

Міністерство освіти і науки України
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ МОРСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра «Експлуатації суднового електрообладнання
і засобів автоматики»

ОРГАНІЗАЦІЯ ТЕХНІЧНОЇ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ЕЛЕКТРИЧНОГО ОБЛАДНАННЯ І АВТОМАТИКИ СУДЕН

Методичні вказівки до практичних занять підготовки магістрів за спеціальністю
271 «Морський та внутрішній водний транспорт», спеціалізація 271.03
«Експлуатація суднового електрообладнання і засобів автоматики»

Організація технічної експлуатації електричного обладнання і автоматики суден. Методичні вказівки до практичних занять підготовки магістрів за спеціальністю 271 «Морський та внутрішній водний транспорт», спеціалізація 271.03 «Експлуатація суднового електрообладнання і засобів автоматики»)/ – Укл.: В.І. Цацко, В.М. Машін Одеса: Одеський національний морський університет, 2024. – 73 с.

Укладачі: Цацко В.І., к.т.н., доцент, доцент кафедри "Експлуатація суднового електрообладнання і засобів автоматики", Машін Володимир Миколайович старший викладач кафедри "Експлуатація суднового електрообладнання і засобів автоматики".

Методичні вказівки схвалено на засіданні кафедри «Експлуатація суднового електрообладнання і засобів автоматики», протокол № 4-24/25 від 20.11.2024 року.

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Визначення кількісних характеристик надійності по статистичних даних про відмови виробу.....	5
2 Аналітичне визначення кількісних характеристик надійності виробу.....	11
3 Послідовне з'єднання елементів до системи	18
4 Розрахунок надійності системи з постійним резервуванням.....	24
5 Резервування заміщенням в режимі полегшеного (теплого) резерву і в режимі ненавантаженого (холодного) резерву.....	32
6 Розрахунок надійності системи з поелементним резервуванням.....	38
7 Резервування за дробовою кратністю і постійно включеним резервом.....	47
8 Ковзне резервування при експонентному законі надійності.....	51
9 Розрахунок показників надійності резервованих пристроїв з урахуванням Відновлення.....	55
Література.....	73

ВСТУП

Номер варіанту для самостійного рішення задач визначається наступним чином: до останньої цифри номера студентського квитку додається остання цифра року виконання завдання. Номер варіанту визначається останньою цифрою цього додатку.

№ вар	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
№ зад	Номери завдань для самостійного рішення									
1	1.7	1.8	1.9	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16
2	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.7	1.8	1.9	1.10
3	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10	2.11	2.12	2.13	2.14	2.15
4	2.11	2.12	2.13	2.14	2.15	2.6	2.7	2.8	2.9	2.10
5	3.8	3.9	3.10	3.11	3.12	3.13	3.8	3.9	3.10	3.11
6	3.12	3.13	3.8	3.9	3.10	3.11	3.12	3.13	3.8	3.9
7	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	4.10	4.11	4.12	4.13
8	4.14	4.13	4.12	4.11	4.10	4.14	4.13	4.8	4.9	4.10
9	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	5.10	5.4	5.5	5.6
10	5.8	5.9	5.10	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	5.10
11	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	6.10	6.11	6.12	6.13	6.5
12	6.9	6.10	6.11	6.12	6.13	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9
13	7.3	7.4	7.5	7.6	7.3	7.4	7.5	7.6	7.3	7.4
14	7.5	7.5	7.6	7.3	7.4	7.6	7.6	7.3	7.4	7.6
15	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7
16	8.6	8.7	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7	8.3	8.4	8.5
17	9.9	9.10	9.11	9.12	9.13	9.14	9.15	9.16	9.17	9.18
18	9.19	9.20	9.21	9.22	9.23	9.9	9.10	9.11	9.12	9.13
19	9.14	9.15	9.16	9.17	9.18	9.19	9.20	9.21	9.22	9.23
20	9.23	9.22	9.18	9.19	9.20	9.21	9.22	9.23	9.9	9.10

1 ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ПО СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ ПРО ВІДМОВИ ВИРОБУ

1.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Імовірність безвідмовної роботи по статистичних даних про відмови оцінюється виразом

$$P^*(t) = \frac{n(t)}{N}, \quad (1.1)$$

де $n(t)$ - число виробів, які не відмовили до моменту часу t ; N - число виробів, поставлених на випробування; $P^*(t)$ - статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробу.

Для ймовірності відмови за статистичними даними справедливо співвідношення

$$q^*(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \quad (1.2)$$

де $N - n(t)$ - число виробів, які відмовили до моменту часу t ; $q^*(t)$ - статистична оцінка ймовірності відмови виробу.

Частота відмов за статистичними даними про відмови визначається виразом:

$$f^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}, \quad (1.3)$$

де $\Delta n(t)$ - число виробів, що відмовили на ділянці часу $(t, t + \Delta t)$; $f^*(t)$ - статистична оцінка частоти відмов виробу; Δt - інтервал часу.

Інтенсивність відмов за статистичними даними про відмови визначається формулою

$$\lambda^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)}, \quad (1.4)$$

де $n(t)$ - число виробів, які не відмовили до моменту часу t ; $\Delta n(t)$ - число виробів, що відмовили на ділянці часу $(t, t + \Delta t)$; $\lambda^*(t)$ - статистична оцінка інтенсивності відмов виробу.

Середній час безвідмовної роботи виробу за статистичними даними оцінюється виразом:

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (1.5)$$

де t_i - час безвідмовної роботи i -го виробу; N - загальне число виробів, поставлених на випробування; m_t^* - статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Для визначення m_t^* за формулою (1.5) необхідно знати моменти виходу з ладу всіх N виробів. Можна визначати m_t^* з рівняння

$$m_t^* \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i t_{cp.i} , \quad (1.6)$$

де n_i - кількість поламаних виробів в i -му інтервалі часу; $t_{cp.i} = (t_{i-1} + t_i) / 2$; $m = t_k / \Delta t$; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$; t_{i-1} -час початку i -го інтервалу; t_i - час кінця i -го інтервалу; t_k - час, протягом якого вийшли з ладу всі вироби; Δt -інтервал часу.

Дисперсія часу безвідмовної роботи вироби за статистичними даними визначається формулою:

$$D_t^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - m_t^*)^2 , \quad (1.7)$$

де D_t^* - статистична оцінка дисперсії часу безвідмовної роботи виробу.

1.2 РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 1.1. На випробування поставлено 1000 однотипних електронних ламп, за 3000 год. відмовило 80 ламп. Потрібно визначити $P^*(t)$, $q^*(t)$ при $t = 3000$ год.

Рішення. В даному випадку $N = 1000$; $n(t) = 1000 - 80 = 920$; $N - n(t) = 1000 - 920 = 80$. За формулами (1.1) і (1.2) визначаємо

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0.92,$$

$$\text{або } q^*(3000) = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0.08,$$

$$q^*(3000) = 1 - P^*(3000) = 1 - 0.92 = 0.08.$$

Завдання 1.2. На випробування було поставлено 1000 однотипних ламп. За перші 3000 год. відмовило 80 ламп, а за інтервал часу 3000 - 4000 год. відмовило ще 50 ламп. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов електронних ламп в проміжку часу 3000 - 4000 год.

Рішення. В даному випадку $N = 1000$; $t = 3000$ год; $\Delta t = 1000$ годину; $\Delta n(t) = 50$; $n(t) = 920$.

За формулами (1.3) і (1.4) знаходимо

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ 1 / ГОД}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 920} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / ГОД}$$

Завдання 1.3. На випробування поставлено $N = 400$ виробів. За час $t = 3000$ год відмовило 200 виробів, тобто $n(t) = 400 - 200 = 200$. За інтервал часу $(t, t + \Delta t)$, де $\Delta t = 100$ годин, відмовило 100 виробів, тобто $\Delta n(t) = 100$. Потрібно визначити $P^*(3000)$, $P^*(3100)$, $f^*(3000)$, $\lambda^*(3000)$.

Рішення. За формулою (1.1) знаходимо

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0.5.$$

$$P^*(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0.25.$$

Використовуючи формули (1.3) і (1.4), отримаємо

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ (1 / год)}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (1 / год)}$$

Завдання 1.4. На випробування поставлено 6 однотипних виробів. Отримані наступні значення t_i (t_i - час безвідмовної роботи i - го виробу): $t_1 = 280$ год; $t_2 = 350$ год; $t_3 = 400$ год; $t_4 = 320$ год; $t_5 = 380$ год; $t_6 = 330$ год. Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Рішення. За формулою (1.5) маємо

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \frac{280 + 350 + 400 + 320 + 380 + 330}{6} = \frac{2060}{6} = 343,3 \text{ год.}$$

Завдання 1.5. За спостережуваній період експлуатації в апаратурі було зафіксовано 8 відмов. Час відновлення склав:

$t_1 = 12$ хв.; $t_2 = 23$ хв.; $t_3 = 15$ хв.; $t_4 = 9$ мін.; $t_5 = 17$ мін.; $t_6 = 28$ хв.; $t_7 = 25$ хв.; $t_8 = 31$ хв. Потрібно визначити середній час відновлення апаратури $m_{t\%}^*$.

Рішення.

$$m_{t\%}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{12 + 23 + 15 + 9 + 17 + 28 + 25 + 31}{8} = \frac{160}{8} = 20 \text{ хв.}$$

Завдання 1.6. В результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного устаткування отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків, зведені в табл.1.1. Потрібно визначити m_e^* .

Таблиця 1.1

Δt_i , час.	N_i	Δt_i , час.	n_i	Δt_i , час.	n_i
0-5	1	30-35	4	60-65	3
5-10	5	35-40	3	65-70	3
10-15	8	40-45	0	70-75	3
15-20	2	45-50	1	75-80	1
20-25	5	50-55	0	—	—
25-30	6	55-60	0	—	—

Рішення. В даному випадку

$t_{-p,1} = 2,5; t_{-p,2} = 7,5; t_{-p,3} = 12,5; t_{-p,4} = 17,5; t_{-p,5} = 22,5; t_{-p,6} = 27,5; t_{-p,7} = 32,5; t_{-p,8} = 37,5; t_{-p,9} = 42,5;$
 $t_{-p,10} = 47,5; t_{-p,11} = 52,5; t_{-p,12} = 57,5; t_{-p,13} = 62,5; t_{-p,14} = 67,5; t_{-p,15} = 72,5; t_{-p,16} = 77,5; N = 45; m = 16.$

Використовуючи формулу (1.6), отримаємо

$$m_t^* \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i \cdot t_{-p,i} = \frac{1 \cdot 2,5 + 5 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5 + 5 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + 3 \cdot 37,5 + 0 \cdot 42,5 + 1 \cdot 47,5 + 0 \cdot 52,5 + 0 \cdot 57,5 + 3 \cdot 62,5 + 3 \cdot 67,5 + 3 \cdot 72,5 + 1 \cdot 77,5}{45} = \frac{1427,5}{45} = 31,72 \text{ год.}$$

1.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 1.7. На випробування поставлено N однотипних виробів. За 4000 год. відмовило 50 виробів. За інтервал часу 4000 - 4100 год. відмовило ще 20 виробів. Потрібно визначити $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t = 4000$ год. для значення N , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480

Завдання 1.8. На випробування поставлено N однотипних виробів. За 4000 год. відмовило 50 виробів. Потрібно визначити $p^*(t)$ і $q^*(t)$ при $t = 4000$ год. для значення N , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480

Завдання 1.9. Протягом 1000 год. з N гіроскопів відмовило 2. За інтервал часу 1000 - 1100 год. відмовив ще один гіроскоп. Потрібно визначити $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t = 1000$ год. для значення N , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480

Завдання 1.10. На випробування поставлено N однотипних електронних ламп. За перші 3000 год. відмовило 80 ламп. За інтервал часу 3000 - 4000 год. відмовило ще 50 ламп. Потрібно визначити $p^*(t)$ і $q^*(t)$ при $t = 4000$ год. для значення N , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N	300	320	340	360	380	400	420	440	460	480

Завдання 1.11. На випробування поставлено N виробів. За час $t = 1300$ год. вийшло з ладу 288 штук виробів. За наступний інтервал часу 1300-1400 год. вийшло з ладу ще 13 виробів. Необхідно обчислити $p^*(t)$ при $t = 1300$ час. і $t = 1400$ год.; $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t = 1300$ год. для значення N , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	1100	1120	1140	1160	1180	1200	1220	1240	1260	1280
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N	1300	1320	1340	1360	1380	1400	1420	1440	1460	1480

Завдання 1.12. На випробування поставлено N виробів. За час $t = 60$ год. вийшло з ладу 35 штук виробів. За наступний інтервал часу 60-65 год. вийшло з ладу ще 3 вироби. Необхідно обчислити $p^*(t)$ при $t = 60$ час. і $t = 65$ год.; $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t = 60$ год. для значення N , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88

Завдання 1.13. В результаті спостереження за N зразками радіоелектронного обладнання, які пройшли попередню 80-годинну приробітку, отримані дані до першої відмови всіх зразків, зведені в табл.1.2.

Таблиця 1.2

Δt_i , год.	N_i	Δt_i , год.	n_i	Δt_i , год.	n_i
0-10	19	30-40	3	60-70	1
10-20	13	40-50	0	–	–
20-30	8	50-60	1	–	–

Необхідно визначити m_t^* для значення N , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88

Завдання 1.14. На випробування поставлено 8 однотипних виробів. Отримані наступні значення t_i (t_i - час безвідмовної роботи i -го виробу):

$t_1 = 560$ год.; $t_2 = 700$ год.; $t_3 = 800$ год.; $t_4 = 650$ год.; $t_5 = 580$ год.; $t_6 = 760$ год.; $t_7 = 920$ год.; $t_8 = T$ год.. Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу. Необхідно визначити m_t^* для значення T , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T	500	520	540	560	580	600	620	640	660	680
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
T	700	720	740	760	780	800	820	840	860	880

Завдання 1.15. За спостережуваний період експлуатації в апаратурі було зареєстровано 6 відмов. Час відновлення склало: $t_1 = 15$ хв.; $t_2 = 20$ хв.; $t_3 = 10$ хв.; $t_4 = 28$ хв.; $t_5 = 22$ хв.; $t_6 = T$ хв. Потрібно визначити середній час відновлення апаратури $m_{t\%}^*$ для значення T , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T	20	22	24	26	28	30	21	23	25	27
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
T	29	32	31	34	33	36	35	38	37	39

Завдання 1.16. На випробування поставлено N виробів. За час $t = 11000$ год. вийшло з ладу 410 виробів. Зв наступний інтервал часу 11000-12000 годину. вийшло з ладу ще 40 виробів. Необхідно обчислити $p^*(t)$ при $t = 11000$ год. і $t = 12000$ год., а також $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t = 11000$ год. для значення N , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>N</i>	500	520	540	560	580	600	620	640	660	680
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<i>N</i>	700	720	740	760	780	800	820	840	860	880

2 АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ВИРОБУ

2.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Випишемо формули, за якими визначаються кількісні характеристики надійності виробу

$$p(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t) dt\right) = 1 - \int_0^t f(t) dt; \quad (2.1)$$

$$q(t) = 1 - p(t); \quad (2.2)$$

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt}; \quad (2.3)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)}; \quad (2.4)$$

$$m_t = \int_0^\infty p(t) dt, \quad (2.5)$$

де $p(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи виробу на інтервалі часу від 0 до t ; $q(t)$ - ймовірність відмови виробу на інтервалі часу від 0 до t ; $f(t)$ - частота відмов виробу або щільність ймовірності часу безвідмовної роботи виробу T ; $\lambda(t)$ - інтенсивність відмов виробу; m_t - середній час безвідмовної роботи виробу.

Формули (2.1) - (2.5) для експоненціального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу візьмуть вид

$$p(t) = e^{-\lambda t}; \quad (2.6)$$

$$q(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad (2.7)$$

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}; \quad (2.8)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda; \quad (2.9)$$

$$m_t = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.10)$$

Формули (2.1) - (2.5) для нормального закону розподілу часу безвідмовної роботи виробу візьмуть вид

$$p(t) = 0,5 - \Phi(U); U = \frac{t - m_t}{\sigma_t}; \quad (2.11)$$

$$q(t) = 0,5 + \Phi(U); \Phi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^U e^{-\frac{U^2}{2}} dU; \quad (2.12)$$

$$f(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma_t}; \varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{U^2}{2}}; \quad (2.13)$$

$$\lambda(t) = \frac{\varphi(U)}{\sigma(t)} \cdot \frac{1}{0,5 - \Phi(U)}, \quad (2.14)$$

де $\Phi(U)$ - функція Лапласа, що має властивості

$$\Phi(0) = 0; \quad (2.15)$$

$$\Phi(-U) = -\Phi(U); \quad (2.16)$$

$$\Phi(\infty) = 0.5. \quad (2.17)$$

Значення функції Лапласа наведені в довідниках з математики

Значення функції $\Phi(U)$ наведені в довідниках з математики.

Тут m_t - середнє значення випадкової величини T ; σ_t^2 - дисперсія випадкової величини T ; T - час безвідмовної роботи виробу.

Формули (2.1) - (2.5) для закону розподілу Вейбулла часу безвідмовної роботи виробу мають вигляд

$$p(t) = e^{-at^k}; \quad (2.18)$$

$$q(t) = 1 - e^{-at^k}; \quad (2.19)$$

$$f(t) = akt^{k-1} \cdot p(t); \quad (2.20)$$

$$\lambda(t) = akt^{k-1}; \quad (2.21)$$

$$m(t) = \frac{\frac{1}{k} \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{a^{\frac{1}{k}}}, \quad (2.22)$$

де a, k - параметри закону розподілу Вейбулла. $\Gamma(x)$ - гамма-функція, значення якої наведено в довідниках з математики.

Формули (2.1) - (2.5) для закону розподілу Релея часу безвідмовної роботи виробу мають вигляд

$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right); \quad (2.23)$$

$$q(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right); \quad (2.24)$$

$$f(t) = \frac{t}{\sigma_t^2} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right); \quad (2.25)$$

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_t^2}; \quad (2.26)$$

$$m(t) = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad (2.27)$$

де σ_t - мода розподілу випадкової величини T ; T - час безвідмовної роботи виробу.

2.2РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ.

Завдання 2.1. Час роботи елемента до відмови, підпорядкований експоненціальному закону розподілу з параметром $\lambda = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ 1 / год.}$

Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності елемента $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t для $t = 1000$ час.

Рішення. Використовуємо формули (2.6), (2.7), (2.8), (2.10) для $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, m_t .

1. Обчислимо ймовірність безвідмовної роботи:

$$p(t) = e^{-\lambda t} = e^{-2.5 \cdot 10^{-5} t}$$

Використовуючи дані отримаємо

$$p(1000) = e^{-2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = e^{-0.025} = 0.9753$$

2. Обчислимо ймовірність відмови $q(1000)$. маємо

$$q(1000) = 1 - p(1000) = 0.0247.$$

3. Обчислимо частоту відмов

$$f(t) = \lambda(t)p(t) = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2.5 \cdot 10^{-5} \cdot t}$$

$$f(1000) = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 1000} = 2.5 \cdot 10^{-5} \cdot 0.9753 = 2.439 \cdot 10^{-5} \text{ 1/год.}$$

4. Обчислимо середній час безвідмовної роботи

$$m_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{2.5 \cdot 10^{-5}} = 40000 \text{ год.}$$

Завдання 2. 2. Час роботи елемента до відмови підпорядковане нормальному закону з параметрами $m_t = 8000 \text{ год.}$, $\sigma_t = 2000 \text{ год.}$ Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t для $t = 10000 \text{ год.}$

Рішення. Скористаємося формулами (2.11), (2.12), (2.13), (2.14) для $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

1. Обчислимо ймовірність безвідмовної роботи

$$p(t) = 0.5 - \Phi(U); U = (t - m_t) / \sigma_t;$$

$$U = (10000 - 8000) / 2000 = 1; \Phi(1) = 0.3413;$$

$$p(10000) = 0.5 - 0.3413 = 0.1587.$$

2. Визначимо частоту відмови $f(t)$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_t} \cdot \exp\left[-\frac{(t - m_t)^2}{2\sigma_t^2}\right].$$

введемо позначення

$$\varphi(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{U^2}{2}}; \varphi(-U) = \varphi(U) .$$

тоді

$$f(t) = \varphi(U) / \sigma_t; U = (t - m_t) / \sigma_t;$$

$$f(10000) = \varphi(1) / 2000 = 0.242 / 2000 = 12.1 \cdot 10^{-5} \text{ 1 / год.}$$

3. Розрахуємо інтенсивність відмов $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = f(t) / p(t);$$

$$\lambda(10000) = f(10000) / p(10000) = 12.1 \cdot 10^{-5} / 0.1587 = 76.4 \cdot 10^{-5} \text{ 1 / год.}$$

4. Середній час безвідмовної роботи елемента

$$m_t = 8000 \text{ год.}$$

Завдання 2.3. Час роботи виробу до відмови підкоряється закону розподілу Релея. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності виробу $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t для $t = 1000$ час, якщо параметр розподілу $\sigma_t = 1000$ год.

Рішення. Скористаємося формулами (2.23), (2.25), (2.27), (2.26) для $p(t)$, $f(t)$, m_t , $\lambda(t)$.

1. Обчислимо ймовірність безвідмовної роботи $p(t)$

$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right);$$

$$p(1000) = \exp\left(-\frac{1000^2}{2 \cdot 1000^2}\right) = e^{-0.5} = 0.606.$$

2. Визначимо частоту відмови $f(t)$

$$f(t) = t \cdot p(t) / \sigma_t^2;$$

$$f(1000) = 1000 \cdot 0.606 / 1000^2 = 0.606 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

3. Розрахуємо інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = t / \sigma_t^2;$$

$$\lambda(1000) = 1000 / 1000^2 = 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

4. Визначимо середній час безвідмовної роботи виробу

$$m_t = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 1000 \cdot 1.253 = 1253 \text{ год.}$$

Завдання 2.4. Час безвідмовної роботи виробу підпорядковується закону Вейбулла з параметрами $k = 1.5$; $a = 10^{-4} \text{ 1 / год}$, а час роботи виробу $t = 100$ год. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності виробу $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

Рішення.

1. Визначимо ймовірність безвідмовної роботи $p(t)$ за формулою (2.18). маємо

$$p(t) = \exp(-at^k); p(100) = \exp(-10^{-4} \cdot 100^{1.5}); x = 100^{1.5};$$

$$\lg x = 1.5 \cdot \lg 100 = 3; x = 1000; p(100) = e^{-0.1} = 0.9048.$$

2. Визначимо частоту відмов $f(t)$

$$f(t) = akt^{k-1} p(t);$$

$$f(100) = 10^{-4} \cdot 1.5 \cdot 1000 \cdot 0.9048 \approx 1.35 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

3. Визначимо інтенсивність відмов $\lambda(t)$

$$\lambda(t) = f(t) / p(t);$$

$$\lambda(100) = f(100) / p(100) = 1.35 \cdot 10^{-3} / 0.9048 \approx 1.5 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

4. Визначимо середній час безвідмовної роботи виробу m_t

$$m_t = \frac{\frac{1}{k} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{a^{1/k}} = \frac{\frac{1}{1.5} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{1.5}\right)}{(10^{-4})^{1/1.5}} = \frac{0.666 \cdot \Gamma(0.666)}{10^{-2.666}};$$

Так як $z\Gamma(z) = \Gamma(z+1)$, то

$$m_t = \frac{\Gamma(1.666)}{10^{-2.666}};$$

$$x = 10^{-2.666}; \lg x = -2.666 \cdot \lg 10 = -2.666; x = 0.00215.$$

$$m_t = 0.90167 / 0.00215 = 426 \text{ год.}$$

Завдання 2.5. В результаті аналізу даних про відмови апаратури частота відмов отримана у вигляді

$$f(t) = c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

Потрібно визначити кількісні характеристики надійності: $p(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

Рішення.

1. Визначимо ймовірність безвідмовної роботи. На підставі формули (2.1) маємо

$$\begin{aligned} p(t) &= 1 - \int_0^t f(t) dt = 1 - \left[\int_0^t c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt + \int_0^t c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} dt \right] = 1 - \left[-c_1 e^{-\lambda_1 t} \Big|_0^t - c_2 e^{-\lambda_2 t} \Big|_0^t \right] = \\ &= 1 - \left[-c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_1 - c_2 e^{-\lambda_2 t} + c_2 \right] = 1 - (c_1 + c_2) + c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}. \end{aligned}$$

Обчислимо суму $C_1 + C_2$ Так як $\int_0^\infty f(t) dt = 1$, то

$$\int_0^\infty c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} dt + \int_0^\infty c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} dt = c_1 + c_2 = 1.$$

тоді

$$P(t) = c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}.$$

2. Знайдемо залежність інтенсивності відмов від часу по формулі

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)} = \frac{c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}}{c_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 e^{-\lambda_2 t}}$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи апаратури. На підставі формули (2.5) будемо мати

$$m_t = \int_0^\infty p(t) dt = c_1 \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} dt + c_2 \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} dt = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{c_2}{\lambda_2}.$$

2.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ.

Завдання 2.6. Імовірність безвідмовної роботи автоматичної лінії виготовлення циліндрів автомобільного двигуна на протязі t год. дорівнює 0.9. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності. Потрібно розрахувати інтенсивність відмов і частоту відмов лінії для моменту часу t год., а також середній час безвідмовної роботи для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	101	103	105	107	109	111	113	115	117	119

Завдання 2.7. Середній час безвідмовної роботи автоматичної системи управління рівний m_t год. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи протягом 120 год., частоту відмов для моменту часу $t = 120$ год і інтенсивність відмов для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_t	500	520	540	560	580	600	620	640	660	680
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m_t	700	720	740	760	780	800	820	840	860	880

Завдання 2.8. Час роботи виробу підпорядковане нормальному закону з параметрами $m_t = t$ год., $\sigma_t = 1000$ год. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t для $t = 8000$ год. для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	8500	8520	8540	8560	8580	8600	8620	8640	8660	8680
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	8700	8720	8740	8760	8780	8800	8820	8840	8860	8880

Завдання 2.9. Время безвідмовної роботи приладу підпорядковане закону Релея з параметром $\sigma_t = t$ год. Потрібно обчислити $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t = 1000$ год. і середній час безвідмовної роботи приладу для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	1500	1520	1540	1560	1580	1600	1620	1640	1660	1680
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	1700	1720	1740	1760	1780	1800	1820	1840	1860	1880

Завдання 2.10. Час справної роботи швидкохідних шарикопідшипників підпорядковане закону Вейбулла з параметрами $k = 2,6$; $a = 1,65 \cdot 10^{-7}$ 1 / год.

Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t = t$ год. і середній час безвідмовної роботи шарикопідшипників для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	150	152	154	156	158	160	162	164	166	168
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188

Завдання 2.11. Імовірність безвідмовної роботи виробу протягом $t = t$ год. $P(t) = 0,95$. Час справної роботи підпорядкований закону Релея. Потрібно визначити кількісні характеристики надійності $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	1150	1152	1154	1156	1158	1160	1162	1164	1166	1168
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	1170	1172	1174	1176	1178	1180	1182	1184	1186	1188

Завдання 2.12. Середній час справної роботи виробу рівний m_t год. Час справної роботи підпорядкований закону Релея. Необхідно знайти його кількісні характеристики надійності $P(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t = 1000$ год. для значення m_t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_t	1150	1152	1154	1156	1158	1160	1162	1164	1166	1168
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m_t	1170	1172	1174	1176	1178	1180	1182	1184	1186	1188

Завдання 2.13. В результаті аналізу даних про відмови вироби встановлено, що частота відмов має вигляд $f(t) = 2\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})$. Необхідно знайти кількісні характеристики надійності $P(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

Завдання 2.14. В результаті аналізу даних про відмови виробів встановлено, що ймовірність безвідмовної роботи виражається формулою $f(t) = 3e^{-\lambda t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda t}$. Потрібно знайти кількісні характеристики надійності $P(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

Завдання 2.15. Визначити ймовірність безвідмовної роботи і інтенсивність відмов приладу при $t = t$ год. роботи, якщо при випробуваннях отримано значення середнього часу безвідмовної роботи $m_t = 1500$ год. і середнє відхилення $\sigma_t = 100$ год. для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	1150	1152	1154	1156	1158	1160	1162	1164	1166	1168
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	1170	1172	1174	1176	1178	1180	1182	1184	1186	1188

2 АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ВИРОБУ

2.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

З'єднання елементів називається послідовним, якщо відмова хоча б одного елемента призводить до відмови всієї системи. Система послідовно з'єднаних елементів працездатна тоді, коли працездатні всі її елементи.

Імовірність безвідмовної роботи системи за час t визначається формулою

$$P_c(t) = P_1(t) * P_2(t) \dots P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t), \quad (3.1)$$

де $P_i(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи i -го елемента за час t .

Якщо $P_i(t) = P(t)$ то,

$$P_c(t) = P^n(t). \quad (3.2)$$

Висловимо $P_c(t)$ через інтенсивність відмов $\lambda_i(t)$ елементів системи. маємо:

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt\right) \quad (3.3)$$

або

$$P_c(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda_c(t) dt\right), \quad (3.4)$$

де

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t). \quad (3.5)$$

Тут $\lambda_i(t)$ - інтенсивність відмов i -го елемента; $\lambda_c(t)$ - інтенсивність відмов системи.

Імовірність відмови системи на інтервалі часу $(0, t)$ дорівнює

$$q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t). \quad (3.6)$$

Частота відмов системи $f_c(t)$ визначається співвідношенням

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt}. \quad (3.7)$$

Інтенсивність відмов системи

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)}. \quad (3.8)$$

Середній час безвідмовної роботи системи:

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} P_c(t) dt. \quad (3.9)$$

У разі експоненціального закону надійності всіх елементів системи маємо

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const}. \quad (3.10)$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \lambda_c; \quad (3.11)$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda_i t); \quad (3.12)$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}; \quad (3.13)$$

$$f_c(t) = \lambda_c * e^{-\lambda_c t}; \quad (3.14)$$

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_c t}; \quad (3.15)$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}; \quad (3.16)$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_i}, \quad (3.17)$$

де m_{ti} - середній час безвідмовної роботи i -го елемента.

При розрахунку надійності систем часто доводиться множити ймовірності безвідмовної роботи окремих елементів розрахунку, зводити їх до рівня і витягувати коріння. При значеннях $P(t)$, близьких до одиниці, ці обчислення можна з достатньою для практики точністю виконувати за наступними наближеними формулами:

$$\left. \begin{aligned} P_1(t)P_2(t)...P_n(t) &\approx 1 - \sum_{i=1}^n q_i(t), \\ P_i^n(t) &= 1 - Nq_i(t), \\ \sqrt[n]{P_i(t)} &= 1 - q_i(t)/n, \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

де $q_i(t)$ - ймовірність відмови i -го елемента.

2.2 РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ.

Завдання 3.1. Система складається з трьох пристроїв. Інтенсивність відмов електронного пристрою дорівнює $\lambda_1 = 0,16 * 10^{-3} \text{ 1 / год.} = \text{const}$. Інтенсивності відмов

двох електромеханічних пристроїв лінійно залежать від часу і визначаються наступними формулами $\lambda_2 = 0,23 * 10^{-4} \text{ 1 / год.}$, $\lambda_3 = 0,06 * 10^{-6} t^{2,6} \text{ 1 / год.}$

Необхідно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи виробу протягом 100 год.

Рішення. На підставі формули (3.3) маємо

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt\right) = \exp\left\{-\left[\int_0^t \lambda_1 dt + \int_0^t \lambda_2 dt + \int_0^t \lambda_3 dt\right]\right\} =$$

$$= \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0,23 * 10^{-4} \frac{t^2}{2} + 0,06 * 10^{-6} * \frac{t^{3,6}}{3,6}\right)\right].$$

Для $t = 100$ год.

$$P_c(100) = \exp\left[-\left(0,16 * 10^{-3} * 100 + 0,23 * 10^{-4} * \frac{100^2}{2} + 0,06 * 10^{-6} * \frac{100^{3,6}}{3,6}\right)\right] \approx 0,33.$$

Завдання 3.2. Система складається з трьох блоків, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює: $m_{t1} = 160$ год.; $m_{t2} = 320$ год.; $m_{t3} = 600$ год.

Для блоків справедливий експоненціальний закон надійності. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи системи.

Рішення. Скориставшись формулою (3.17) отримаємо

$$\lambda_1 = \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{160}; \lambda_2 = \frac{1}{m_{t2}} = \frac{1}{320}; \lambda_3 = \frac{1}{m_{t3}} = \frac{1}{600}.$$

Тут λ_i - інтенсивність відмов i -го блоку. На підставі формули (3.11) маємо

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} \approx 0,011 \text{ 1 / год.}$$

Тут λ_c - інтенсивність відмов системи.

На підставі формули (3.16) отримаємо:

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,011} \approx 91 \text{ год.}$$

Завдання 3.3. Система складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{cp} = 0,32 * 10^{-6} \text{ 1 / год.}$ Потрібно визначити $P_c(t)$, $q_c(t)$, $f_c(t)$, m_{tc} , для $t = 50$ год.

Тут $P_c(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t ; $q_c(t)$ - ймовірність відмови системи протягом часу t ; $f_c(t)$ - частота відмов або щільність ймовірності часу T безвідмовної роботи системи; m_{tc} - середній час безвідмовної роботи системи.

Рішення. Інтенсивність відмов системи за формулою (3.11) буде

$$\lambda_c = \lambda_{cp} * n = 0,32 * 10^{-6} * 12600 = 4,032 * 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

З (3.13) маємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}; P_c(50) = e^{-4,032 * 0,001 * 50} \approx 0,82.$$

З (3.15) отримаємо

$$q_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t} = \lambda_c P_c(t); q_c(50) = 1 - P_c(50) \approx 0,18.$$

З (3.14) маємо

$$f_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t} = \lambda_c P_c(t); f_c(50) = 4,032 * 10^{-3} * 0,82 = 3,28 * 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

З (3.16) отримаємо

$$m_{tc} = 1 / \lambda_c = 1 / 4,032 * 10^{-3} \approx 250 \text{ год.}$$

Завдання 3.4. Система складається з двох пристроїв. Ймовірності безвідмовної роботи кожного з них протягом часу $t = 100$ год. рівні: $P_1(100) = 0,95$; $P_2(100) = 0,97$. Справедливий експонентний закон надійності. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

Рішення. Знайдемо ймовірність безвідмовної роботи виробу:

$$P_c(100) = P_1(100) * P_2(100) = 0,95 * 0,97 = 0,92.$$

Знайдемо інтенсивність відмов виробу, скориставшись формулою

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}$$

або

$$P_c(100) = 0,92 = e^{-\lambda_c \cdot 100}.$$

$$\lambda_c * 100 \approx 0,083 \text{ або } \lambda_c = 0,83 * 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

тоді

$$m_{tc} = 1 / \lambda_c = 1 / (0,83 * 10^{-3}) = 1200 \text{ год.}$$

Завдання 3.5. Ймовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом часу t рівна $P(t) = 0,9997$. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи, що складається з $n = 100$ таких же елементів.

Рішення. Ймовірність безвідмовної роботи системи рівна

$$P_c(t) = P_n(t) = (0,9997)^{100}.$$

Ймовірність $P_c(t)$ близька до одиниці, тому для її обчислення скористаємося формулою (3.18). У нашому випадку $q(t) = 1 - P(t) = 1 - 0,9997 = 0,0003$. Тоді

$$P_c(t) \approx 1 - nq(t) = 1 - 100 * 0,0003 = 0,97.$$

Завдання 3.6. Ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t дорівнює $P_c(t) = 0,95$. Система складається з $n = 120$ елементів із рівною надійністю. Необхідно знайти ймовірність безвідмовної роботи елемента.

Рішення. Очевидно, що ймовірність безвідмовної роботи елемента буде $P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)}$.

Так як $P(t)$ близька до одиниці, то обчислення $P(t)$ зручно виконати за формулою (3.18).

У нашому випадку $q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - 0,95 = 0,05$.

тоді

$$P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)} \approx 1 - \frac{q_c(t)}{n} = 1 - \frac{0,05}{120} \approx 0,9996.$$

Завдання 3.7. Система складається з 12600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{cp} = 0,32 * 10^{-6}$ 1 / год. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи протягом $t = 50$ год.

Рішення. Інтенсивність відмов системи за формулою (3.11) буде

$$\lambda_c = \lambda_{cp} * n = 0,32 * 10^{-6} * 12600 = 4,032 * 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

Тоді на підставі (3.13)

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t}$$

або

$$P_c(50) = e^{-4,032 * 0,001 * 50} \approx 0,82.$$

2.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 3.8. Апаратура зв'язку складається з 2000 року елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}} = 0,33 * 10^{-5}$ 1 / год.

Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи апаратури протягом $t = t$ год. і середній час безвідмовної роботи апаратури . для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	150	152	154	156	158	160	162	164	166	168
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	170	172	174	176	178	180	182	184	186	188

Завдання 3.9. Невідновлювана в процесі роботи електронна машина складається з 200000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda = 0,2 * 10^{-6}$ 1 / год. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи електронної машини протягом $t = t$ год. і середній час безвідмовної роботи електронної машини для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34

Завдання 3.10. Система управління складається з 6000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср.}} = 0,16 * 10^{-6}$ 1 / год. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи протягом $t = t$ год. і середній час безвідмовної роботи для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Завдання 3.11. Прилад складається з $n = 5$ вузлів. Надійність вузлів характеризується ймовірністю безвідмовної роботи протягом часу t , яка дорівнює: $P_1(t) = 0,98$; $P_2(t) = 0,99$; $P_3(t) = 0,998$; $P_4(t) = 0,975$; $P_5(t) = 0,985$. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи приладу.

Завдання 3.12. Система складається з п'яти приладів, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює: $m_{t1} = 83$ год.; $m_{t2} = 220$ год.; $m_{t3} = 280$ год.; $m_{t4} = 400$ год.; $m_{t5} = t$ год. Для приладів справедливий експонентний закон надійності. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи системи для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	400	410	420	430	440	450	460	470	480	490
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	500	510	520	530	540	550	560	570	580	590

Завдання 3.13. Прилад складається з п'яти блоків. Імовірність безвідмовної роботи кожного блоку протягом часу $t = t$ год. дорівнює: $P_1(t) = 0,98$; $P_2(t) = 0,99$; $P_3(t) = 0,998$; $P_4(t) = 0,975$; $P_5(t) = 0,985$. Справедливий експонентний закон надійності. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи приладу для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

4 РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ З ПОСТІЙНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

4.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

При постійному резервуванні резервні елементи 1,2 з'єднані паралельно з основним (робочим) елементом протягом всього періоду роботи системи. Всі елементи з'єднані постійно, перебудова схеми при відмовах не відбувається, елемент, що відмовив, не відключається (рисунок 4.1.).

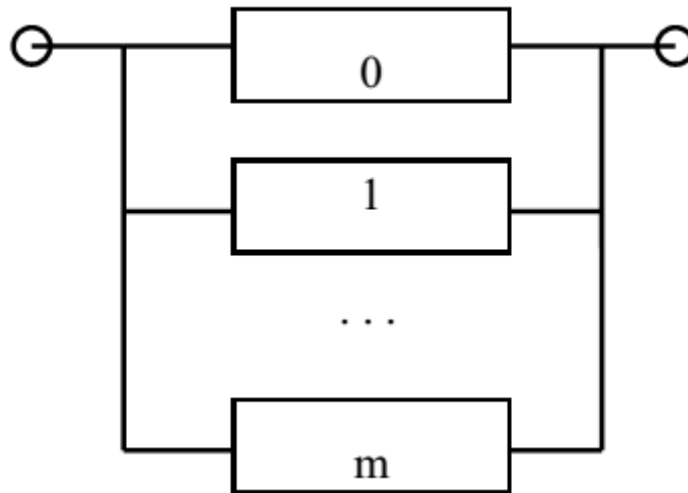


Рисунок 4.1 - Структурна схема системи з постійним резервуванням

Імовірність відмови системи $q_c(t)$ визначається формулою

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^m q_j(t), \quad (4.1)$$

де $q_j(t)$ - ймовірність відмови j - го елемента.

Імовірність безвідмовної роботи системи

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^m [1 - P_j(t)], \quad (4.2)$$

де $P_j(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи j - го елемента

Якщо $P_j(t) = P(t)$, $j = 0, 1, \dots, m$, то

$$\left. \begin{aligned} q_c(t) &= q^{m+1}(t); \\ P_c(t) &= 1 - [1 - P(t)]^{m+1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

При експоненціальному законі надійності окремих елементів маємо

$$\left. \begin{aligned} P_j(t) &= P(t) = e^{-\lambda t}; \\ q_c(t) &= (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}; \\ P_c(t) &= 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}; \\ m_{tc} &= \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1+i}. \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Резервування називається загальним, якщо резервується вся система, що складається з послідовного з'єднання n елементів. Схема загального резервування показана на рисунку 4.2. Основне коло містить n елементів. Число резервних кіл рівно m , тобто кратність резервування дорівнює m .

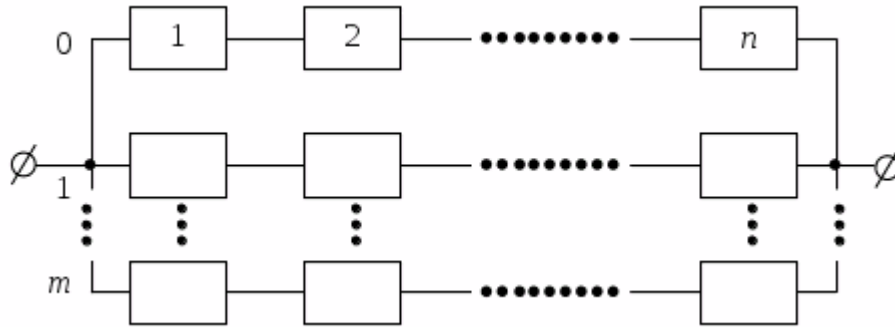


Рисунок 4.2 - Загальне резервування з постійно включеним резервом

Визначимо кількісні характеристики надійності системи з загальним резервуванням (резервні кола включені постійно).

Запишемо ймовірність безвідмовної роботи j -го кола

$$P_j(t) = \prod_{i=1}^n P_{ij}(t); j = 0, 1, \dots, m, \quad (4.5)$$

де $P_{ij}(t)$, $j = 0, 1, 2, \dots, m$; $i = 1, 2, 3, \dots, n$ - ймовірність безвідмовної роботи елемента E_{ij} .

Ймовірність відмови j -го кола

$$q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n P_{ij}(t). \quad (4.6)$$

Ймовірність відмови системи з загальним резервуванням

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^m \left[1 - \prod_{i=1}^n P_{ij}(t) \right]. \quad (4.7)$$

Ймовірність безвідмовної роботи системи з загальним резервуванням

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^m \left[1 - \prod_{i=1}^n P_{ij}(t) \right]. \quad (4.8)$$

Окремий випадок: основне та резервні кола мають однакову надійність, тобто

$$P_{ij}(t) = P_i(t). \quad (4.9)$$

тоді

$$q_c(t) = \left[1 - \prod_{i=1}^n P_i(t) \right]^{m+1}; \quad (4.10)$$

$$p_c(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^n p_i(t) \right]^{m+1}. \quad (4.11)$$

Розглянемо експонентний закон надійності, тобто

$$P_i(t) = e^{-\lambda_i t}. \quad (4.12)$$

В цьому випадку формули (4.10), (4.11) приймуть вид

$$q_c(t) = (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}, \quad (4.13)$$

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}, \quad (4.14)$$

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \quad (4.15)$$

де λ_0 - інтенсивність відмов кола, що складається з n елементів.

Частота відмов системи з загальним резервуванням

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = \lambda_0 \cdot (m+1) e^{-\lambda_0 t} \cdot (1 - e^{-\lambda_0 t})^m. \quad (4.16)$$

Інтенсивність відмов системи з загальним резервуванням

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0 (m+1) e^{-\lambda_0 t} \cdot (1 - e^{-\lambda_0 t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}. \quad (4.17)$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи

$$m_{tc} = T_0 \sum_{j=0}^m \frac{1}{1+j}, \quad (4.18)$$

де $T_0 = 1 / \lambda_0$, - середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

4.2 РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ.

Завдання 4.1. Система складається з 10 елементів однакової надійності, середній час безвідмовної роботи елемента $m_t = 1000$ год. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів системи і основна і резервна системи мають однакову надійність. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи системи m_{tc} , а також частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ в момент часу $t = 50$ год. в наступних випадках:

- нерезервованої системи,
- дубльованої системи при постійно включеному резерві.

Рішення.

а)

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i,$$

де λ_c - інтенсивність відмов системи; λ_i - інтенсивність відмов i -го елемента; $n = 10$.

$$\lambda_i = 1 / m_{ti} = 1/1000 = 0,001; i = 1, 2, \dots, n; \lambda = \lambda_i;$$

$$\lambda_c = \lambda_n = 0,001 * 10 = 0,01 \text{ 1 / год.};$$

$$m_{tc} = 1 / \lambda_c = 100 \text{ год.};$$

$$f_c(t) = \lambda_c(t) P_c(t);$$

$$\lambda_c(50) = \lambda_c; P_c(t) = e^{-\lambda_c t};$$

$$f_c(50) = \lambda_c e^{-\lambda_c t} = 0,01 * e^{-0,01 * 50} \approx 6 * 10^{-3} \text{ 1 / год.};$$

$$\lambda_c(50) = 0,01 \text{ 1 / год.}$$

б)

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} \sum_{j=0}^m \frac{1}{1+j}; m = 1; m_{tc} = \frac{1}{0,01} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ год.};$$

$$p_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}; \lambda_0 = \lambda_c = 0,01 \text{ 1 / год.};$$

$$p_c = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^2 = 2e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t};$$

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \cdot (1 - e^{-\lambda_0 t});$$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda_0(1 - e^{-\lambda_0 t})}{2 - e^{-\lambda_0 t}};$$

$$f_c(50) \approx 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / год.}; \lambda_c(50) \approx 5,7 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

Завдання 4.2. В системі телеуправління застосовано дублювання каналу управління. Інтенсивність відмов каналу $\lambda = 10^{-2} \text{ 1 / год.}$ Розрахувати ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$ при $t = 10 \text{ год.}$, середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи.

Рішення. В даному випадку $n = 1$; $\lambda_i = \lambda$; $\lambda_0 = n\lambda = \lambda$; $m = 1$. За формулою (4.14) маємо

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2;$$

$$P_c(10) = 1 - (1 - e^{-0,1})^2.$$

З додатку П.7.14 [1] отримаємо

$$e^{-0,1} = 0,9048.$$

тоді

$$P_c(10) = 1 - (1 - 0,9048)^2 = 1 - 0,0952^2 \approx 1 - 0,01 = 0,99.$$

Визначимо m_{tc} . З формули (4.4) маємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{1+i} = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$. отримаємо

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda \cdot e^{-\lambda t} \cdot (1 - e^{-\lambda t}).$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. маємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t} \cdot (1 - e^{-\lambda t})}{e^{-\lambda t} (2 - e^{-\lambda t})} = \frac{2\lambda \cdot (1 - e^{-\lambda t})}{2 - e^{-\lambda t}}.$$

Завдання 4.3. Нерезервована система управління складається з $n = 5000$ елементів. Для підвищення надійності системи передбачається провести загальне дублювання елементів. Щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0,9$ при $t = 10$ год., необхідно розрахувати середню інтенсивність відмов одного елемента при припущенні відсутності післядії відмов.

Рішення. Ймовірність безвідмовної роботи системи при загальному дублюванні і елементів з однаковою надійністю дорівнює

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2$$

або

$$P_c(t) = 1 - [1 - P^n(t)]^2,$$

де

$$P(t) = e^{-\lambda t}.$$

Тут $P(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи одного елемента.

Так як має бути

$$1 - [1 - P^n(t)]^2 \geq 0,9,$$

то

$$P(t) \geq (1 - \sqrt{0,1})^{1/n}.$$

Розклавши $(1 - \sqrt{0,1})^{1/n}$ по ступеню $1/n$ в ряд і нехтуючи членами ряду вищого порядку малості, отримаємо

$$(1 - \sqrt{0,1})^{1/5000} \approx 1 - \frac{1}{5000} \sqrt{0,1} = 1 - 6,32 \cdot 10^{-5}.$$

З огляду на, що $P(t) = \exp(-\lambda t) \approx 1 - \lambda t$, отримаємо

$$1 - \lambda t \geq 1 - 6,32 \cdot 10^{-5}$$

або

$$\lambda \leq (6,32 \cdot 10^{-5})/t = (6,32 \cdot 10^{-5})/10 = 6,32 \cdot 10^{-6} \text{ 1/год.}$$

4.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ.

Завдання 4.4. Приймач складається з трьох блоків: УВЧ, УПЧ і УНЧ. Інтенсивності відмов цих блоків відповідно рівні: $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-4}$ 1 / год.; $\lambda_2 = 2,5 \cdot 10^{-4}$ 1 / год.; $\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-4}$ 1 / год. Потрібно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи приймача при $t = t$ год. для наступних випадків:

а) резерв відсутній; б) є загальне дублювання приймача в цілому для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	160	165	170	175	180	185	190	195	100	105

Завдання 4.5. Для зображеної на рисунку 4.3. логічної схеми системи визначити $P_c(t)$, m_{tc} , $f_c(t)$, $\lambda_c(t)$. Тут резерв навантажений, відмови незалежні.

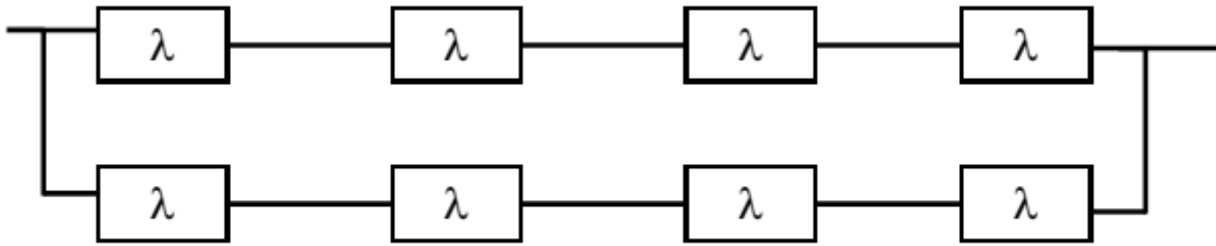


Рисунок 4.3 - Логічна схема системи

Завдання 4.6. У радіопередавачі, що складається з n каскадів з рівною надійністю застосовано загальне постійне дублювання всього радіопередавача. Інтенсивність відмов каскаду дорівнює $\lambda=5 \cdot 10^{-4}$ 1 / год. Визначити $P_c(t)$, m_{tc} , $f_c(t)$, $\lambda_c(t)$ радіопередавача з дублюванням для значення n , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Завдання 4. 7. Для зображеної на рисунку 4.4. логічної схеми системи визначити інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Тут резерв навантажений, відмови незалежні.

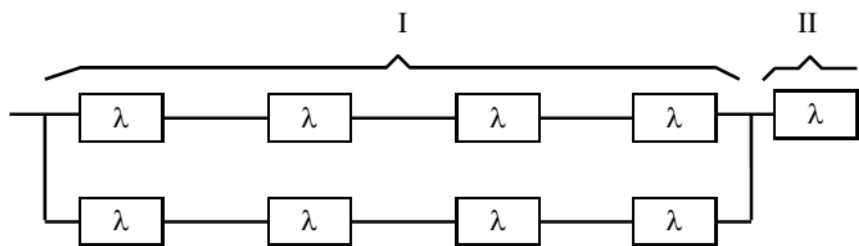


Рисунок 4.4 - Логічна схема системи

Завдання 4.8. Радіoeлектронна апаратура складається з трьох блоків I, II, III. Інтенсивності відмов цих трьох блоків відповідно рівні: λ_1 , λ_2 , λ_3 . Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи апаратури $P_c(t)$ для наступних випадків:

- резерв відсутній;
- є дублювання радіoeлектронної апаратури в цілому.

Завдання 4.9. Схема розрахунку надійності виробу показана на рисунку 4.5.

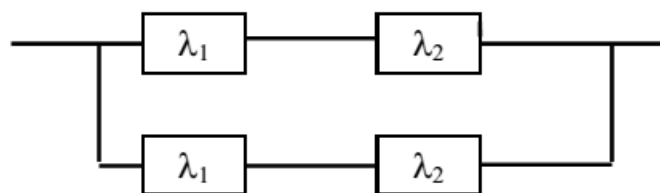


Рисунок 4.5 - Схема розрахунку надійності

Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів виробу. Інтенсивності відмов елементів мають значення: $\lambda_1 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ 1 / год.; $\lambda_2 = 0,7 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи виробу протягом часу $t = t$ год., середній час безвідмовної роботи виробу, частоту відмов та інтенсивність відмов в момент часу $t = t$ год. для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290

Завдання 4.10. У телевізійному каналі зв'язку, що складається з приймача і передавача, застосовано загальне дублювання. Передавач і приймач мають інтенсивності відмов $\lambda_n = 2 \cdot 10^{-3}$ 1 / год., $\lambda_{np} = 1 \cdot 10^{-3}$ 1 / год., відповідно. Схема каналу представлена на рисунку 4.6.

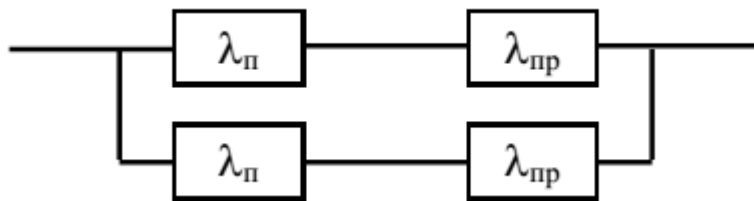


Рисунок 4.6 - Схема телевізійного каналу зв'язку

Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи каналу $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

Завдання 4.11. Схема розрахунку надійності виробу приведена на рисунку 4.7. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів виробу. Потрібно визначити інтенсивність відмов виробу, якщо інтенсивності відмов елементів мають значення λ_1, λ_2 .

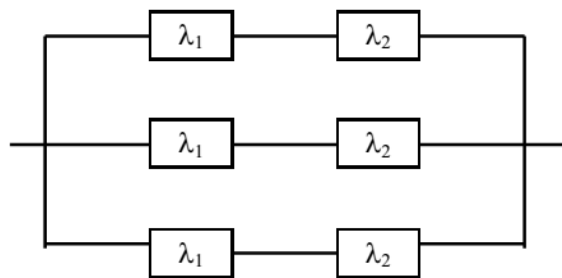


Рисунок 4.7 - Схема розрахунку надійності виробу

Завдання 4.12. Нерезервованої система управління складається з $n = 4000$ елементів. Відома необхідна ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0,9$ при $t = t$ год. Необхідно розрахувати допустиму середню інтенсивність відмов одного елемента, вважаючи елементи з рівною надійністю, для того щоб приблизно оцінити досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи при відсутності профілактичних оглядів в наступних випадках: а) резервування відсутнє; б) застосовано загальне дублювання для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290

Завдання 4.13. Пристрій обробки складається з трьох однакових блоків. Імовірність безвідмовної роботи пристрої $P_y(t_i)$ протягом $(0, t_i)$ повинна бути не менше 0,9. Визначити, яка повинна бути ймовірність безвідмовної роботи кожного блоку протягом $(0, t_i)$ для випадків: а) резерв відсутній; б) є пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням всього пристрою в цілому; в) є пасивне роздільне резервування з незмінним навантаженням по блоках.

Завдання 4.14. Обчислювач складається з двох блоків, з'єднаних послідовно і характеризуються відповідно відмовами з інтенсивністю $\lambda_1=120,54 \cdot 10^{-6}$ 1 / год. і $\lambda_2=185,66 \cdot 10^{-6}$ 1 / год. Виконано пасивне загальне резервування з незмінним навантаженням всієї системи (блоків 1 і 2) (см. рис. 4.7). Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ обчислювача, середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ обчислювача. Визначити $P_c(t)$ при $t = t$ год. для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290

5 РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАМІЩЕННЯМ В РЕЖИМІ ПОЛЕГШЕНОГО (ТЕПЛОГО) РЕЗЕРВУ І В РЕЖИМІ НЕНАВАНТАЖЕНОГО (ХОЛОДНОГО) РЕЗЕРВУ

5.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

В цьому випадку резервні елементи знаходяться в полегшеному режимі до моменту їх включення в роботу. Надійність резервного елемента в цьому випадку вище надійності основного елемента, так як резервні елементи знаходяться в режимі недовантаження до моменту їх включення в роботу.

Імовірність відмови резервованої системи з полегшеним резервуванням визначається співвідношенням

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t} \left[1 + \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i \right], \quad (5.1)$$

де

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right). \quad (5.2)$$

Тут λ_1 - інтенсивність відмови резервного елемента в режимі недовантаження до моменту включення його в роботу; λ_0 - інтенсивність відмови резервного елемента в стані роботи; m - кратність резервування або кількість резервних елементів. Імовірність безвідмовної роботи системи з полегшеним резервуванням визначається формулою

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \left[1 + \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i \right]. \quad (5.3)$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи системи з полегшеним резервуванням. маємо

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1 + ik}, \quad (5.4)$$

де

$$k = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}. \quad (5.5)$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$ системи з полегшеним резервуванням. маємо

$$f_c(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \left[1 + \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{(i-1)!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^{i-1} \right]. \quad (5.6).$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи з полегшеним резервуванням. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \lambda_0 \left[1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \frac{\sum_{i=1}^m \frac{a_i}{(i-1)!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^{i-1}}{1 + \sum_{i=1}^m \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i} \right]. \quad (5.7)$$

При $\lambda_1 = 0$ маємо режим ненавантаженого (холодного) резерву. Імовірність відмови резервованої системи з ненавантаженим резервуванням визначається співвідношенням

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \quad (5.8)$$

Імовірність безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом визначається формулою

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}. \quad (5.9)$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи системи з ненавантаженим резервом. Маємо

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} p_c(t) dt = \frac{m+1}{\lambda_0}. \quad (5.10)$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$ системи з ненавантаженим резервом. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = \frac{\lambda_0^{m+1}}{m!} t^m e^{-\lambda_0 t}. \quad (5.11)$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи з ненавантаженим резервом.

Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0^{m+1} t^m}{m! \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}. \quad (5.12)$$

5.2 РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 5.1. Система складається з 10 елементів з рівною надійністю, середній час безвідмовної роботи елемента $m_t = 1000$ год. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів системи і основна і резервна системи володіють однаковою надійністю. Необхідно знайти ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи системи m_{tc} , а також частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ в момент часу $t = 50$ год. в наступних випадках:

- нерезервованої системи,
- дубльованої системи при включенні резерву за способом заміщення (ненавантажений резерв).

Рішення:

$$a) \lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i,$$

де λ_c - інтенсивність відмов системи, λ_i - інтенсивність відмов i -го елемента; $n = 10$,

$$\lambda_i = \frac{1}{m_{ii}} = \frac{1}{1000} = 0.001; i = \overline{1, n}; \lambda = \lambda_i,$$

$$\lambda_c = \lambda n = 0.001 \cdot 10 = 0.01 \text{ 1 / год.},$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = 100 \text{ год.}; p_c(t) = e^{-\lambda_c t};$$

$$f_c(t) = \lambda_c(t) * p_c(t); \lambda_c(50) = \lambda_c;$$

$$f_c(50) = \lambda_c e^{-\lambda_c t} = 0.01 * e^{-0.01 * 50} \approx 6 * 10^{-3} \text{ 1 / год.};$$

$$\lambda_c(50) = 0.01 \text{ 1 / год.}$$

$$б) m_{tc} = \frac{m+1}{\lambda_c}; m = 1;$$

$$m_{tc} = \frac{2}{0.01} = 200 \text{ год.}$$

Визначаємо $P_c(t)$ за формулою

$$p_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t} (1 + \lambda_0 t).$$

Так як $\lambda_0 = \lambda_c$, то

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t} (1 + \lambda_c t).$$

Визначаємо $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = -[-\lambda_c e^{-\lambda_c t} (1 + \lambda_c t) + \lambda_c e^{-\lambda_c t}] = \lambda_c^2 t e^{-\lambda_c t}.$$

Визначаємо $\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_c^2 t e^{-\lambda_c t}}{e^{-\lambda_c t} (1 + \lambda_c t)} = \frac{\lambda_c^2 t}{1 + \lambda_c t}.$$

Визначаємо $P_c(50)$, $f_c(50)$, $\lambda_c(50)$. Маємо

$$p_c(50) = e^{-0.01 * 50} (1 + 0.01 * 50) = e^{-0.5} * 1.5 = 0.6065 * 1.5 \approx 0.91,$$

$$f_c(50) = 0.01^2 * 50 * e^{-0.01 * 50} = 0.01 * 0.5 * e^{-0.5} \approx 3 * 10^{-3} \text{ 1 / год.}$$

$$\lambda_c(50) = \frac{f_c(50)}{p_c(50)} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0.91} \approx 3.3 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год.}$$

Завдання 5.2. Радіопередавач має інтенсивність відмов $\lambda_0 = 0.4 * 10^{-3} \text{ 1/год.}$ Його дублює такий же передавач, що знаходиться до відмови основного передавача в режимі очікування (в режимі полегшеного резерву). В цьому режимі інтенсивність відмов передавача $\lambda_1 = 0.06 * 10^{-3} \text{ 1 / год.}$ Потрібно обчислити вірогідність безвідмовної роботи передавальної системи протягом часу $t = 100 \text{ год.}$, А також середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

Рішення. В даному випадку кратність резервування $m = 1$. Використовуючи формулу (5.3), отримаємо

$$p_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \left[1 + \sum_{i=1}^1 \frac{a_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i \right] = e^{-\lambda_0 t} [1 + a_1 (1 - e^{-\lambda_1 t})];$$

$$a_i = \prod_{j=0}^{i-1} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right); a_1 = \prod_{j=0}^0 \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right) = \frac{\lambda_0}{\lambda_1}.$$

тоді

$$p_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right). \quad (5.13)$$

З (5.13) маємо

$$p_c(100) = e^{-0.4 \cdot 10^{-3} \cdot 100} \left(1 + \frac{0.4 \cdot 10^{-3}}{0.06 \cdot 10^{-3}} - \frac{0.4 \cdot 10^{-3}}{0.06 \cdot 10^{-3}} e^{-0.06 \cdot 10^{-3} \cdot 100} \right) = e^{-0.04} \left(1 + \frac{40}{6} - \frac{40}{6} e^{-0.006} \right) \approx 0.96 [1 + 6.67 - 6.67(1 - 0.006)] \approx 0.998.$$

Визначимо m_{tc} за формулою (5.4.). отримаємо

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{1 + i \frac{\lambda_1}{\lambda_0}} = \frac{1}{\lambda_0} \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}} \right) = \frac{1}{\lambda_0} \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} \right) = \frac{1}{0.4 \cdot 10^{-3}} \left(1 + \frac{0.4 \cdot 10^{-3}}{0.46 \cdot 10^{-3}} \right) = 4668 \text{ год.}$$

Визначимо $f_c(t)$. Маємо

$$\begin{aligned} f_c(t) &= -\frac{dp_c(t)}{dt} = - \left[-\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \left(1 + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right) + e^{-\lambda_0 t} \lambda_0 e^{-\lambda_1 t} \right] = \\ &= \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \left[1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_0} - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_1 t} \right] = \lambda_0 \frac{\lambda_1 + \lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_1 t}). \end{aligned}$$

Перепишемо (5.13) у вигляді

$$p_c(t) = \frac{\lambda_1 + \lambda_0}{\lambda_1} e^{-\lambda_0 t} \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \right).$$

Визначимо $\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0 (1 - e^{-\lambda_1 t})}{1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1 + \lambda_0} e^{-\lambda_1 t}}.$$

Завдання 5.3. Імовірність безвідмовної роботи перетворювача постійного струму в змінний протягом часу $t = 1000$ год. дорівнює 0,95, т. е. $P(1000) = 0,95$. Для підвищення надійності системи електропостачання на об'єкті є такий же перетворювач, який включається в роботу при відмові першого (режим ненавантаженого резерву). Потрібно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи і середній час безвідмовної роботи системи, що складається з двох перетворювачів, а також визначити частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи.

Рішення. В даному випадку кратність резервування $m = 1$. Використовуючи формулу (5.9), отримаємо

$$p_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t} (1 + \lambda_0 t). \quad (5.14)$$

Так як для окремого перетворювача має місце експонентний закон надійності, то

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t}, \quad (5.15)$$

де $P(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи перетворювача; λ_0 - інтенсивність відмов перетворювача в стані роботи.

З (5.15) маємо

$$P(1000) = e^{-1000\lambda_0} = 0,95.$$

З додатку П.7.14 [1] отримаємо

$$\lambda_0 * 1000 = 0,051,$$

звідки

$$\lambda_0 = 0,051 / 1000 \approx 0,5 * 10^{-4} \text{ 1 / год}.$$

Тоді з (5.14) маємо

$$P_c(1000) = 0,95 (1 + 0,05) = 0,9975.$$

Визначимо m_{tc} за формулою (5.10). отримаємо

$$m_{tc} = (m + 1) / \lambda_0 = 2 / \lambda_0 = 2 / (0,5 * 10^{-4}) = 40000 \text{ год}.$$

Відзначимо, що середній час безвідмовної роботи нерезервованого перетворювача рівний

$$m_{tc} = 1 / \lambda_0 = 20000 \text{ год}.$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$ за формулою (5.11). маємо

Визначимо $\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\lambda_0^2 t \cdot e^{-\lambda_0 t}}{e^{-\lambda_0 t} (1 + \lambda_0 t)} = \frac{\lambda_0^2 t}{1 + \lambda_0 t}.$$

5.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 5.4. Система складається з двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував дублювання системи за способом заміщення з ненавантаженим станом резерву (рисунок 5.1). Інтенсивність відмов елемента дорівнює λ . Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

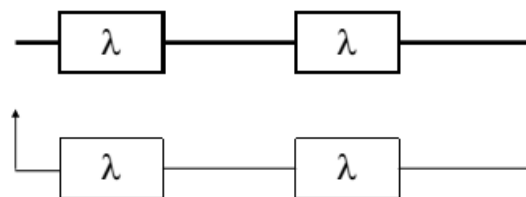


Рисунок 5.1 - Структурна схема системи

Завдання 5.5. Схема розрахунку надійності виробу приведена на рисунку 5.2. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ виробу. Знайти $\lambda_c(t)$ при $t = 0$.

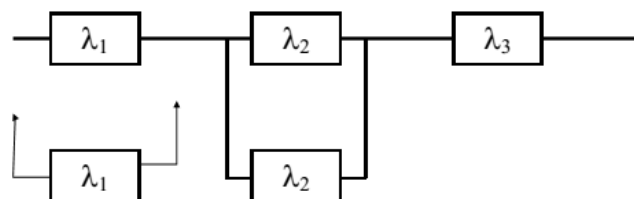


Рисунок 5.2 - Структурна схема системи

Завдання 5.6. Схема розрахунку надійності системи наведена на рисунку 5.3, де А, Б, В, Г - блоки системи. Визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ системи.

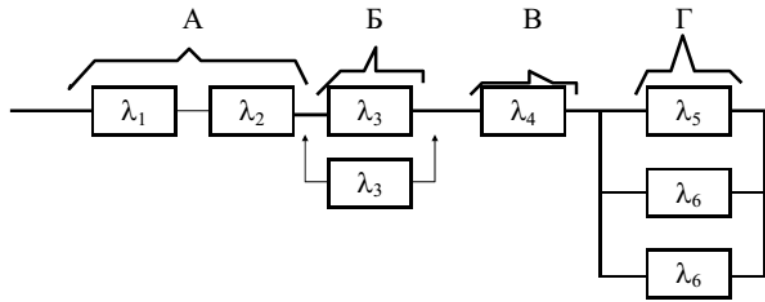


Рисунок 5.3 - Схема розрахунку надійності системи

Завдання 5.7. Схема розрахунку надійності системи наведена на рисунку 5.4. Визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ системи.

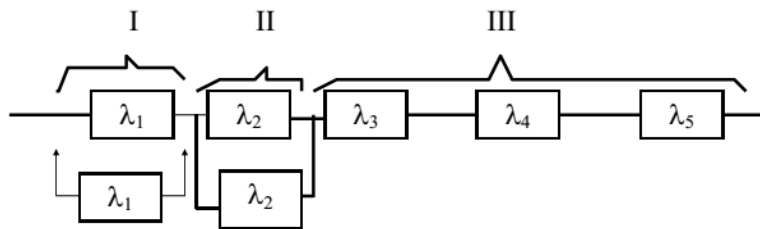


Рисунок 5.4 - Схема розрахунку надійності системи

Завдання 5.8. Передавальний пристрій складається з одного працюючого передавача ($\lambda = 8 * 10^{-3}$ 1 / год) і одного передавача в полегшеному резерві ($\lambda_0 = 8 * 10^{-4}$ 1 / год). Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи пристрою $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc} . Визначити $P_c(t)$ при $t = 20$ год.

Завдання 5.9. У каналі радіопередавача зв'язкової системи використовується основний передавач П₁, два передавачі П₂ і П₃, що знаходяться в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов основного працюючого передавача дорівнює $\lambda_0 = 10^{-3}$ 1 / год. З моменту відмови передавача П₁ в роботу включається П₂, після відмови передавача П₂ включається П₃. При включенні резервного передавача в роботу його інтенсивність відмов стає рівною λ_0 . Вважаючи перемикач абсолютно надійним, визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ каналу радіосигналу, середній час безвідмовної роботи m_{tc} каналу. Визначити також $P_c(t)$ при $t = 100$ год.

Завдання 5.10. Пристрій автоматичного пошуку несправностей складається з двох логічних блоків. Середній час безвідмовної роботи цих блоків однакою і для кожного з них однакою $m_t = t$ год. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc} для двох випадків: а) є ненавантажений резерв всього пристрою; б) є ненавантажений резерв кожного блоку для значення t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290

6 РОЗРАХУНОК НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ З ПОЕЛЕМЕНТНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ

6.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

При поелементному резервуванні резервуються окремо елементи системи (рисунок 6.1.).

Визначимо кількісні характеристики надійності системи.

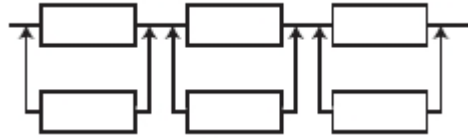


Рисунок 6.1 - Поелементне резервування з постійним включенням резервних елементів

Запишемо ймовірність відмови i -ої групи. Маємо

$$q_i(t) = \prod_{j=0}^{m_i} q_{ij}(t) ; \quad i = \overline{1, n}, \quad (6.1)$$

де $q_{ij}(t)$ - ймовірність відмови елемента E_{ij} на інтервалі часу $(0, t)$.

Запишемо ймовірність безвідмовної роботи i -ої групи. Отримаємо

$$p_i(t) = 1 - q_i(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m_i} [1 - p_{ij}(t)] ; \quad i = \overline{1, n}, \quad (6.2)$$

де $p_{ij}(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи елемента E_{ij} на інтервалі часу $(0, t)$; m_i - кратність резервування елемента j -ої групи.

Запишемо ймовірність безвідмовної роботи системи з поелементним резервуванням

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t)$$

або

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - \prod_{j=0}^{m_i} [1 - p_{ij}(t)] \right\}. \quad (6.3)$$

Для елементів системи з рівною надійністю і $m_i = m = \text{const}$ маємо

$$P_{ij}(t) = P(t); \quad (6.4)$$

$$P_c(t) = [1 - [1 - P(t)]^{m+1}]^n. \quad (6.5)$$

Якщо

$$P_{ij}(t) = P_i(t), \quad (6.6)$$

то формула (6.3) набуде вигляду

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - [1 - p_i(t)]^{m_i+1} \right\} \quad (6.7)$$

При експоненціальному законі надійності, коли $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$

$$p_c(t) = \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - [1 - e^{-\lambda_i t}]^{m_i+1} \right\}. \quad (6.8)$$

У цьому випадку формула (6.5) набуде вигляду

$$p_c(t) = \left\{ 1 - [1 - e^{-\lambda t}]^{m+1} \right\}^n, \quad (6.9)$$

а середній час безвідмовної роботи системи визначається співвідношенням

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} p_c(t) dt. \quad (6.10)$$

Підставляючи (6.9) в (6.10), отримаємо

$$m_{tc} = \frac{(n-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{j=0}^m \frac{1}{v_j(v_j+1) \dots (v_j+n-1)}, \quad (6.11)$$

де $v_j = (j+1) / (m+1)$.

6.2 РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 6.1. Для підвищення надійності підсилювача всі його елементи дубльовані. Припускається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів системи.

Необхідно знайти ймовірність безвідмовної роботи підсилювача на протязі часу $t = 5000$ год., склад елементів нерезервованого підсилювача і дані по інтенсивності відмов елементів наведені в табл.6.1.

Таблиця 6.1.

Елементи	Кількість елементів	Інтенсивність відмов елемента λ , 10^{-5} , 1/год.
Транзистори	1	2,16
Резистори	5	0,23
Конденсатори	3	0,32
Діоди	1	0,78
Котушки індуктивності	1	0,09

Рішення. В даному випадку має місце роздільне резервування з кратністю $m_i = m = 1$, число елементів нерезервованого підсилювача $n = 11$. Тоді, використовуючи дані табл.6.1., на підставі формули (6.8) отримаємо

$$p_c(5000) = \prod_{i=1}^{11} \left\{ 1 - \left[e^{-\lambda_i \cdot 5000} \right]^2 \right\}.$$

Так як $\lambda_i \ll 1$, то для наближеного обчислення показову функцію можна розлити-жити в ряд і обмежитися першими двома членами розкладання: $1 - \exp(-5000\lambda_i) \approx 5000\lambda_i$. Тоді

$$\begin{aligned} p_c(5000) &\approx \prod_{i=1}^{11} \left[1 - (5000\lambda_i)^2 \right] \approx 1 - \sum_{i=1}^{11} (5000\lambda_i)^2 = 1 - 5000^2 \cdot \sum_{i=1}^{11} \lambda_i^2 = \\ &= 1 - 25 \cdot 10^{-6} [2.16^2 + 5 \cdot 0.23^2 + 3 \cdot 0.32^2 + 0.78^2 + 0.09^2] \cdot 10^{-10} \approx 0.985. \end{aligned}$$

Завдання 6.2. Схема розрахунку надійності резервованого пристрою приведена на рисунку 6.2.

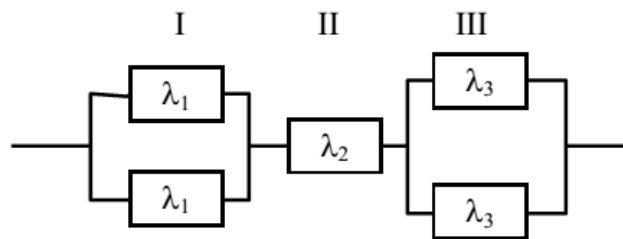


Рисунок 6.2 - Схема розрахунку надійності

Інтенсивності відмов елементів мають наступні значення: $\lambda_1 = 0,23 \cdot 10^{-3}$ 1 / год; $\lambda_2 = 0,5 \cdot 10^{-4}$ 1 / год; $\lambda_3 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ 1/год. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів системи. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи пристрою, ймовірність безвідмовної роботи пристрою, інтенсивність відмов пристрою.

Рішення.

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} p_c(t) dt, \quad (6.12)$$

де $p_c(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи пристрою. Очевидно

$$P_c(t) = P_I(t) * P_{II}(t) * P_{III}(t). \quad (6.13)$$

тут $P_I(t)$, $P_{II}(t)$, $P_{III}(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи I, II і III групи елементів. Маємо

$$\begin{aligned} P_I(t) &= 1 - q_I(t); q_I(t) = [1 - P_1(t)]^2; \\ P_I(t) &= 1 - [1 - P_1(t)]^2 = 2P_1(t) - P_1^2(t); \\ P_{II}(t) &= P_2(t); \\ P_{III}(t) &= 1 - q_{III}(t); q_{III}(t) = [1 - P_3(t)]^2; \\ P_{III}(t) &= 1 - [1 - P_3(t)]^2 = 2P_3(t) - P_3^2(t). \end{aligned}$$

З (6.13) маємо

$$\begin{aligned} P_c(t) &= [2P_1(t) - P_1^2(t)] P_2(t) [2P_3(t) - P_3^2(t)] = \\ &= 4P_1(t) P_2(t) P_3(t) - 2P_1^2(t) P_2(t) P_3(t) - 2P_1(t) P_2(t) P_3^2(t) + P_1^2(t) P_2(t) P_3^2(t). \end{aligned}$$

Так як $P_1(t) = e^{-\lambda_1 t}$; $P_2(t) = e^{-\lambda_2 t}$; $P_3(t) = e^{-\lambda_3 t}$, то

$$P_c(t) = 4e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} - 2e^{-(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)t} + e^{-(2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)t}$$

або

$$P_c(t) = 4e^{-0,68 \cdot 0,001 \cdot t} - 2e^{-0,91 \cdot 0,001 \cdot t} - 2e^{-1,08 \cdot 0,001 \cdot t} + e^{-1,31 \cdot 0,001 \cdot t} \quad (6.14)$$

Підставляючи (6.14) в (6.12), отримаємо

$$m_{tc} = \frac{4}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} - \frac{2}{2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} - \frac{2}{\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3} + \frac{1}{2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3}$$

або

$$m_{tc} = \frac{4}{10^{-3}(0,23 + 0,05 + 0,4)} - \frac{2}{10^{-3}(0,46 + 0,05 + 0,4)} - \frac{2}{10^{-3}(0,23 + 0,05 + 0,8)} + \frac{1}{10^{-3}(0,46 + 0,05 + 0,8)} \approx 2590 \text{ год}.$$

Відомо що

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p(t)} \quad (6.15)$$

Визначимо $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 4(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} - 2(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)e^{-(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t} - 2(\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)t} + (2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)e^{-(2\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3)t} \quad (6.16)$$

або

$$f_c(t) = 10^{-3}(2,72e^{-0,68 \cdot 10^{-3}t} - 1,82e^{-0,91 \cdot 10^{-3}t} - 2,16e^{-1,08 \cdot 10^{-3}t} + 1,31e^{-1,31 \cdot 10^{-3}t}).$$

З (6.15) отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{10^{-3}(2,72e^{-0,68 \cdot 10^{-3}t} - 1,82e^{-0,91 \cdot 10^{-3}t} - 2,16e^{-1,08 \cdot 10^{-3}t} + 1,31e^{-1,31 \cdot 10^{-3}t})}{4e^{-0,68 \cdot 10^{-3}t} - 2e^{-0,91 \cdot 10^{-3}t} - 2e^{-1,08 \cdot 10^{-3}t} + e^{-1,31 \cdot 10^{-3}t}}.$$

Завдання 6.3. Схема розрахунку надійності пристрою приведена на рисунку 6.3.

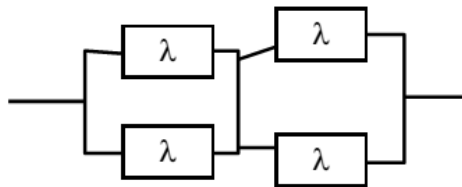


Рисунок 6.3 - Схема розрахунку надійності

Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності, для елементів пристрою і всі елементи устрою мають рівну надійність. Інтенсивність відмов елемента $\lambda = 1,33 \cdot 10^{-3}$ 1/год. Потрібно визначити $f_c(t)$, m_{tc} , $P_c(t)$, $\lambda_c(t)$ резервованого пристрою.

Рішення.

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} p_c(t) dt; \quad (6.17)$$

$P_c(t) = P_I(t) * P_{II}(t) = P_{II}^2(t)$, тому що $P_I(t) = P_{II}(t)$; $P_I(t) = 1 - q_I(t)$; $q_I(t) = q^2(t)$; $q(t) = 1 - P(t)$; $P(t) = e^{-\lambda t}$; $q(t) = 1 - e^{-\lambda t}$; $q_I(t) = (1 - e^{-\lambda t})^2$; $P_I(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^2$; $P_c(t) = [1 - (1 - e^{-\lambda t})^2]^2$
або

$$P_c(t) = (1 - 1 + 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t})^2 = 4e^{-2\lambda t} - 4e^{-3\lambda t} + e^{-4\lambda t}. \quad (6.18)$$

Підставляючи (6.18) в (6.17), отримаємо

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} (4e^{-2\lambda t} - 4e^{-3\lambda t} + e^{-4\lambda t}) dt = \frac{2}{\lambda} - \frac{4}{3\lambda} + \frac{1}{4\lambda} = \frac{11}{12\lambda};$$

$$m_{tc} = \frac{11}{12 \cdot 1.33 \cdot 10^{-3}} = 690 \text{ час}.$$

Визначимо $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 8\lambda e^{-2\lambda t} - 12\lambda e^{-3\lambda t} + 4\lambda e^{-4\lambda t} = 4\lambda e^{-2\lambda t} (2 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t}).$$

Визначимо $\lambda_c(t)$. Маємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{4\lambda \cdot e^{-2\lambda t} (2 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})}{e^{-2\lambda t} (4 - 4e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})} =$$

$$= \frac{4\lambda \cdot (2 - 3e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})}{(2 - e^{-\lambda t})^2} = \frac{4\lambda \cdot (1 - e^{-\lambda t}) \cdot (2 - e^{-\lambda t})}{(2 - e^{-\lambda t})^2} = \frac{4\lambda \cdot (1 - e^{-\lambda t})}{2 - e^{-\lambda t}}.$$

Завдання 6.4. Нерезервована система управління складається із $n = 5000$ елементів. Для підвищення надійності системи передбачається провести роздільне дублювання елементів. Щоб приблизно оцінити можливість досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0,9$ при $t = 10$ год., необхідно розрахувати середню інтенсивність відмов одного елемента при припущенні відсутності післядії відмов.

Рішення. Ймовірність безвідмовної роботи системи при роздільному дублюванні і елементів з рівною надійністю дорівнює:

$$p_c(t) = \{1 - [1 - p(t)]^2\}^n,$$

де $P(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи одного елемента.

Так як має бути

$$\{1 - [1 - p(t)]^2\}^n \geq 0,9,$$

то

$$p(t) \geq 1 - \sqrt[2]{1 - \sqrt[n]{0,9}}.$$

Розклавши $\sqrt[n]{0,9} = (1 - 0,1)^{1/n}$ за степеню $1/n$ в ряд і нехтуючи членами ряду вищого порядку малості, отримаємо

$$(1 - 0.1)^{1/5000} \approx 1 - \frac{1}{5000} \cdot 0.1 = 1 - 2 \cdot 10^{-5}.$$

З огляду на те, що $P(t) = \exp(-\lambda t) \approx 1 - \lambda t$, інтенсивність відмов елемента повинна бути

$$\lambda \leq \frac{1}{t} \sqrt{1 - \sqrt[3]{0.9}} = \frac{1}{10} \sqrt{1 - 1 + 2 \cdot 10^{-5}} \approx 4.4 \cdot 10^{-4} \quad \dots 1 / \text{год.}$$

6.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 6.5. Схема розрахунку надійності пристрою показана на рисунок 6.4. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів пристрою. Інтенсивності відмов елементів має наступні значення $\lambda_1 = 0,3 \cdot 10^{-3} 1 / \text{год}$, $\lambda_2 = k \cdot 10^{-3} 1 / \text{год}$. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи пристрою протягом часу t , обраного згідно з номером у списку групи

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290

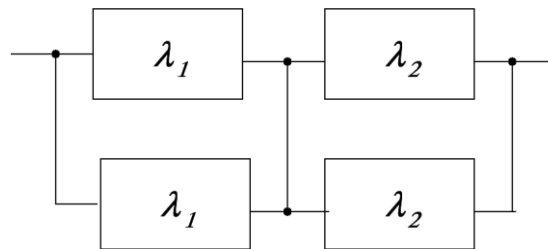


Рисунок 6.4 - Схема розрахунку надійності пристрою

Завдання 6.6. Схема розрахунку надійності пристрою показана на рисунок 6.5. Передбачається, що справедливий експонентний закон надійності для елементів пристрою. Середні часи безвідмовної роботи мають наступні значення $T_1 = 700 \text{ год}$, $T_2 = 500 \text{ год}$. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи пристрою протягом часу t , обраного згідно з номером у списку групи

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290

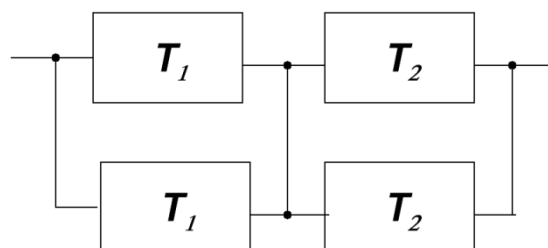


Рисунок 6.5 - Схема розрахунку надійності пристрою

Завдання 6.7. У телевізійному каналі зв'язку, що складається з приймача і передавача, застосовано роздільне дублювання передавача і приймача. Передавач і приймач мають інтенсивності відмов $\lambda_{\text{п}} = 1 \cdot 10^{-3}$ 1/год. і $\lambda_{\text{пр}}$, 10^{-3} 1/год., відповідно. Схема каналу представлена на рисунку 6.6.

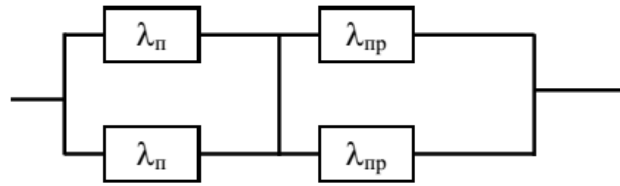


Рисунок 6.6 - Схема розрахунку надійності

Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи каналу $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи $m_{\text{тс}}$, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ для значень $\lambda_{\text{пр}}$, обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lambda_{\text{пр}}$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\lambda_{\text{пр}}$	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9

Завдання 6.8. Схема розрахунку надійності системи наведена на рисунку 6.7., де також приведені інтенсивності відмов елементів. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t)$ і частоту відмов $f_c(t)$.

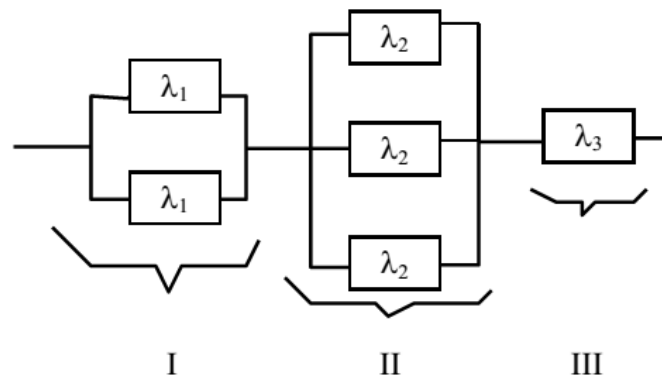


Рисунок 6.7 - Схема розрахунку надійності

Завдання 6.9. Радіоелектронна апаратура складається з трьох блоків: I, II, і III. Інтенсивності відмов для цих трьох блоків відповідно рівні: λ_1 , λ_2 , λ_3 . Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи апаратури $P_c(t)$ для наступних випадків: а) резерв відсутній б) є дублювання кожного блоку.

Завдання 6.10. Нерезервована система управління складається із $n = 4000$ елементів. Відома необхідна ймовірність безвідмовної роботи системи $P_c(t) = 0,9$ при часі t , год.. Необхідно розрахувати допустиму середню інтенсивність відмов одного елемента, розрахувати елементи рівної надійності, для того щоб приблизно оцінити досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи при відсутності профілактичних оглядів в

наступних випадках. а) резервування відсутнє; б) застосовано роздільне (поелементне) дублювання для часу t , обраного згідно з номером у списку

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	200	210	220	230	240	250	260	270	280	290

Завдання 6.11. У радіопередавачі, що складається з трьох каскадів ($n = 3$), які мають рівні значення надійності застосовано роздільне дублювання кожного каскаду. Інтенсивність відмов каскадів дорівнює $\lambda \cdot 10^{-4}$ 1 / год.. Розрахувати ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ протягом часу $t = 100$ год і середній час безвідмовної роботи m_{tc} радіопередавача для значень λ , обраних згідно з номером у списку.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
λ	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
λ	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,2	7,4	7,6	7,8	8,0

Завдання 6.12. Обчислювальний пристрій складається з двох блоків, що з'єднані послідовно і характеризуються відповідно інтенсивністю відмов $\lambda_1 = 120,54 \cdot 10^{-6} \text{ год}^{-1}$ і $\lambda_2 = 185,66 \cdot 10^{-6} \text{ год}^{-1}$. Виконано пасивне поелементне резервування з незмінним навантаженням блоку 2 (см. рисунок 6.8). Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи пристрою, середній час безвідмовної роботи m_c , частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Визначити $P_c(t)$ при t , обраному згідно номеру у списку групи

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
t	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37

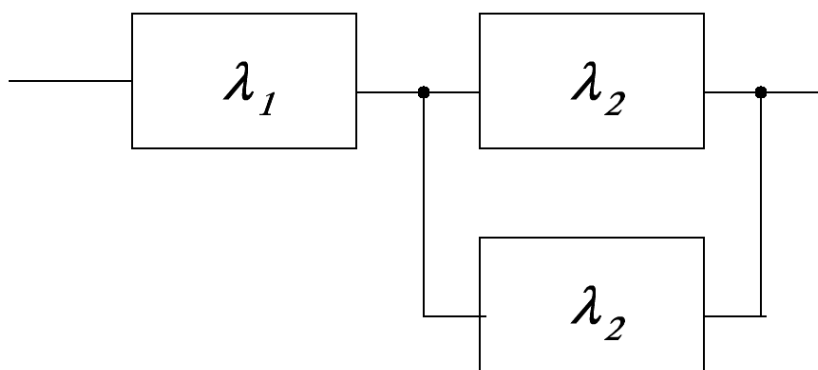


Рисунок 6.8 - Логічна схема пристрою

Завдання 6.13. Обчислювальний пристрій складається із n однакових блоків, до кожного з яких підключений блок в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного блока дорівнює $\lambda = 10^{-4}$, 1 / год.. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної

роботи $P_c(t)$ пристрою і середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc} для значень n , обраних згідно з номером у списку.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5

7 РЕЗЕРВУВАННЯ ЗА ДРОБОВОЮ КРАТНІСТЮ І ПОСТІЙНО ВКЛЮЧЕНИМ РЕЗЕРВОМ

7.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Резервована система складається з l окремих систем (рисунок 7.1.).

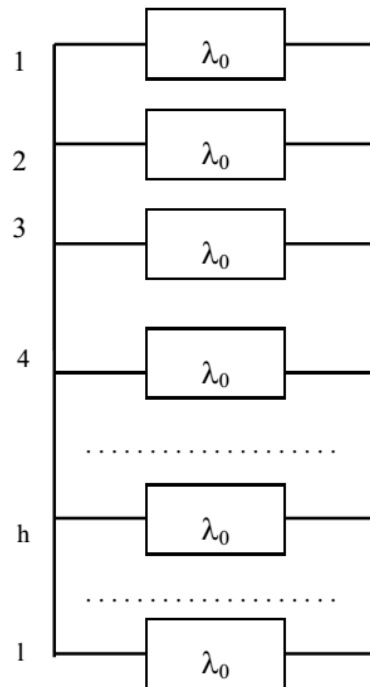


Рисунок 7.1 - Система резервування за дробовою кратністю

Для її нормальної роботи необхідно, щоб справними були не менш ніж h систем. Кратність резервування такої системи дорівнює

$$m = \frac{l - h}{h} . \quad (7.1)$$

Передбачається, що основні і всі резервні системи рівно надійні. Імовірність безвідмовної роботи резервованої системи :

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-i}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t) ,$$

де

$$C_l^i = \frac{l!}{i!(l-i)!} . \quad (7.2)$$

Тут $P_0(t)$ - ймовірність безвідмовної роботи основної системи або будь-якої резервної системи; l - загальне число основних і резервних систем; h - число систем, необхідних для нормальної роботи.

На рис. 7.1 λ_0 є інтенсивність відмов будь-якої однієї з систем. Будемо полагати, що для будь-якої окремо взятої системи справедливий експонентний закон надійності, тобто

$$P_0(t) = e^{-\lambda_0 t}. \quad (7.3)$$

Визначимо середній час безвідмовної роботи системи. Маємо

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{l-h} \frac{1}{h+i}. \quad (7.4)$$

7.2 РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 7.1. Система електропостачання блоку ЕОМ складається з чотирьох генераторів, номінальна потужність кожного з яких 18 кВт. Безаварійна робота блоку ще можлива, якщо система електропостачання може забезпечувати споживача потужністю 30 кВт. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи енергопостачання на протязі часу $t = 600$ год, середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи енергопостачання, якщо інтенсивність відмов кожного з генераторів $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-3}$ 1 / год.

Рішення. Потужності двох генераторів досить для живлення блоку ЕЦОМ, так як їх сумарна потужність складає 36 кВт. Це означає, що відмови системи електропостачання ще не настане, якщо відмовлять один або два будь-яких генератора, тобто має місце випадок резервування з дробовою кратністю $m = 2/2$ при загальній кількості пристроїв, рівній 4. На підставі формули (7.2) маємо

$$\begin{aligned} P_c(t) &= \sum_{i=0}^2 C_4^i P_0^{4-i}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t) = \\ &= C_4^0 P_0^4(t) C_0^0 P_0^0(t) + C_4^1 P_0^3(t) \cdot [C_1^0 P_0^0(t) - C_1^1 P_0^1(t)] + \\ &\quad + C_4^2 P_0^2(t) \cdot [C_2^0 P_0^0(t) - C_2^1 P_0^1(t) + C_2^2 P_0^2(t)]. \end{aligned}$$

Так як

$$C_4^0=1; C_0^0=1; C_4^1=4; C_1^0=1; C_1^1=1; C_4^2=6; C_2^0=1; C_2^1=2; C_2^2=1,$$

то

$$P_c(t) = 6P_0^2(t) - 8P_0^3(t) + 3P_0^4(t).$$

Так як $P_0(t) = \exp(-\lambda t)$, то

$$P_c(t) = 6e^{-2\lambda t} - 8e^{-3\lambda t} + 3e^{-4\lambda t}.$$

Для даних нашого завдання $\lambda_t = 0,09$. тоді

$$P_c(600) = 0,997.$$

Середній час безвідмовної роботи на підставі формули (7.4) буде

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^2 \frac{1}{2+i} = \frac{13}{12\lambda} \approx 7220 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = 12\lambda e^{-2\lambda t} - 24\lambda \cdot e^{-3\lambda t} + 12\lambda \cdot e^{-4\lambda t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{12\lambda \cdot (1 - 2e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})}{6 - 8e^{-\lambda t} + 3e^{-2\lambda t}}.$$

Завдання 7.2. Для підвищення точності вимірювання певної величини застосована схема групування приладів з п'яти по три, тобто результат вимірювання вважається вірним по показанням середнього (третього) приладу. Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи m_{tc} такої системи, а також частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ системи, якщо інтенсивність відмов кожного приладу $\lambda = 0,4 \cdot 10^{-3}$ 1 / год.

Рішення. В даному випадку вимірювальна система відмовляє в тому випадку, якщо відкажуть з п'яти приладів три і більше, тобто має місце загальне резервування дробової кратності, коли загальне число приладів $l = 5$, число приладів, необхідних для нормальної роботи, $h = 3$, а кратність резервування $m = 2/3$.

Використовуючи формулу (7.2), отримуємо

$$\begin{aligned} P_c(t) &= \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-i}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t) = \sum_{i=0}^2 C_5^i P_0^{5-i}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t) = \\ &= C_5^0 P_0^5(t) \cdot C_0^0 P_0^0(t) + C_5^1 P_0^4(t) [C_1^0 P_0^0(t) - C_1^1 P_0^1(t)] + C_5^2 P_0^3(t) [C_2^0 P_0^0(t) - C_2^1 P_0^1(t) + C_2^2 P_0^2(t)] \end{aligned}$$

Так як

$$C_5^0=1; C_0^0=1; C_5^1=5; C_1^0=1; C_1^1=1; C_5^2=10; C_2^0=1; C_2^1=2; C_2^2=1,$$

то

$$\begin{aligned} P_c(t) &= P_0^5(t) + 5P_0^4(t)[1 - P_0(t)] + 10P_0^3(t)[1 - 2P_0(t) + P_0^2(t)] = \\ &= 6P_0^5(t) - 15P_0^4(t) + 10P_0^3(t). \end{aligned}$$

Так як $P_0(t) = \exp(-\lambda t)$, то

$$P_c(t) = 6e^{-5\lambda t} - 15e^{-4\lambda t} + 10e^{-3\lambda t}$$

Середній час безвідмовної роботи на підставі формули (7.4) буде

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^2 \frac{1}{3+i} = \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \frac{47}{60\lambda} = 1958 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$. Маємо

$$\begin{aligned} f_c(t) &= -\frac{dP_c(t)}{dt} = -30\lambda \cdot e^{-5\lambda t} - 60\lambda \cdot e^{-4\lambda t} + 30\lambda \cdot e^{-3\lambda t} = \\ &= 30\lambda e^{-3\lambda t} (e^{-2\lambda t} - 2e^{-\lambda t} + 1) = 30\lambda e^{-3\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^2. \end{aligned}$$

Визначимо $\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{30\lambda (1 - e^{-\lambda t})^2}{6e^{-2\lambda t} - 15e^{-\lambda t} + 10}.$$

7.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 7.3. Інтенсивність відмов вимірювального приладу $\lambda = 0.83 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Для підвищення точності вимірювання застосована схема групування з трьох по два ($m = 1/2$). Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи схеми $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи схеми m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ схеми.

Завдання 7.4. Інтенсивність відмов вимірювального приладу $\lambda = 0.83 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Для підвищення точності вимірювання застосована схема групування з п'яти по три ($m = 2/3$). Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи схеми $P_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ схеми.

Завдання 7.5. Автомобільний двигун має $l = 4$ свічки запалювання по одній на кожен циліндр. Інтенсивність відмов свічки $\lambda = 10^{-3}$ 1 / год, а тривалість роботи двигуна на протязі всій подорожі $t = 20$ год. Передбачається, що автомобіль може їхати також при одному непрацюючому циліндрі. Необхідно визначити ймовірність безвідмовної роботи двигуна $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи двигуна m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ двигуна. Яка ймовірність того, що автомобіль доставить туристів в пункт призначення без заміни свічок?

Завдання 7.6. В обчислювальному пристрої застосовано резервування з дробовою кратністю "один з трьох". Інтенсивність відмов одного нерезервованого блоку дорівнює: $\lambda_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Потрібно розрахувати ймовірність безвідмовної роботи пристрою $P_c(t)$ і середній час безвідмовної роботи m_{tc} резервованого обчислювального пристрою.

8 КОВЗНЕ РЕЗЕРВУВАННЯ ПРИ ЕКСПОНЕНТНОМУ ЗАКОНІ НАДІЙНОСТІ

8.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Імовірність безвідмовної роботи резервованої системи визначається співвідношенням

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^{m_0} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}, \quad (8.1)$$

де $\lambda_0 = \lambda_n$ - інтенсивність відмов нерезервованої системи;
 λ - інтенсивність відмови елемента, n - число елементів основної системи; m_0 - число резервних елементів, що знаходяться в ненавантаженому резерві.

В цьому випадку кратність резервування

$$m = m_0 / n. \quad (8.2)$$

Середній час безвідмовної роботи резервованої системи визначається формулою

$$m_{tc} = T_0 (m_0 + 1), \quad (8.3)$$

де T_0 - середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

8.2 РОЗВ'ЯЗАННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 8.1. Система складається з двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував ковзне резервування при одному резервному елементі, що знаходиться в ненавантаженому стані (рисунки 8.1). Інтенсивність відмов елемента дорівнює λ . Потрібно знайти ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ резервованої системи, середній час безвідмовної роботи m_{tc} системи, а також частоту відмов $f_c(t)$ і інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ резервованої системи.

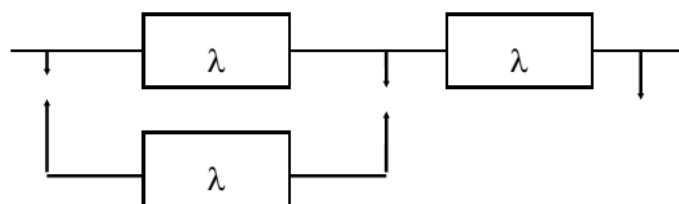


Рисунок 8.1 - Ковзне резервування при одному резервному елементі

Рішення. В даному випадку $n = 2$; $m_0 = 1$; $\lambda_0 = n\lambda = 2\lambda$.

На підставі формули (8.1) маємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^1 \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-2\lambda t} (1 + \lambda_0 t)$$

або

$$P_c(t) = e^{-2\lambda t} (1 + 2\lambda t).$$

Визначимо m_{tc} . Отримаємо

$$m_{tc} = T_0 (m_0 + 1); T_0 = \frac{1}{\lambda_0}$$

або

$$m_{tc} = \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot 2 = \frac{1}{\lambda}.$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = -[-2 \cdot \lambda \cdot e^{-2\lambda \cdot t} (1 + 2 \cdot \lambda \cdot t) + 2 \cdot \lambda \cdot e^{-2\lambda \cdot t}]$$

або

$$f_c(t) = 4 \lambda^2 \cdot t \cdot e^{-2\lambda \cdot t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{4 \cdot \lambda^2 \cdot t}{1 + 2 \cdot \lambda \cdot t}.$$

Завдання 8.2. Цифрова обчислювальна машина складається із 1024 однотипних комірок і сконструйована так, що є можливість замінити будь-яку з комірок, що відмовили. В складі ЗІП є 3 комірки, кожна з яких може замінити будь-яку. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи ЦВМ $P_c(t)$, середній час безвідмовної роботи m_{tc} , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Також потрібно визначити $P_c(t)$ при $t = 10000$ год. Відомо, що інтенсивність відмов комірки $\lambda = 0.12 \cdot 10^{-6}$ 1 / год. Під відмовою будемо розуміти подію, коли ЦВМ не може працювати через відсутність ЗІПа, тобто коли весь ЗІП витрачений а відмовила ще одна комірка пам'яті ЦВМ.

Рішення. Так як будь-яка комірка зі складу ЗІПа може замінити будь-яку комірку ЦВМ, то має місце "ковзне" резервування. У нашому випадку число елементів основної системи $n = 1024$, інтенсивність відмов нерезервованої системи $\lambda_0 = n\lambda = 1024 \cdot 0.12 \cdot 10^{-6} \approx 1.23 \cdot 10^{-4}$ 1 / год., число резервних елементів $m_0 = 3$. На підставі формули (8.1) маємо

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^3 \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t} (1 + \lambda_0 t + \frac{\lambda_0^2 t^2}{2} + \frac{\lambda_0^3 t^3}{6})$$

Визначимо m_{tc} . Отримаємо

$$m_{tc} = T_0 (m_0 + 1); T_0 = 1 / \lambda_0$$

або

$$m_{tc} = \frac{1}{1.23 \cdot 10^{-4}} (3 + 1) \approx 32500 \text{ год.}$$

Визначимо частоту відмов $f_c(t)$. Маємо

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = \frac{1}{6} \cdot \lambda_0^4 \cdot t^3 \cdot e^{-\lambda_0 \cdot t}.$$

Визначимо інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Отримаємо

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\lambda_0^4 \cdot t^3}{1 + \lambda_0 \cdot t + \frac{\lambda_0^2 \cdot t^2}{2} + \frac{\lambda_0^3 \cdot t^3}{6}}.$$

Визначимо $P_c(t)$ при $t = 10000$ год. Маємо

$$P_c(t) = e^{-1,23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4} \cdot \left[1 + 1,23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 + \frac{(1,23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4)^2}{2} + \frac{(1,23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4)^3}{6} \right] \approx 0,96.$$

8.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 8.3. Машина складається із 1024 стандартних комірок і безлічі інших елементів. У ЗПі є ще дві однотипні комірки, які можуть замінити будь-яку з тих, що відмовили. Всі елементи, крім зазначених комірок, ідеальні в сенсі надійності. Відомо, що інтенсивність відмов комірок є величина постійна, а середній час безвідмовної роботи машини з урахуванням двох запасних осередків рівний m_{tc} , год.. Передбачається, що машина допускає коротку перерву в роботі на час заміни комірок. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи однієї комірки $m_t = m_{ti}$, $i = \overline{1, 1024}$, визначити ймовірність безвідмовної роботи резервованої системи $P_c(t)$, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ резервованої системи для значень m_{tc} , обраних згідно з номером у списку.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_{tc}	4000	4200	4400	4600	4800	5000	5200	5400	5600	5800
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m_{tc}	6000	6200	6400	6600	6800	7000	7200	7400	7600	7800

Завдання 8.4. Система складається із n однотипних елементів, кожен з яких має середній час безвідмовної роботи $m_{ti} = m_t = 1 / \lambda$, $i = \overline{1, n}$. Для підвищення надійності застосовано ковзне резервування, при якому m_0 резервних елементів знаходяться в ненавантаженому режимі. Необхідно знайти середній час безвідмовної роботи резервованої системи m_{tc} . Визначити ймовірність безвідмовної роботи резервованої системи $P_c(t)$, якщо $m_0 = 2$, а також частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ резервованої системи при значеннях n , обраних згідно з номером у списку.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m_{tc}	4000	4200	4400	4600	4800	5000	5200	5400	5600	5800
Варіант	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
m_{tc}	6000	6200	6400	6600	6800	7000	7200	7400	7600	7800

Завдання 8.5. Бортова апаратура судна включає в себе апаратуру зв'язку, командну і телеметричну системи, систему живлення і систему орієнтації. Апаратура зв'язку складається з двох працюючих ретрансляторів і одного ретранслятора в ненавантаженому резерві. Перемикаючий пристрій передбачається абсолютно надійним. Командна система має постійне резервування. Системи живлення, орієнтації

і телеметрії резерву не мають. Задані інтенсивності відмови кожного комплекту ретранслятора - λ_1 , командної системи - λ_2 , системи телеметрії - λ_3 , системи живлення - λ_4 і системи орієнтації - λ_5 . Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ бортової апаратури судна. Логічна схема для розрахунку надійності бортової апаратури судна представлена на рисунку 8.2.

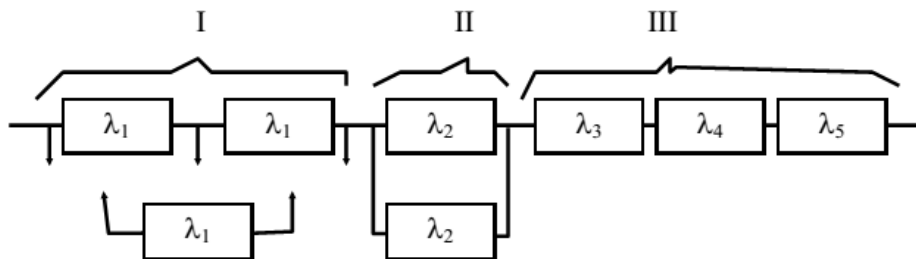


Рисунок 8.2 - Логічна схема для розрахунку надійності системи

Тут I - апаратура ретранслятора, II - командна система, III - інші системи.

Завдання 8.6. Блок підсилювачів промислової частоти включає в себе $n = 4$ послідовно з'єднаних підсилювача і один підсилювач в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного працюючого підсилювача $\lambda = 6 \cdot 10^{-4} 1 / \text{год}$. Визначити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ резервованої системи, середній час безвідмовної роботи m_{tc} системи, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Визначити також $P_c(t)$ при $t = 100$ год.

Завдання 8.7. Блок телеметрії включає в себе два однакових приймача. Інтенсивність відмов кожного приймача становить $\lambda = 4 \cdot 10^{-4} 1 / \text{год}$. Є один приймач в ненавантаженому ковзному резерві. Визначити ймовірність безвідмовної роботи $P_c(t)$ резервованої системи, середній час безвідмовної роботи m_{tc} системи, частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Визначити $P_c(t)$ при $t = 250$ год. Визначити $P_c(t)$, коли резерв відсутній.

9 РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВОВАНИХ ПРИСТРОЇВ З УРАХУВАННЯМ ВІДНОВЛЕННЯ

9.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Резервування, при якому можливе відновлення відмовили елементів, є ефективним засобом підвищення надійності. Відмова резервованої групи з відновленням відбудеться, якщо всі елементи, що складають групу, ремонтуються.

При резервуванні з відновленням резерв як би весь час поповнюється відновленими блоками.

Показники надійності, як правило, визначаються за умови, що в момент включення всі елементи працездатні.

Найбільш часто використовуються два методи розрахунку надійності відновлюваних систем, які умовно називаються: метод інтегральних рівнянь і метод диференціальних рівнянь.

Будемо розглядати в подальшому другий спосіб. У методі диференціальних рівнянь використано припущення про показові розподіли часу між відмовами і часом відновлення.

Спочатку перераховуються можливі стани системи і складається її математична (логічна) модель у вигляді схеми станів, на якій прямокутниками або кружками зображуються можливі стани і стрілками - можливі напрямки переходів з одного стану в інший. За схемою станів складають систему диференціальних рівнянь для ймовірностей станів.

Для цього доцільно використовувати такі правила:

- ліві частини рівнянь містять похідні за часом ймовірностей відповідних станів $P_j(t)$, а кожен член правої частини рівняння виходить шляхом множення інтенсивності переходу, що стоїть над стрілкою, пов'язаною з даними станом, на відповідну ймовірність стану;
- знак залежить від напрямку стрілки (плюс, якщо стрілка спрямована вістрям до стану, і мінус в іншому випадку);
- число рівнянь дорівнює числу станів; система диференціальних рівнянь має бути доповнена нормувальною умовою, що складається в тому, що сума ймовірностей всіх станів дорівнює одиниці.

Рішення системи диференціальних рівнянь за допомогою перетворень Лапласа або будь-яким іншим методом дозволяє визначити необхідні показники надійності.

Коли перерви в роботі системи допустимі, в якості показників надійності використовують функцію готовності $K_r(t)$ і функцію простою $K_p(t)$ або коефіцієнти готовності K_r і простою K_p , які визначаються у вигляді

$$\begin{aligned} K_r &= \lim_{t \rightarrow \infty} K_r(t), \\ K_p &= \lim_{t \rightarrow \infty} K_p(t). \end{aligned} \tag{9.1}$$

Функція готовності $K_r(t)$ дорівнює за визначенням ймовірності того, що в момент часу t система справна. Функція простою $K_p(t)$ дорівнює ймовірності того, що в момент часу t система несправна.

Мають місце співвідношення

$$K_r(t) + K_p(t) = 1; K_r + K_p = 1. \quad (9.2)$$

Часто розглядають усталений режим експлуатації при $t \rightarrow \infty$. Тоді $\dot{P}_i(t) = 0$ і система диференціальних рівнянь переходять в систему алгебраїчних рівнянь.

Коли перерви в роботі системи неприпустимі, в якості показників надійності використовуються умовні ймовірності неперервної безвідмовної роботи протягом заданого часу виконання завдання $\tilde{P}(t_i)$ за умови, що в початковий момент часу всі елементи системи працездатні. В даному випадку є "поглинаючі" стани і необхідно вирішити повну систему диференціальних рівнянь при відповідних початкових умовах.

При декількох працездатних станах

$$K_r(t) = \sum_{j=1}^n P_j(t), \quad (9.3)$$

де n - число працездатних станів; $P_j(t)$ – ймовірність j -го працездатного стану.

Часто число непрацездатних станів значно менше числа працездатних. При цьому зручніше обчислювати коефіцієнт простою

$$K_p(t) = \sum_{l=1}^{m+1-n} P_l(t), \quad (9.4)$$

де $P_l(t)$ – ймовірність l -го непрацездатного стану; $m+1$ загальне число станів.

9.1.1 Особливості розрахунку резервованих систем

Система, що складається з одного основного і k резервних елементів, які мають однакову надійність може перебувати в будь-якому з $(k+2)$ станів:

0 - всі елементи працездатні; 1 - один елемент в непрацездатному стані; j - коли j елементів в непрацездатному стані; $k+1$ - коли $(k+1)$ елементи в непрацездатному стані.

Передбачається, що при заміні працюючого елемента на резервний перерви в роботі системи не відбувається, тому відмова системи настає при одночасній непрацездатності основного і всіх резервних елементів (стан $k+1$).

Розглянемо випадок ненавантаженого резерву з абсолютно надійним перемикачем і з одною ремонтною бригадою, яка обслуговує систему (обмежене відновлення).

За припущенням, елементи в ненавантаженому резерві мають інтенсивність відмов $\lambda = 0$.

Якщо число непрацездатних елементів виявляється більше одного, то існує черга на ремонт.

Схема станів системи представлена на рисунку 9.1. система диференціальних рівнянь має наступний вигляд:

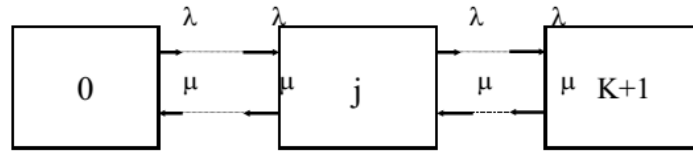


Рисунок 9.1 - Схема станів системи з ненавантаженим резервом обмеженого відновлення

$$\begin{aligned}
 \dot{P}_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) ; \\
 &\vdots \\
 \dot{P}_j(t) &= \lambda P_{j-1}(t) - (\lambda + \mu) P_j(t) + \mu P_{j+1}(t) ; \quad j = \overline{1, k} ; \\
 &\vdots \\
 \dot{P}_{k+1}(t) &= \lambda P_k(t) - \mu P_{k+1}(t) .
 \end{aligned} \tag{9.5}$$

При $t \rightarrow \infty$ система (9.5) переходить в систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned}
 -\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0 ; \\
 &\vdots \\
 \lambda P_{j-1} - (\lambda + \mu) P_j + \mu P_{j+1} &= 0 ; \quad j_k = \overline{1, k} ; \\
 &\vdots \\
 \lambda P_k - \mu P_{k+1} &= 0 .
 \end{aligned} \tag{9.6}$$

Для вирішення системи (9.6) необхідно додати рівняння

$$\sum_{j=0}^{k+1} P_j = 1 . \tag{9.7}$$

В результаті рішення системи (9.6) спільно з рівнянням (9.7) отримаємо сталі значення коефіцієнтів простою і готовності

$$\begin{aligned}
 K_{\Pi} = P_{k+1} &= \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^j} ; \\
 K_{\Gamma} = 1 - P_{k+1} &= 1 - \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \left(\frac{\mu}{\lambda} \right)^j} .
 \end{aligned} \tag{9.8}$$

Якщо та ж система, що складається з $k + 1$ елементів, обслуговується $(k + 1)$ ремонтними бригадами (необмежене відновлення), то черга на ремонт відсутня. Схема станів для ненавантаженого резерву і необмеженого відновлення представлена на рисунку 9.2. В результаті рішення системи рівнянь при $P_j(t) = 0$ отримаємо:

$$K_{\Pi} = P_{k+1} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \frac{(k+1)!}{j!} \cdot \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{k+1-j}};$$

$$K_2 = 1 - P_{k+1}.$$
(9.9)

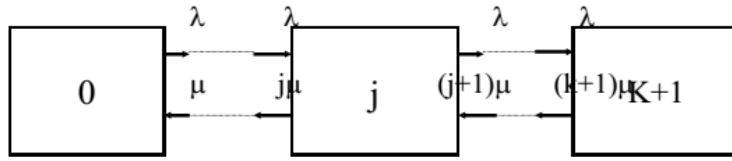


Рисунок 9.2 - Схема станів системи з ненавантаженим резервом необмеженого відновлення

Схеми станів для системи, що складається з одного основного і k елементів в навантаженому резерві представлені на рисунку 9.3. для обмеженого відновлення і на Рисунку 9.4. - для необмеженого.

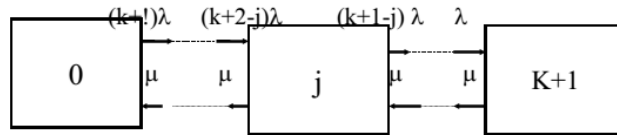


Рисунок 9.3 - Схема станів з навантаженим резервом обмеженого відновлення

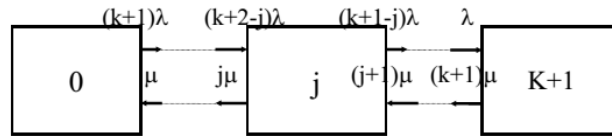


Рисунок 9.4 - Схема станів з навантаженим резервом необмеженого відновлення

Міркуючи аналогічно, отримаємо:
для обмеженого відновлення

$$K_{\Pi} = \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \frac{1}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j}; K_2 = 1 - K_{\Pi};$$
(9.10)

для необмеженого відновлення

$$K_{\Pi} = \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda}\right)^{k+1};$$

$$K_{\Gamma} = 1 - \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda}\right)^{k+1} = \sum_{j=0}^k C_{k+1}^{k+1-j} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu + \lambda}\right)^{k+1-j} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda}\right)^j.$$
(9.10a)

Розглянемо резервовані системи, для яких відмови неприпустимі, але ремонт елемента, що відмовив, проводиться під час виконання завдання. Якщо система складається з основного елемента і k елементів в навантаженому резерві, то для випадку обмеженого відновлення схема станів представлена на рисунку 9.5. При

попаданні системи в стан $(k + 1)$ відбувається відмова системи, який недопустима і призводить до невиконання поставленої задачі.

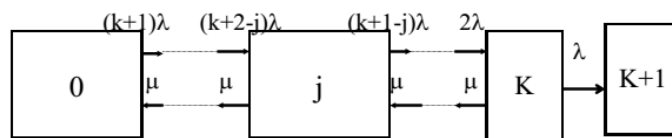


Рисунок 9.5 - Схема станів системи з навантаженим режимом при обмеженому відновленні і неприпустимості відмов

Імовірність безвідмовної системи роботи

$$\tilde{P}(t_i) = \sum_{j=0}^k P_j(t_i) \quad (9.11)$$

знайдена в припущенні, що при $t = 0$ в системі немає невикористаних елементів, тобто $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = \dots = P_{k+1}(0) = 0$.

Імовірність відмови системи протягом часу виконання завдання також є умовною ймовірністю і дорівнює

$$\tilde{q}(t_i) = P_{k+1}(t_i). \quad (9.12)$$

Важливим показником є середній час безвідмовної роботи

$$m_t = \int_0^{\infty} \tilde{P}(t) dt = \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^k P_j(t) dt. \quad (9.13)$$

При вирішенні системи рівнянь, складених за схемою станів рис. 9.5. за допомогою перетворень Лапласа, доцільно використовувати правило, що полегшує розрахунок. Для визначення середнього часу безвідмовної роботи досить знайти перетворення Лапласа ймовірності безвідмовної роботи $P(s)$ і підставити в нього $s = 0$.

9.2 РІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

Завдання 9.1. Для живлення радіостанції використовується електроагрегат з двома генераторами, кожен з яких має продуктивність, достатню для нормальної роботи: ці генератори працюють по черзі. При відмові працюючого генератора в роботу включається резервний генератор, а той, що відмовив, відключається і ремонтується. Відмова електроагрегату полягає у припиненні живлення радіостанції.

Конструкція електроагрегату допускає одночасний ремонт обох генераторів, є потрібне число ремонтників. Інтенсивність відмов одного генератора дорівнює λ , а інтенсивність відновлення одного генератора дорівнює μ .

Обчислити коефіцієнт готовності електроагрегату, якщо $\mu = 5\lambda$. Передбачається показовий розподіл часу безвідмовної роботи і часу відновлення.

Рішення. Електроагрегат може знаходитися в одному з трьох станів, які означаються цифрами:

0 - електроагрегат працездатний, обидва генератора працездатні.

1 - електроагрегат працездатний, але один з генераторів відмовив і знаходиться в ремонті.

2 - електроагрегат непрацездатний, обидва генератора ремонтуються.

Позначимо ймовірності зазначених станів в момент часу t через $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$. Ці ймовірності при $t \rightarrow \infty$ мають межі P_0 , P_1 , P_2 .

Оскільки для розглянутого електроагрегату перехід зі стану 0 в стан 1 не порушує його працездатності, то

$$K_G = P_0 + P_1.$$

Складемо схему станів (рисунок 9.6.) і відповідну цій схемі систему рівнянь

$$\begin{aligned}\dot{P}_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ \dot{P}_1(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t); \\ \dot{P}_2(t) &= \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t).\end{aligned}$$

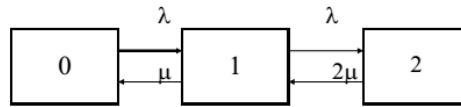


Рисунок 9.6 - Схема станів системи до завдання 9.1

Для визначення сталих значень P_0 і P_1 покладемо, що всі похідні дорівнюють нулю. З огляду на, що $P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1$, отримуємо:

$$\begin{aligned}-\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0; \\ \lambda P_0 - (\lambda + \mu) P_1 + 2\mu P_2 &= 0; \\ P_0 + P_1 + P_2 &= 1.\end{aligned}$$

Для отримання величин P_0 , P_1 , P_2 використовуємо правило Крамера:

$$P_i = \frac{\Delta_i}{\Delta},$$

де Δ - визначник, елементами якого є коефіцієнти при P_0 , P_1 , P_2 ; Δ_i - визначник, який утворюється з Δ шляхом заміни i -го стовпця коефіцієнтами правої частини системи рівнянь. Визначимо Δ , Δ_0 , Δ_1 . Маємо

$$\begin{aligned}\Delta &= \begin{vmatrix} -\lambda & \mu & 0 \\ \lambda & -(\lambda + \mu) & 2\mu \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \lambda(\lambda + \mu) + 2\mu^2 + 2\mu\lambda - \mu\lambda = \lambda^2 + 2\mu(\mu + \lambda). \\ \Delta_0 &= \begin{vmatrix} 0 & \mu & 0 \\ 0 & -(\lambda + \mu) & 2\mu \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\mu^2; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} -\lambda & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 2\mu \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2\lambda\mu.\end{aligned}$$

Визначимо P_0 , P_1 . Отримаємо

$$\begin{aligned}P_0 &= \frac{\Delta_0}{\Delta} = \frac{2\mu^2}{\lambda^2 + 2\mu(\mu + \lambda)}; \\ P_1 &= \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{2\lambda\mu}{\lambda^2 + 2\mu(\mu + \lambda)}.\end{aligned}$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu},$$

Позначивши
отримаємо в результаті

$$P_0 = \frac{2}{1 + (1 + \rho)^2}; \quad P_1 = \frac{2\rho}{1 + (1 + \rho)^2}.$$

відповідно

$$K_{\Gamma} = P_0 + P_1 = \frac{2(1 + \rho)}{1 + (1 + \rho)^2}.$$

при $\rho = 0,2$ отримуємо $K_{\Gamma} = 0,98$.

Завдання 9.2. Зв'язкова радіостанція включає в себе приймальний і передавальний блоки, інтенсивності відмов яких однакові і рівні $\lambda = 10^{-2}$ 1 / год. Інтенсивність відновлення $\mu = 2$ 1 / год. Станцію обслуговує одна ремонтна бригада. При непрацездатності будь-якого з блоків радіостанція непрацездатна. При цьому працездатний блок не вимикається і в ньому можуть відбуватися відмови.

Потрібно визначити значення коефіцієнтів готовності і простою радіостанції.

Рішення. Зв'язкова радіостанція в будь-який момент часу може знаходитися в одному з трьох станів:

0 - обидва блоки працездатні;

1 - один блок працездатний;

2 - обидва блоки непрацездатні.

Радіостанція працездатна тільки в стані 0 і непрацездатна в станах 1 і 2. Схема станів з відповідними інтенсивністю переходів представлена на рисунок 9.7. Цій схемі відповідає система диференціальних рівнянь:

$$\dot{P}_0(t) = -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t);$$

$$\dot{P}_1(t) = 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t) + \mu P_2(t);$$

$$\dot{P}_2(t) = \lambda P_1(t) - \mu P_2(t).$$

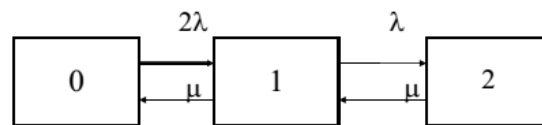


Рисунок 9.7 - Схема станів до завдання 9.2

При $t \rightarrow \infty$ $\dot{P}_i(t) = 0$ і переходимо до системи алгебраїчних рівнянь

$$-2\lambda P_0 + \mu P_1 = 0;$$

$$2\lambda P_0 - (\lambda + \mu) P_1 + \mu P_2 = 0;$$

$$\lambda P_1 - \mu P_2 = 0.$$

При вирішенні цієї системи використовуємо нормувальну умову

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1,$$

яка може замінити будь-який з рівнянь системи. В результаті рішення системи рівнянь або підстановкою, або за правилом Крамера отримаємо

$$P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}; P_1 = \frac{2\mu\lambda}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2};$$

$$P_2 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}.$$

Коефіцієнт готовності радіостанції дорівнює

$$K_{\Gamma} = P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}.$$

коефіцієнт простою

$$K_{\Pi} = P_1 + P_2 = \frac{2\mu\lambda + 2\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}.$$

Підставляючи числові значення, отримуємо: $K_{\Pi} \approx 10^{-2}$; $K_{\Gamma} = 1 - K_{\Pi} \approx 0,99$.

Завдання 9.3. Спеціалізована бортова ЕВА складається з трьох блоків (1, 2 і 3), два з яких (1 і 2) включені послідовно в основне коло, а блок 3 знаходиться в стані ненавантаженого резерву (рисунок 9.8.). Відомо також, що інтенсивність відмов λ_2 блоку

2 дуже мала в порівнянні з інтенсивністю відмов λ_1 і λ_3 блоків 1 і 3 (тобто $\lambda_1 = \lambda_3 \gg \lambda_2$) і пристрій експлуатується в умовах обмеженого відновлення.

Потрібно визначити коефіцієнти готовності K_{Γ} і простою K_{Π} . Інтенсивність відмов і відновлень пристрою рівні відповідно λ і μ , причому $\lambda = \mu$.

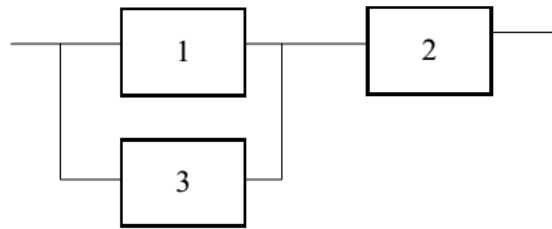


Рисунок 9.8 - Схема до завдання 9.3

Рішення. Якщо припустити, що наявність в системі блоку 2 не погіршує її надійність, то можна виділити наступні три стани, в яких може перебувати устрій:

0 - блоки 1 і 3 справні і ЕВА працездатна;

1 - один з блоків (1 або 3) пошкоджений і ремонтується, а система як і раніше зберігає працездатність;

2 - обидва блоки (1 і 3), а отже, і система в цілому непрацездатна.

Схема перерахованих станів наведена на рисунку 9.9.



Рисунок 9.9 - Схема перерахованих станів до завдання 9.3

Позначимо ймовірності зазначених станів в певний момент часу t відповідно $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$.

Очевидно, що $\lim_{t \rightarrow \infty} P_0(t) = P_0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} P_1(t) = P_1$, $\lim_{t \rightarrow \infty} P_2(t) = P_2$.

Ясно, що $K_{\Gamma} = P_0 + P_1$, оскільки перехід системи з стану 0 в стан 1 ($0 \rightarrow 1$) не відбувається на її працездатності, а $K_{\Pi} = P_2$ або $K_{\Pi} = 1 - K_{\Gamma}$, так як $P_0 + P_1 + P_2 = 1$.

Запишемо рівняння, що відповідають схемі станів пристрою. Відповідно до (9.5) і рис. 9.9, отримаємо

$$\begin{aligned}\dot{P}_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \\ \dot{P}_1(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + \mu P_2(t), \\ \dot{P}_2(t) &= \lambda P_1(t) - \mu P_2(t).\end{aligned}$$

Доповнивши систему рівнянь нормувальною умовою (9.7), при $t \rightarrow \infty$ маємо

$$\begin{aligned}-\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0, \\ \lambda P_0 - (\lambda + \mu) P_1 + \mu P_2 &= 0, \\ \lambda P_1 - \mu P_2 &= 0, \\ P_0 + P_1 + P_2 &= 1.\end{aligned}$$

Спільне рішення 1-го, 2-го і 4-го рівнянь системи дає наступний результат

$$\begin{aligned}P_0 &= \frac{\rho^2}{\rho(1 + \rho) + 1}; P_1 = \frac{\rho}{\rho(1 + \rho) + 1}; \\ P_2 &= \frac{1}{\rho(1 + \rho) + 1},\end{aligned}$$

де $\rho = \mu/\lambda$

Оскільки $\rho = \mu / \lambda = 1$ за умовами завдання, то, підставивши це значення в формули імовірності станів системи, отримаємо $P_0 = P_1 = P_2 = 0,3333$, тому $K_{\Gamma} = P_0 + P_1 = 0,6666$, $K_{\Pi} = P_2 = 1 - K_{\Gamma} = 0,3333$

Завдання 9.4. Перетворювач "параметр-код" складається з робочого блоку і блоку в ненавантаженому резерві. Розподіл часів між відмовами і відновленнями показові з параметрами $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, $\mu = 0,8$ 1 / год. Потрібно визначити значення коефіцієнту простою і в скільки разів зменшується величина коефіцієнта простою перетворювача при застосуванні необмеженого відновлення в порівнянні з обмеженим.

Рішення. Для визначення значень коефіцієнтів простою для випадків обмеженого і необмеженого відновлення скористаємося відповідно виразами (9.8) і (9.9). Число можливих станів дорівнює трьом.

Для обмеженого відновлення

$$K_{\text{п.о}} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\lambda} + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} = \frac{\lambda^2}{\mu^2 + \mu\lambda + \lambda^2}.$$

Для необмеженого відновлення

$$K_{\text{п.н}} = \frac{1}{2\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 + 2\left(\frac{\mu}{\lambda}\right) + 1} = \frac{\lambda^2}{2\mu^2 + 2\mu\lambda + \lambda^2}.$$

Для даної задачі справедливо співвідношення $\mu \gg \lambda$, і отримані вирази можуть бути з достатньою для практики точністю визначені наближено:

$$K_{п.о} \approx \frac{\lambda^2}{\mu^2}; K_{п.н} \approx \frac{\lambda^2}{2\mu^2}.$$

Таким чином, при застосуванні необмеженого відновлення в порівнянні з обмеженим величина коефіцієнта простою зменшилася в два рази. Значення цих коефіцієнтів рівні:

$$K_{п.о} \approx 10^{-4}; K_{п.н} \approx 0,5 \cdot 10^{-4}.$$

Завдання 9.5. Пристрій, який одночасно складається з робочого блоку і блоку в навантаженому резерві, розрахований на безперервну цілодобову роботу. Через три години після включення цей пристрій може отримати команду на перебудову режиму роботи. Інтенсивність відмов і відновлення кожного блоку рівні $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1 / год; $\mu = 0,2$ 1 / год. Є дві чергові ремонтні бригади. Визначити ймовірність застати радіоприймальний пристрій в непрацездатному стані через три години після включення (значення функції простою) і значення коефіцієнта простою.

Рішення. Радіоприймальний пристрій в будь-який момент часу може знаходитися в одному з наступних станів:

- 0 - обидва блоки працездатні;
- 1 - один блок непрацездатний;
- 2 - обидва блоки непрацездатні;

При знаходженні в состояніях 0 і 1 пристрій працездатний, в стані 2 - пристрій непрацездатний. Схема станів пристрою з відповідною інтенсивністю переходів представлена на рис.9.10.

Система диференціальних рівнянь, складена за цією схемою, має вигляд

$$\begin{aligned} \dot{P}_0(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ \dot{P}_1(t) &= 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t); \\ \dot{P}_2(t) &= \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t). \end{aligned}$$

Для визначення функції простою вирішимо цю систему при початкових умовах $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = P_2(0) = 0$. Переходячи до зображень, отримуємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned} (S + 2\lambda) P_0(s) - \mu P_1(s) &= 1; \\ -2\lambda P_0(s) + (s + \lambda + \mu) P_1(s) - 2\mu P_2(s) &= 0; \\ -\lambda P_1(s) + (s + 2\mu) P_2(s) &= 0. \end{aligned}$$

Для отримання величин $P_1(s)$ використовуємо правило Крамера

$$P_i(s) = \frac{\Delta_i}{\Delta},$$

де Δ - визначник, елементами якого є коефіцієнти при $P_0(s)$, $P_1(s)$, $P_2(s)$; Δ_i - визначник, який утворюється з Δ шляхом заміни i -го стовпця коефіцієнтами правої частини системи. В даному випадку потрібно визначити функцію простою, рівну $P_2(t)$. Для цього запишемо визначники Δ_1 і Δ_2 :

$$\Delta = \begin{vmatrix} (s + 2\lambda) & -\mu & 0 \\ -2\lambda & (s + \lambda + \mu) & -2\mu \\ 0 & -\lambda & (s + 2\mu) \end{vmatrix}; \Delta_2 = \begin{vmatrix} (s + 2\lambda) & -\mu & 1 \\ -2\lambda & (s + \lambda + \mu) & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \end{vmatrix}.$$

Отже

$$P_2(s) = \frac{2\lambda^2}{s \cdot [s^2 + 3(\lambda + \mu)s + 4\lambda\mu + 2\mu^2 + 2\lambda^2]}.$$

Знайдемо коріння рівняння

$$s^2 + 3(\lambda + \mu)s + 2(\mu + \lambda)^2 = 0.$$

Маємо

$$s_{1,2} = 0,5[-3(\mu + \lambda) \pm \sqrt{9(\mu + \lambda)^2 - 8(\mu + \lambda)^2}] = \\ = 0,5[-3(\mu + \lambda) \pm (\mu + \lambda)].$$

Отже, $s_1 = -2(\mu + \lambda)$; $s_2 = -(\mu + \lambda)$.

Запишемо $P_2(s)$ у вигляді

$$P_2(s) = \frac{2\lambda^2}{s(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s - s_1} + \frac{C}{s - s_2}.$$

Визначимо А, В, С. Маємо

$$A = \lim_{s \rightarrow 0} s P_2(s) = \frac{2\lambda^2}{s_1 s_2}; \\ B = \lim_{s \rightarrow s_1} (s - s_1) P_2(s) = \frac{2\lambda^2 s_2}{s_1 s_2 (s_1 - s_2)}; \\ C = \lim_{s \rightarrow s_2} (s - s_2) P_2(s) = \frac{-2\lambda^2 s_1}{s_1 s_2 (s_1 - s_2)}.$$

Виконаємо зворотне перетворення Лапласа $P_2(t) = L^{-1}\{P_2(s)\}$, отримуємо

$$P_2(t) = A \cdot 1(t) + B e^{s_1 t} + C e^{s_2 t} = \\ = \frac{2\lambda^2}{s_1 s_2} \left(1 + \frac{s_2 e^{s_1 t} - s_1 e^{s_2 t}}{s_1 - s_2} \right).$$

Так як

$$\frac{2\lambda^2}{s_1 s_2} = \frac{\lambda^2}{(\mu + \lambda)^2}; s_1 - s_2 = -(\mu + \lambda),$$

то

$$K_{\Pi}(t) = P_2(t) = \frac{\lambda^2}{(\mu + \lambda)^2} [1 + e^{-2(\mu + \lambda)t} - 2e^{-(\mu + \lambda)t}].$$

Використовуючи цей вираз, визначаємо коефіцієнт простою при $t \rightarrow \infty$

$$K_{\Pi} = \frac{\lambda^2}{(\mu + \lambda)^2}.$$

Підставляючи числові значення, отримуємо

$$K_{\Pi}(3) = 2 \cdot 10^{-4}; K_{\Pi} = 1,5 \cdot 10^{-3}.$$

Завдання 9.6. Обчислювальний пристрій складається з робочого блоку і блоку в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов і відновлень кожного блоку рівні $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1 / год; $\mu = 2$ 1 / год. При одночасній несправності обох блоків пристрій непрацездатною. Визначити середній час безвідмовної роботи пристрою m_t .

Рішення. Обчислювальний пристрій в будь-який момент часу може знаходитися в одному з наступних станів:

- 0 - обидва блоки працездатні;
- 1 - один блок непрацездатний;
- 2 - обидва блоки непрацездатні.

Схема станів пристрою представлена на рисунку 9.11. Для визначення m_t спочатку необхідно визначити ймовірність безперервної безвідмовної роботи протягом часу t . Система диференціальних рівнянь, отримана за схемою станів, має наступний вид:

$$\begin{aligned}\dot{P}_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ \dot{P}_1(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t); \\ \dot{P}_2(t) &= \lambda P_1(t).\end{aligned}$$

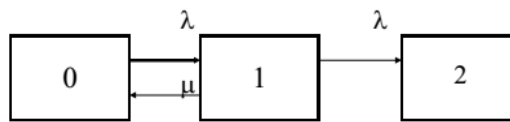


Рисунок 9.11 - Схема станів до завдання 9.6

Початкові умови:

$$P_0(0) = 1; P_1(0) = P_2(0) = 0.$$

За допомогою перетворення Лапласа отримуємо систему алгебраїчних рівнянь відносно зображень:

$$\begin{aligned}(s + \lambda) P_0(s) - \mu P_1(s) &= 1; \\ -\lambda P_0(s) + (s + \lambda + \mu) P_1(s) &= 0; \\ -\lambda P_1(s) + s P_2(s) &= 0.\end{aligned}$$

Шляхом вирішення цієї системи або підстановкою, або за правилом Крамера отримуємо

$$P_2(s) = \frac{\lambda^2}{s(s-s_1)(s-s_2)}.$$

Розкладаючи $P_2(s)$ на елементарні дроби і виробляючи зворотне перетворення Лапласа, визначаємо ймовірність $P_2(t)$ попадання за час $(0, t)$ в стан 2

$$P_2(t) = 1 - \frac{s_1 \cdot \exp[s_2 t] - s_2 \cdot \exp[s_1 t]}{s_1 - s_2},$$

де позначено

$$s_{1,2} = 0,5 \left[-(2\lambda + \mu) \pm \sqrt{(2\lambda + \mu)^2 - 4\lambda^2} \right].$$

Отже, ймовірність безперервної безвідмовної роботи обчислювального устрою за час $(0, t)$ дорівнює

$$\tilde{P}(t) = 1 - P_2(t) = \frac{s_1 \exp[s_2 t] - s_2 \exp[s_1 t]}{s_1 - s_2}.$$

Середній час безвідмовної роботи m_t рівний

$$m_t = \int_0^{\infty} \tilde{P}(t) dt = -\frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} = \frac{1}{\lambda} \left(2 + \frac{\mu}{\lambda} \right).$$

Завдання 9.7. Радіолокаційна станція супроводу містить робочий блок і блоки в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов і відновлень кожного блоку рівні відповідно λ і μ . Час супроводу в середньому становить величину t_c . При одночасній непрацездатності обох блоків супроводжувана мета втрачається і відбувається відмова станції. При переході на резервний блок втрати цілі не відбувається.

Потрібно визначити ймовірність безперервної безвідмовної роботи протягом часу $(0, t_c)$, або, інакше, ймовірність непотрапляння в стан 2 на цьому інтервалі і середній час безвідмовної роботи станції m_t .

Рішення. Радіолокаційна станція супроводу в будь-який момент часу може знаходитися в одному з наступних станів:

- 0 - обидва блоки працездатні;
- 1 - один блок непрацездатний;
- 2 - обидва блоки непрацездатні.

Схема станів представлена на рисунку 9.12. Працездатними є стани 0 і 1, непрацездатним - 2. Отже, ймовірність непотрапляння в стан 2 за час t_c визначається як

$$\tilde{P}(t_c) = P_0(t_c) + P_1(t_c) = 1 - P_2(t_c).$$

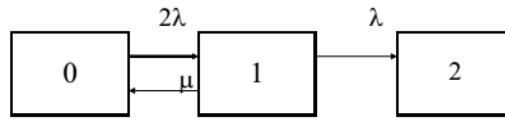


Рисунок 9.12 - Схема станів до завдання 9.7

Для визначення цієї ймовірності за схемою станів складемо систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}\dot{P}_0(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ \dot{P}_1(t) &= 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu)P_1(t); \\ \dot{P}_2(t) &= \lambda P_1(t).\end{aligned}$$

За допомогою перетворення Лапласа отримуємо систему алгебраїчних рівнянь щодо зображень при $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = P_2(0) = 0$:

$$\begin{aligned}(S + 2\lambda) P_0(s) - \mu P_1(s) &= 1; \\ -2\lambda P_0(s) + (s + \lambda + \mu) P_1(s) &= 0; \\ -\lambda P_1(s) + s P_2(s) &= 0.\end{aligned}$$

Шляхом вирішення цієї системи або підстановкою, або за правилом Крамера, отримаємо:

$$P_2(s) = \frac{2\lambda^2}{s(s - s_1)(s - s_2)}.$$

Розкладаючи $P_2(s)$ на елементарні дробі і виробляючи зворотне перетворення Лапласа, визначаємо ймовірність попадання в стан 2 за час $(0, t_c)$:

$$P_2(t_c) = 1 - \frac{s_1 \exp[s_2 t_c] - s_2 \exp[s_1 t_c]}{s_1 - s_2},$$

де означено

$$s_{1,2} = 0,5 \left[-3\lambda - \mu \pm \sqrt{(\mu + 3\lambda)^2 - 8\lambda^2} \right].$$

Отже, ймовірність безперервної безвідмовної роботи радіолокаційної станції за час $(0, t_c)$ дорівнює:

$$\tilde{P}(t_c) = \frac{s_1 \exp[s_2 t_c] - s_2 \exp[s_1 t_c]}{s_1 - s_2}.$$

Для визначення середнього часу безвідмовної роботи станції m_t запишемо перетворення Лапласа для ймовірності безвідмовної роботи $P(s)$ і підставимо в нього $s = 0$:

$$P(s) = P_0(s) + P_1(s) = \frac{s + 3\lambda + \mu}{s^2 + (3\lambda + \mu)s + 2\lambda^2};$$

$$m_t = P(s)|_{s=0} = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2}.$$

Завдання 9.8. Станція радіорелейного зв'язку включає два працюючих приймально-передавальних блоки і один блок в ненавантаженому резерві. Напрацювання на відмову кожного працюючого блоку $m_t = 200$ год.; середній час відновлення одного блоку $m_r = 2$ год. Станцію обслуговує одна ремонтна бригада. При непрацездатності двох блоків станції третій блок вимикається і в ньому не можуть відбуватися відмови. Потрібно визначити коефіцієнт простою станції.

Рішення. Можливі наступні стани радіорелейного зв'язку:

- 0 - все блоки працездатні;
- 1 - непрацездатний один блок;
- 2 - непрацездатні два блоки.

При непрацездатності одного блоку блок з ненавантаженого резерву переводиться в робочий стан. Працездатними є стани 0 і 1, непрацездатні – стан 2.

Позначимо ймовірності зазначених станів в момент часу t через $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$. Ці ймовірності при $t \rightarrow \infty$ мають межі P_0 , P_1 , P_2 . В даному випадку $K_{\Pi} = P_2$, тому що стан 2 є непрацездатним.

Складемо схему станів (рисунок 9.13.) і відповідну цій схемі систему рівнянь

$$\begin{aligned}\dot{P}_0(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ \dot{P}_1(t) &= -(\mu + 2\lambda)P_1(t) + 2\lambda P_0(t) + \mu P_2(t); \\ \dot{P}_2(t) &= 2\lambda P_1(t) - \mu P_2(t).\end{aligned}$$

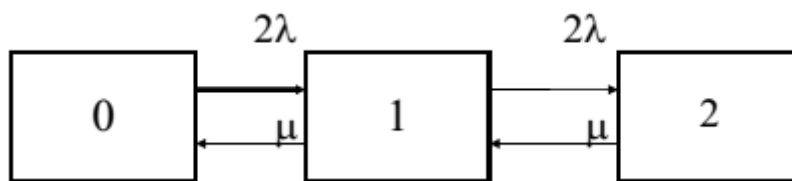


Рисунок 9.13 - Схема станів для завдання 9.8

Для визначення сталого значення P_2 покладемо всі похідні рівними нулю. З огляду на, що $P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1$, отримуємо

$$\begin{aligned}-2\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0; \\ 2\lambda P_0 - (\mu + 2\lambda) P_1 + \mu P_2 &= 0; \\ P_0 + P_1 + P_2 &= 1.\end{aligned}$$

Для отримання величини P_2 використовуємо правило Крамера:

$$P_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta},$$

де

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2\lambda & \mu & 0 \\ 2\lambda & -(\mu + 2\lambda) & \mu \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \mu^2 + 2\mu\lambda + 4\lambda^2;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -2\lambda & \mu & 0 \\ 2\lambda & -(\mu + 2\lambda) & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4\lambda^2.$$

Отже

$$K_{\Pi} = P_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{4\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 4\lambda^2}.$$

при $\mu \gg \lambda$

$$K_{\Pi} \approx \frac{4\lambda^2}{\mu^2}.$$

Так як під час показового розподілу часу безвідмовної роботи і часу відновлення

$$\lambda = \frac{1}{m_t} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год.}; \quad \mu = \frac{1}{m_r} = 0,5 \text{ 1/год.},$$

то

$$K_{\Pi} \approx \frac{4 \cdot 0,5^2}{0,5^2} \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4}.$$

9.3. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РІШЕННЯ

Завдання 9.9. Радіорелейний станція містить два приймача, один з яких використовується за призначенням, а другий знаходиться в ненавантаженому резерві. Визначити середній час безвідмовної роботи станції m_t за умови, що для кожного приймача $\lambda = 2 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / год}$; $\mu = 0,2 \text{ 1 / год}$.

Завдання 9.10. Реєструючий пристрій містить робочий блок і блок в навантаженому резерві. Імовірність відмови блоку на протязі 25 годин $q(t_i) = 0,1$. Ремонт проводиться однією бригадою з інтенсивністю $\mu = 0,2 \text{ 1 / год}$. Визначити коефіцієнт простою реєструючого пристрою.

Завдання 9.11. Система зв'язку містить один пристрій, призначене для виконання завдання і один пристрій в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного устрою дорівнює $\lambda \text{ 1 / год}$, відновлення – $\mu \text{ 1 / год}$. Ремонт пристроїв проводиться незалежно один від одного. Визначити функцію готовності.

Завдання 9.12. Система супроводу складається з робочого блоку і блоку в навантаженому резерві. Для кожного блоку задані: $\lambda = 2 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / год}$, $\mu = 0,2 \text{ 1 / год}$. Визначити час безвідмовної роботи системи.

Завдання 9.13. Перетворювач "параметр-код" складається з робочого блоку і блоку в ненавантаженому резерві. Розподіл часів між відмовами і відновленнями показовий з параметрами $\lambda = 8 \cdot 10^{-3} \text{ 1 / год}$, $\mu = 0,8 \text{ 1 / год}$.

Потрібно визначити значення коефіцієнтів простою і в скільки разів зменшується величина коефіцієнта простою перетворювача при застосуванні необмеженого відновлення в порівнянні з обмеженим.

Завдання 9.14. Пристрій складається з двох однакових блоків, один з яких використовується за прямим призначенням, а другий знаходиться в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного блоку $\lambda = 6 \cdot 10^{-3}$ 1 / год, інтенсивність відновлення $\mu = 2$ 1 / год.

Ремонт проводиться однією ремонтною бригадою. Потрібно визначити коефіцієнт простою пристрою.

Завдання 9.15. Підсилювач складається з двох блоків з рівною надійністю, для кожного з яких $\lambda = 3 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Є підсилювач в ненавантаженому резерві. Ремонт виробляє одна бригада, середній час ремонту $m_r = 0,5$ год. Визначити коефіцієнт простою підсилювача з резервом.

Завдання 9.16. Підсилювач складається з двох блоків з рівною надійністю, для кожного з яких $\lambda = 3 \cdot 10^{-3}$ 1 / год. Застосовано поблочне резервування підсилювача в ненавантаженому режимі. Ремонт виробляє одна бригада, середній час ремонту $m_r = 0,5$ годину. Визначити коефіцієнт простою підсилювача з поблочну резервуванням.

Завдання 9.17. Обчислювач складається з двох однаково робочих блоків і одного блоку в навантаженому ковзному резерві. Для кожного блоку $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1 / год; $\mu = 1 + 1$ / год, ремонтних бригад дві. Визначити коефіцієнт простою обчислювача.

Завдання 9.18. Обчислювач складається з двох однакових робочих блоків і одного резервний блоку в ненавантаженому резерві. Для кожного блоку $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1 / год; $\mu = 1$ 1 / год, ремонтних бригад дві. Визначити коефіцієнт простою обчислювача.

Завдання 9.19. Генератор імпульсів містить один робочий блок, один блок в навантаженому резерві і один блок в ненавантаженому резерві. При непрацездатності робочого блоку або блоку в навантаженому резерві блок з ненавантаженого резерву переводиться в навантажений. Задано для кожного блоку $\lambda = 10^{-2}$ 1 / год, $\mu = 0,5$ 1 / год, ремонтна бригада одна. Визначити коефіцієнт простою генератора.

Завдання 9.20. Передавач містить робочий блок ($\lambda = 9 \cdot 10^{-3}$ 1 / год) і блок в полегшеному резерві ($\nu = 10^{-3}$ 1 / год). Визначити коефіцієнт простою передавача при умові, що ремонт проводиться однією бригадою з інтенсивністю $\mu = 0,3$ 1 / год.

Завдання 9.21. Перетворювач частоти містить один робочий блок і один блок в навантаженому резерві. Ремонт проводиться однією бригадою, що забезпечує середній час відновлення 0,5 год. Визначити граничнодопустимі інтенсивність відмов перетворювачів, щоб задовольнялася умова $K_{\Pi} \leq 2 \cdot 10^{-4}$

Завдання 9.22. Перетворювач частоти містить один робочий блок і один блок в ненавантаженому резерві. Ремонт проводиться однією бригадою, що забезпечує

середній час відновлення 0,5 год. Визначити гранично допустимі інтенсивності відмов перетворювачів, щоб задовольнялася умова $KП \leq 2 \cdot 10^{-4}$.

Завдання 9.23. Для нерезервованого виробу, що має інтенсивність відмов $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1 / год, може бути застосований або навантажений, або ненавантажений резерв. Ремонт проводиться однією ремонтною бригадою з інтенсивністю $\mu = 2$ 1 / год. визначити, у скільки разів зменшиться значення коефіцієнта простою при застосуванні ненавантаженого резерву замість навантаженого.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цацко В.І., Яровенко В.О. Організація технічної експлуатації електричного обладнання і автоматики суден//Навчальний посібник. ОНМУ.- Одеса, 2023 - 207 с.