в масштабі 1/10, якщо при випробуваннях моделі

поставити умовою забезпечення подібності сил в'язкості? Кількість обертів дійсного гвинта 300 об/хв.

Відповідь: 1. Для забезпечення подібності сил в'язкості співвідношення будь-яких швидкостей моделі та натури дорівнює:

$$\frac{v_n}{v_m} = \frac{1}{\lambda}.$$

Відповідно до цього співвідношення окружних швидкостей:

$$\frac{\pi D_n n_n 60}{60 \pi D_m n_m} = \frac{1}{\lambda}.$$

Співвідношення числа обертів:

$$\frac{n_n}{n_m} = \frac{1}{\lambda} \frac{D_m}{D_n} = \frac{1}{\lambda^2},$$

оскільки співвідношення діаметрів $\frac{D_m}{D_n} = \lambda$.

2. Кількість обертів моделі гвинта $n_m = n_n \lambda^2 = 500$ об/с.

Задача № 7.17

Яким було б співвідношення витрат води при випробуванні моделі насадки до гребного гвинта, якби забезпечувалася подібність сил в'язкості?

Відповідь: $\frac{Q_n}{Q_m} = \lambda$.

Задача № 7.18

Перерахувати залишковий опір судна, якщо при випробуванні моделі, виконаної в масштабі 1/50, залишковий опір при швидкості $v_m = 0,5$ м/с склав $R_{gm} = 0,05$ кг. Яка відповідна швидкість судна?

Відповідь: $R_{gc} = 6250$ г, $v_c = 3,525$ м/с.

Задача № 7.19

Знайти потужність залишкового опору судна, якщо при швидкості руху моделі $v_m = 1$ м/с отримано залишковий опір $R_{gm} = 50$ г. Модуль геометричної подібності $\lambda = 30$. Якій швидкості руху судна відповідає це значення потужності?

Відповідь: $EHP_r = 98,5$ л. с.; $v_c = 5,47$ м/с.

Задача № 7.20

Чому буде дорівнювати залишковий опір і відповідна швидкість руху судна, якщо при швидкості 1 м/с залишковий опір моделі $r_r=0,05$ кг, водотоннажність судна $D=3125$ т, водотоннажність моделі дорівнює 25 кг. Випробування проводилося за умови подібності сил тяжіння.

Відповідь: залишкові опори моделі та судна пропорційні їх водотоннажності: $R_r = r_r \frac{D}{D_m} = 6250$ кг. Відповідна швидкість судна $v_c=7,07$ м/с.

Задача № 7.21

Визначити, при якому коефіцієнті кінематичної в'язкості рідини могло б бути здійснено подібність сил в'язкості, якщо число Рейнольдса для судна 2×10^8 , довжина судна 100 м, модуль геометричної подібності 25, а швидкість моделі не перевищує 5 м/с.

Відповідь: 1. З умови подібності сил в'язкості $\frac{v_m l_m}{\nu_m} = 2 \times 10^8$ або $\frac{v_m}{\nu_m} = \frac{2 \times 10^8}{l_m} = 5 \times 10^7$.

2. При максимальній швидкості моделі коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини, що використовується для випробувань, $\nu = \frac{v_m}{5 \times 10^7} = 1 \times 10^{-7}$ м²/с, що приблизно в 10 разів менше коефіцієнта кінематичної в'язкості води при температурі 20 °С.

Задача № 7.22

Число Фруда для натурального судна $Fr=0,35$, довжина судна $L=60$ м. Виходячи з подібності сил тяжіння, визначити масштаб моделі, якщо гранична швидкість моделі в дослідному басейні $v=1,5$ м/с.

Відповідь: масштаб моделі 1:32.

ДОДАТОК

Таблиця 1

Щільність чистої води, вільної від повітря

T, °C	ρ , кг/м ³	T, °C	ρ , кг/м ³	T, °C	ρ , кг/м ³	T, °C	ρ , кг/м ³
P=0,0981 МПа				P=1,962 МПа			
0	999,87	50	988,1	0	1000,8	120	944
4	1000	60	983,2	20	999,0	140	925,9
10	999,73	70	977,8	40	993,0	160	908,2
20	998,23	80	971,8	60	984,1	180	887,5
30	995,68	90	965,3	80	978,8	200	865
40	992,25	100	958,4	100	969,3	—	—

Таблиця 2

Щільність морської води в залежності від солоності

S_0 , ‰	ρ , кг/м ³ при температурі T, °C			
	0	4	15	25
10	1008	1008	1006,8	1004,6
20	1016	1016,9	1014,5	1012,1
30	1024,1	1024,8	1022,2	1019,6
40	1032,2	1032,8	1029,1	1027,1

Таблиця 3

Щільність деяких рідин і повітря

T, °C	ρ , кг/м ³	T, °C	ρ , кг/м ³	T, °C	ρ , кг/м ³
Бензин		Гас		Ртуть	
20	751	20	819	0	13590
40	735	40	808	20	13550
Гліцерин		60	795	Спирт метиловий	
0	1267	Масло машинне		0	842
20	1259	0	903,6	20	828
Дизельне паливо		20	892,5	Спирт етиловий	
20	878,7	40	881	0	824
40	865,4	Масло трансформаторне		20	808
60	852	0	892,5	Паливо Т-5	

Закінчення таблиці 3

T, °C	ρ , кг/м ³	T, °C	ρ , кг/м ³	T, °C	ρ , кг/м ³
		20	880,3	20	842
		40	868,2	40	828
Щільність повітря в залежності від тиску p , МПа та температури T , °C					
	0,0981 МПа	0,981 МПа	0,0981 МПа	0,981 МПа	9,81 МПа
-3	1,308	13,15	—	—	—
27	—	—	1,117	11,8	118,15

Таблиця 4

Значення коефіцієнту температурного поширення k_p

№ нафтапродукти	ρ , кг/м ³	k_p , кг/(м ³ ·°C)	№ нафтапродукти	ρ , кг/м ³	k_p , кг/(м ³ ·°C)
1	879	0,667	6	895	0,692
2	892	0,667	7	862	0,708
3	832	0,600	8	860	0,700
4	856	0,700	9	859	0,700
5	859	0,725	10	890	0,680

Таблиця 5

В'язкість прісної води на лінії насичення

T, °C	μ , 10 ³ кг/(с·м)	ν , 10 ⁶ м ² /с	T, °C	μ , 10 ³ кг/(с·м)	ν , 10 ⁶ м ² /с
0	1,788	1,789	70	0,406	0,415
5	1,515	1,515	80	0,355	0,366
10	1,306	1,306	90	0,315	0,326
15	1,140	1,142	100	0,283	0,294
20	1,005	1,006	120	0,237	0,244
25	0,894	0,897	140	0,201	0,212
30	0,801	0,805	160	0,174	0,189
40	0,653	0,658	180	0,153	0,173
50	0,549	0,556	200	0,136	0,162
60	0,470	0,478	—	—	—

Таблиця 6

Коефіцієнти кінематичної в'язкості нафтопродуктів

Нафтопродукти	ν , 10 ⁶ м ² /с при температурі T , °C						
	0	10	20	30	40	50	60
Бензин	0,008	0,0072	0,0064	0,058	—	—	—
Гас	0,041	0,032	0,025	0,021	—	—	—
Масило:							
солярове	0,95	0,5	0,3	0,19	0,13	0,094	0,067
трансформаторне	1,35	0,66	0,36	0,23	0,15	0,11	0,077
веретенне	2,4	1,08	0,58	0,34	0,21	0,14	0,1
машинне	6	2,39	1,15	0,61	0,36	0,23	0,13
моторне	38	13	5,2	2,38	1,23	0,69	0,43
мінеральне	76	—	11,2	—	2,7	—	—
Мазут флотський							
12	55	19,3	7,9	3,3	1,69	0,93	0,55
20	113	44	16	6,6	3,1	1,58	0,92
Паливо дизельне	0,126	0,097	0,08	0,06	0,049	0,035	—
Паливо моторне							
ДП-1	6,5	3	1,6	0,9	0,55	0,36	0,25
ДП-2	13	5,5	2,8	1,6	0,9	0,56	0,36
ДП-3	18	7,5	3,6	1,9	1,05	0,68	0,44

Таблиця 7

Значення коефіцієнту кінематичної в'язкості ν та допоміжного коефіцієнту k_v

Рідина	ν , 10 ⁷ м ² /с	k_v , 1/°C	Температурний діапазон
Нафта			
№ 1	400	0,0247	-30÷90
№ 2	1500	0,0368	-30÷110
№ 3	108	0,0192	-30÷60
№ 4	170	0,0215	-30÷70
№ 5	950	0,034	-30÷110
№ 6	230	0,0227	30÷80
№ 7	600	0,0307	-30÷100
№ 8	300	0,0275	-30÷90
Паливо			
ДП-1	6500	0,0436	-30÷110

Закінчення таблиці 7

Рідина	$\nu, 10^7 \text{ м}^2/\text{с}$	$k_p, 1/^\circ\text{C}$	Температурний діапазон
ДП-2	13000	0,0306	-30÷110
ДП-3	18000	0,0325	-30÷110
Вода прісна	17,89	0,115	0÷30
	8,05	0,0075	30÷60

Таблиця 8

Тиск насиченого водяного пару при $T < 0^\circ\text{C}$ над водою

Тиск	Температура Т, °С								
	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50
$p_{\text{н}}$, мм рт. ст.	0,38	0,94	2,1	4,6	9,02	17,5	31,8	55,3	92,5
$p_{\text{н}}$, вод рт. ст.	5,15	12,8	28,5	62,5	122	238	432	750	1255
$p_{\text{н}}$, Па	50,5	125,6	279,6	613	1197	2385	4240	7360	12 320

Таблиця 9

Допоміжні величини для визначення тиску насичених парів нафти та води

Рідина	$p_0, \text{Па}$	$k_p, \text{Па}/1^\circ\text{C}$	Рідина	$p_0, \text{Па}$	$k_p, \text{Па}/1^\circ\text{C}$
Нафта					
№ 1	10 700	32,5	№ 6	17 350	13,4
№ 2	13 350	13,1	№ 7	36700	29,6
№ 3	6000	16,3	№ 8	2670	10,4
№ 4	9320	22,7	№ 9	9350	23,5
№ 5	8670	20,8	—	—	—
Вода					
прісна	613	4,69	—	—	—
морська	620	4,7	—	—	—

Таблиця 10

Перехід від одиниць МКГСС до СІ

Величина	Одиниця		Значення в одиницях СІ
	СІ	МКГСС	
ρ	$\text{кг}/\text{м}^3$	$\text{кгс}\cdot\text{с}^2/\text{м}^4$	$1 \text{ кгс}\cdot\text{с}^2/\text{м}^4 = 9,81 \text{ кг}/\text{м}^3$
$\gamma = \rho g$	$\text{Н}/\text{м}^3$	$\text{кгс}/\text{м}^3$	$1 \text{ кгс}/\text{м}^3 = 9,81 \text{ Н}/\text{м}^3$
μ	$\text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$	$\text{кгс}\cdot\text{с}/\text{м}^2$	$1 \text{ кгс}\cdot\text{с}/\text{м}^2 = 9,81 \text{ Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$

Таблиця 11

Перехід між одиницями тиску

	Одиниці тиску					
	Па, $\text{Н}/\text{м}^2$	Бар, $10^5 \text{ Н}/\text{м}^2$	$\text{кгс}/\text{м}^2$	$\text{кгс}/\text{см}^2$	мм рт. ст.	мм вод. ст.
Па, $\text{Н}/\text{м}^2$	1	10^{-5}	0,102	$1,02 \times 10^{-5}$	$7,49 \times 10^{-3}$	$1,02 \times 10^{-4}$
Бар, $10^5 \text{ Н}/\text{м}^2$	10^5	1	$10,2 \times 10^3$	1,02	749	$10,2 \times 10^3$
$\text{кгс}/\text{м}^2$	9,81	$9,81 \times 10^5$	1	10^{-4}	$7,35 \times 10^{-2}$	10^{-3}
$\text{кгс}/\text{см}^2$	$9,81 \times 10^4$	$9,81 \times 10^{-1}$	10^5	1	735,56	10
мм рт. ст.	133,5	$13,35 \times 10^{-4}$	13,6	$13,6 \times 10^{-4}$	1	$13,6 \times 10^{-3}$
мм вод. ст.	9,81	$9,81 \times 10^{-5}$	1	10^{-4}	$7,35 \times 10^{-2}$	10^{-3}
мм вод. ст.	$9,81 \times 10^3$	$9,81 \times 10^{-2}$	10^4	0,1	73,556	1

Навчальне видання

**КОСОЙ М. Б.
ДЕМІДЮК О. В.
АЛЕКСАНДРОВСЬКА Н. І.**

ГІДРОМЕХАНІКА СУДНОВИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ І КОМПЛЕКСІВ

Навчальний посібник

За редакцією
к. т. н., доцента М. Б. Косого

Дизайн обкладинки *В. Савельєва*
Технічний редактор *О. Гринюк*
Верстка *О. Данильченко*



Підписано до друку 27.04.2026 р.
Формат 60х84/16. Папір офсетний.
Цифровий друк. Гарнітура Cambria.
Ум. друк. арк. 8,37. Наклад 300.
Замовлення № 0526-021.

Видавництво та друк: Олді+
65101, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
тел.: +38 (095) 559-45-45, e-mail: office@oldiplus.ua
Свідоцтво ДК № 7642 від 29.07.2022 р.

Замовлення книг:
тел.: +38 (050) 915-34-54, +38 (068) 517-50-33
e-mail: book@oldiplus.ua

**ОЛДІ
ПЛЮС**